МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
ЛУГАНСКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ

ГОУВПО ЛУГАНСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ ВЛАДИМИРА ДАЛЯ

СТАХАНОВСКИЙ УЧЕБНО-НАУЧНЫЙ ИНСТИТУТ
ГОРНЫХ И ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

КАФЕДРА ОБЩЕИНЖЕНЕРНЫХ ДИСЦИПЛИН

КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ

по дисциплине

«ФИЗИКА»

для студентов направления подготовки
44.03.04 Профессиональное обучение (по отраслям)

В 3-х частях.
Часть 1: Механика. Молекулярная физика. Термодинамика.

Стаханов – 2020 г.

Содержание.

УДК 53(075)

Рекомендовано к изданию Учебно-методическим советом
ГОУ ВПО ЛНР «ЛНУ им. В.ДАЛЯ»
(протокол № от г.)

Конспект лекций по дисциплине «Физика» в 3-х частях. Часть 1: Механика. Молекулярная физика. Термодинамика для студентов направления подготовки 44.03.04 (образовательно-квалификационный уровень бакалавр). /Сост.: В.И.Сафонов – Луганск: изд-во ЛНУ им. ВюДаля, 2020. -62 с.

В конспективной форме приведенные теоретические положения курса физики. Для каждого раздела приведены решения наиболее типичных задач.

Составитель: доц. Сафонов В.И.

Ответственный за выпуск: доц. Сафонов В.И.

Рецензент: доц. Петров А.Г.

Учебное издание

КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ
по дисциплине
«ФИЗИКА»
в 3-х частях
Часть 1: Механика. Молекулярная физика. Термодинамика
для студентов направления подготовки 44.03.04
(образовательно-квалификационный уровень бакалавр)
.

Составитель:
Валентин Иванович Сафонов

Печатается в авторской редакции.
Компьютерная верстка и оригинал-макет автора.

Подписано в печать ______________
Формат 60x84$^{1}/_{16}$. Бумага типограф. Гарнитура Times
Печать офсетная. Усл. печ. л. _____. Уч.-изд. л. _______
Тираж 100 экз. Изд. №______. Заказ №______. Цена договорная.

Издательство Луганского национального
университета имени Владимира Даля

Свидетельство о государственной регистрации издательства
МИ-СРГ ИД 000003 от 20 ноября 2015 г.

Адрес издательства: 91034, г. Луганск, кв. Молодежный, 20а
Телефон: 8 (0642) 41-34-12, **факс:** 8 (0642) 41-31-60
E-mail: uni@snu.edu.ua **http**: www.snu.edu.ua

Список рекомендованной литературы

1. А.А. Детлаф, Б.М. Яворский. Курс физики – М.,1989.
2. Т.П. Трофимова. Курс физики – М.,1990
3. Б.М. Яворский, А.А. Детлаф. Справочник по физике. – М.,1990

Предисловие.

Конспект "Физика" состоит из девяти разделов согласно распределению учебного материала на три семестра. Этот конспект не может заменить лекции, а является дополнением к ним. Его можно считать чем-то средним между конспектом-схемой и конспектом лекций.

Конспект должен содействовать достижению таких целей:

- перед лекцией студент попутно просматривает соответствующий материал, который позволяет ему составить представление о логической структуре и внутренних связях темы, которая будет рассматриваться на лекции;
- высвободить время за счет сокращения не очень сложных математических выкладок для того, чтобы больше внимания уделять проблемным ситуациям, дискуссионному вопросом, педагогическим аспектам;
- ориентировать студентов на содержание и объем будущих требований на экзамене.

Содержание.

$$p = p_0 + \frac{4\sigma}{R} \qquad (2)$$

Для первого и второго пузырей уравнения (2) можно записать в виде:

$$p_1 = p_0 + \frac{4\sigma}{R_1}, \quad p_2 = p_0 + \frac{4\sigma}{R_2}.$$

Тогда различие давлений внутри пузырей:

$$\Delta p = p_2 - p_1 = \frac{4\sigma(R_1 - R_2)}{R_1 R_2};$$

$$\Delta p = \frac{4 \cdot 4 \cdot 10^{-2}(0{,}1 - 0{,}05)}{0{,}1 - 0{,}05} = 1{,}6 \text{ Па.}$$

Контрольные вопросы.

1. Чем различаются модели идеального и реального газов?
2. Опишите уравнение и изотермы Ван-Дер-Ваальса.
3. Внутренняя энергия реального газа.
4. Опишите состояние вещества «жидкость».
5. Опишите состояние вещества «твердое тело».

Задания для самостоятельной работы

1. Изучить материал лекции.
2. Ответить на контрольные вопросы.

Рекомендованная литература по теме лекции: [1, 2, 3]

атомов) мы уже рассмотрели. Остановимся вкратце на тепловых свойствах. Молярная теплоемкость кристалла при низких температурах $C_m = 3R$ – *закон Дюлонга и Пти* (исследовательский закон). Теоретически в рамках классической теории этот закон объясняется для диэлектриков и частично для полупроводников. Диэлектрики: узел решетки – трехмерный осцилятор, средняя энергия которого:

$$<\varepsilon> = (\varepsilon_{k_1} + \varepsilon_{n_1})3 = \left(\frac{1}{2}kT + \frac{1}{2}kT\right)3 = 3kT.$$

Молярная внутренняя энергия: $U_m = 3kTN_A = 3RT$.

Молярная теплоемкость: $C_m = \dfrac{\partial U_m}{\partial T} = 3R.$

Для проводника (например, первой группы), энергия, которая приходится на один электрон проводимости: $<\varepsilon_e> = \dfrac{3}{2}kT.$

Тогда $U_m = 3RT + \dfrac{3}{2}kTN_A = 3RT + \dfrac{3}{2}RT = 4{,}5RT$. Отсюда: $C_m = 4{,}5R.$

Эта проблема находит решение в квантовой теории.

Методические указания и рекомендации.

- Чаще всего силы Ван-Дер-Ваальса проявляются как комбинация всех перечисленных видов сил. Связь через эти силы есть наиболее распространенной. Однако она наиболее слабая по сравнению с другими типами связей. Структуры, обусловленные силами Ван-Дер-Ваальса, неустойчивые, улетучивающиеся, имеют низкую температуру плавления.
- Понятие фазовое состояние и агрегатное состояние не тождественны. Так, твердому агрегатному состоянию могут отвечать два фазовых состояния: кристаллическое (с далеким расположении атомов друг относительно друга) и аморфное (с близким расстоянием).

Примеры решения задач.

Пример 10. Два мыльных пузыря, радиусы которых *10* и *5 см*, выдуты на разных концах одной трубки. Найти различие давления внутри пузырей.

Дано: $R_1 = 10$ *см* $= 0{,}1$ *м*, $R_2 = 5$ *см* $=0{,}05$ *г.*

Найти: Δp – ?

Решение.

Давление внутри мыльного пузыря: $p = p_0 + p_{н1}$ (1)

где p_0 – атмосферная давление; $p_н$ – избыточное давление, которое создается искривленной поверхностью слоя мыльной жидкости.

Очевидно, что $p_1 = \dfrac{2 \cdot 2\sigma}{R}$ (σ - поверхностное натяжение мыльной воды). Множитель 2, поскольку пленка имеет две поверхности – внешнюю и внутреннюю. Тогда уравнение (1) имеет вид:

ЛЕКЦИЯ 1. Физика и ее основные задачи. Кинематика материальной точки.

Введение

План лекции

1. Физическая терминология.
2. Физические модели.
3. Единицы физических величин.
4. Математика и физика.
5. Механическое движение и его характеристики.
6. Криволинейное движение точки.
7. Классификация движений.

1. Условно физические модели можно поделить на три группы: а) модели, обозначающие физический объект (модель объекта); б) модели, обозначающие физический процесс (модель процесса); в) модели, обозначающие физическую величину.

а) Физические объекты разделяют на *вещественные* (объекты, которые состоят из вещества) и *полевые* (физические поля). Примеры вещественных объектов: камни, автомобиль, Земля, газ, жидкость, электрон, молекула, конденсатор, амперметр и т.п.

Полевые объекты. В природе (в физике) известно четыре типа фундаментальных взаимодействий: сильная, электромагнитная, слабая и гравитационная. Эти взаимодействия носят обменный характер и осуществляются с помощью соответствующего физического (силового) поля.

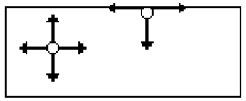
б) Примеры физических процессов: движение, механическое движение, удары (столкновение тел), расширение газа, электрический ток, электромагнитная волна и т.п. Абсолютно упругий удар, изотермическое расширение газа – это модели процессов.

в) Физическая величина вводится как характеристика физического объекта (состояния объекта) или же как характеристика физического процесса. Физическая величина характеризуется значением и размерностью. Пример: камень, масса которого *2 кг*, двигается со скоростью *5 м/с*. Масса m (физическая величина) – характеристика объекта (камень); скорость $\vec{V}$ - характеристика процесса (механическое движение). Механическая работа (работа), как физический термин, обозначает одновременно как физический процесс (процесс осуществления работы) так и физическую величину A – характеристику этого процесса.

В физике часто встречается термин «явление» (эффект). Он относится к группе б) и может быть определен так: явление (эффект) – это физический процесс с неожидаемым (необъяснимым) (для физиков того времени) результатом. Пример: явление электромагнитной индукции.

2. В классической физике используются две базовых модели: материальная точка и монохроматическая волна. Более сложные (составные) модели вещественных объектов: абсолютно твердое тело, упругое деформируемое твердое тело, идеальный газ, точечный заряд и т.п.

Реальная физическая задача решается в такой последовательности: 1) ограничивается круг физических объектов и физических процессов, которые интере-



Рассмотрим поверхностное натяжение жидкости. Молекула жидкости испытает притяжение со стороны соседних молекул. Это приводит к тому, что, под действием сил поверхностного натяжения, свободная поверхность жидкости старается сократиться. Если на жидкость бездействуют внешние силы, тогда она принимает такую форму, при которой площадь свободной поверхности минимальна, что отвечает принципу минимума потенциальной энергии. Чтобы увеличить площадь свободной поверхности, надо осуществить работу против сил поверхностного натяжения. Величина работы зависит, помимо всего прочего, от свойств жидкости, которые характеризуют коэффициентом поверхностного натяжения: $\sigma = \dfrac{A}{\Delta S}$. σ равна работе, которую нужно выполнить для увеличения площади свободной поверхности на *1 м²*.

Коэффициент поверхностного натяжения σ определяют также, как $\sigma = \dfrac{F}{l}$ - отношение силы поверхностного натяжения F к длине l границы деления. Силами поверхностного натяжения объясняют избыточный (Лаплассово) давление, которое возникает вблизи искривленной поверхности жидкости. Пусть поверхность жидкости имеет форму (рис. 29). θ – краевой угол. F – силы поверхностного натяжения.

$F_\perp = F_z = \sigma \cdot 2\pi r \cdot cos\theta$, где r – радиус кривизны поверхности. Давление, которое создано этой силой:

$$P = \frac{F_\perp}{S} = \frac{\sigma 2\pi r\cos\theta}{\pi r^2} = \frac{2\sigma cos\theta}{r}.$$

Рассмотрим границу деления (контакт) «жидкость – твердое тело». Если сила притяжения двух молекул жидкости больше силы притяжения молекулы жидкости и молекулы твердого тела, то жидкость не смачивает поверхность твердого тела. Если наоборот – то смачивает. Этим объясняются *капиллярные явления* – поднятие или опускание жидкости в узкой трубке (капилляре).

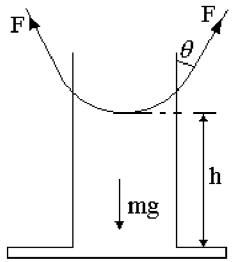


рис.30

Найдем высоту h поднятия жидкости (рис. 30). Условие равновесия жидкости в проекции на вертикальную ось:

$$F\cos\theta = mg \quad \text{или} \quad \sigma 2\pi r\cos\theta = \rho\pi r^2 hg.$$

Отсюда:

$$h = \frac{2\sigma\cos\theta}{\rho g ч},$$

где ρ – плотность жидкости; r – радиус капилляра.

3.3.5. Твердое тело.

Некоторые свойства твердого тела (упругие свойства; характер движения

$$dU = 0 \Rightarrow C_V T_2 + \frac{a}{V_2} - \left(C_V T_1 - \frac{a}{V_1}\right) = 0. \quad C_V(T_2 - T_1) = a\left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1}\right).$$

$V_2 > V_1 \Rightarrow T_2 < T_1$ - реальный газ охлаждается. При адиабатическом расширении в вакууме температура идеального газа не меняется, реального – уменьшается. Идеальным газом работа не выполняется. При расширении реального газа осуществляется негативная работа силами межмолекулярного взаимодействия.

Если идеальный газ адиабатно расширяется и выполняет при этом работу, тогда он охлаждается. Подобный процесс, но с реальным газом – адиабатное расширение реального газа с выполнением внешними силами положительной работы – осуществили Джоуль и Томсон.

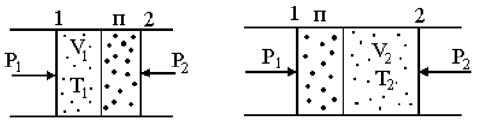


рис.28

Теплоизолированная трубка (рис. 28) разделенная пористой перегородкой *П (*1 и 2 – подвижные поршни). Давление P_1 и P_2 постоянное: $P_1 > P_2$.

Процесс адиабатный:

$$\delta Q = (U_2 - U_1) + \delta A = 0. \quad A_1 = P_1 V_1, \quad A_2 = P_2 V_2. \quad \delta A = A_2 - A_1.$$

Отсюда: $\quad U_1 + P_1 V_1 = U_2 + P_2 V_2.$

Величина $H = U + PV$ неизменна. H – *энтальпия* – функция состояния. Процесс происходит с изменением температуры – *эффект Джоуля-Томсона.* Его еще называют *адиабатным дросселированием.*

Если $\Delta T < 0$ - тогда эффект называют положительным; если $\Delta T > 0$ - тогда отрицательным. Положительный эффект используют для охлаждения, сжижения газов.

3.3.4. Жидкость.

По многим своим свойствам жидкость занимает промежуточное положение между газом и твердым телом. В первом приближении количественным критерием деления вещества на фазы можно принять следующий:

$<\varepsilon_n> \quad << \quad <\varepsilon_\kappa>$ - газ;

$<\varepsilon_n> \quad \approx \quad <\varepsilon_\kappa>$ - жидкость;

$<\varepsilon_n> \quad >> \quad <\varepsilon_\kappa>$ - твердое тело.

Здесь $<\varepsilon_n>$ и $<\varepsilon_\kappa>$ - средняя потенциальная энергия, которая приходится на одну молекулу, и средняя кинетическая энергия молекулы соответственно.

Молекулы газа двигаются хаотически. В промежутках между столкновениями движение молекулы прямолинейное равномерное. Атомы (ионы) твердого тела осуществляют малые колебания вокруг положений равновесия, не оставляя их. Молекулы жидкости часть времени (*время оседлой жизни*) осуществляют колебание вокруг положения равновесия. Потом оставляют его и двигаются прямолинейно, как молекулы газа. Попадает в другое положения равновесия, которое освободилось, и колеблется там. Молекула "дрейфует".

суют в данном конкретном случае; 2) строятся модели выделенных объектов и процессов; 3) составляются уравнения, которые описывают состояния моделируемых объектов и протекание моделируемых процессов.

3. Для построения системы единиц произвольно выбираются единицы для нескольких не зависимых одна от одной физических величин. Эти единицы называются *основными*. Другие величины и их единицы выводятся из законов, которые связывают эти величины с основными (из формул, которые определяют эти физические величины). Они называются *производными*.

Система СИ строится на семи основных единицах – метр, килограмм, секунда, ампер, кельвин, моль, кандела, и двух дополнительных – радиан и стерадиан.

Размерность физической величины есть её выражение в основных единицах. Исходя, например, из второго закона Ньютона, получим, что размерность силы

$dim\ F = MLT^{-2}$,

где M – размерность массы; L – размерность длины; T – размерность времени.

4. Языком физики является математика. Поэтому законы физики записываются в форме математических выражений – формул, уравнений. Все многообразие математических выражений можно (условно) поделить на три группы: а) формулы, определяющие физические величины; б) уравнения, описывающие состояния физических объектов; в) уравнения, описывающие физические процессы. Приведем примеры:

$\rho = \dfrac{m}{V}$ – формула, которая определяет физическую величину – плотность вещества;

$Q = C \cdot U$ – уравнение, которое описывает состояние физического объекта – заряженного конденсатора.

$m\vec{a} = \sum \vec{F}_i$ – уравнение, которое описывает физический процесс – движение тела (верней, его модели – точки) под действием приложенных к нему сил.

РАЗДЕЛ 1. МЕХАНИКА

Механика – часть физики, которая изучает закономерности механического движения. *Механическое движение* – это изменение с течением времени взаимного расположения тел или их частей.

В более узком значении слова под механикой часто понимают классическую механику, в которой рассматривается движение макроскопических тел, которое осуществляется со скоростями, во много раз меньшими, чем скорость света в вакууме. В основе классической механики лежат законы Ньютона. Поэтому её часто называют ньютоновской механикой. Закономерности движения тел со скоростями, близкими к скорости света в вакууме, является предметом релятивистской механики, а закономерности движения микрочастиц (например, электронов в атомах, кристаллах и т.п.) – квантовой механики.

Классическая механика состоит из трех основных разделов: кинематики, динамики и статики.

Кинематика изучает движение тел, не рассматривая причин, которые это движение обусловили.

Динамика изучает законы движения тел и причины, которые вызывают или меняют это *движение.*

Статика изучает условия равновесия системы тел. Физика рассматривает статику как частный случай динамики.

Механические свойства тел определяются их химической природой, внутренним строением и по состоянию, рассмотрение которых является предметом не механики, а других разделов физики. Поэтому для описания реальных тел в механике пользуются, в зависимости от условий каждой отдельной задачи, разными упрощенными моделями: материальная точка, абсолютно твердое тело, абсолютно упругое тело и т.п.

Материальная точка – тело, которое имеет массу, размерами которого в данной задаче можно пренебречь.

Абсолютно твердым телом называется тело, деформацией которого в условиях данной задачи можно пренебречь (система жестко связанных материальных точек).

Абсолютно упругим телом называется тело, деформация которого подчиняется закону Гука (система материальных точек, которые взаимодействуют с помощью упругих сил).

1.1 Кинематика материальной точки

1.1.1 Механическое движение и его характеристики

Механическое движение – изменение положения точки в пространстве относительно других тел с течением времени. Отсюда следуют две части задачи: задать положение точки в пространстве и описать изменение этого положения.

Будем рассматривать, в основном, движение точки на плоскости (плоское движение). Положение точки на плоскости задается радиус-вектором $\vec{r}$ точки в избранной системе отсчета: $\vec{r} = x\cdot\vec{i} + y\cdot\vec{j}$.

Пусть с течением времени меняется положения точки – меняется $\vec{r}$.

Описать движение точки – значит задать $\vec{r}$ как функцию времени t:

$\vec{r} = \vec{r}(t)$ (1.1)

или $x = x(t);\ y = y(t).$ (1.2)

Уравнение (1.1) (соответственно (1.2)) называются *кинематическими уравнениями движения точки.*

Вектор $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ – перемещение точки; скалярная величина ΔS – длина пути (см. рис. 1.1).

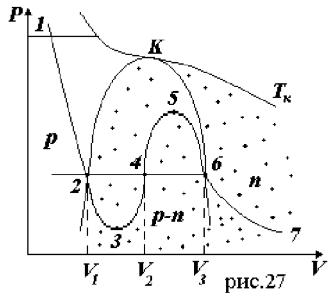


рис.27

Уравнение (38.2) при заданных P і T является уравнением третьей степени относительно V. Соответствующие изотермы показаны на рис. 27. Станы 3-5 в природе не реализуются. Истинной изотерме отвечает отрезок 2-6. Этому участку отвечает равновесие редкой фазы и газообразной фазы (насыщенная пара). Кривая, которая проходит через точку K – критическая кривая; K – критическая точка. Точка K отвечает стану, в котором все три корне Vi уравнение (38.2) совпадают.

Запишем уравнение (38.2) относительно критического состояния в двух формах:

$$P_K V^3 - (RT_K + P_K в)V^2 + aV - aв = 0 \qquad (38.3)$$

и $$P_K (V - V_K)^3 = 0 \qquad (38.4)$$

Из этих уравнений, приравнивая коэффициенты возле одинаковых степеней V, получаем: $P_K V_K^3 = aв,\quad 3P_K V_K^2 = a,\quad 3P_K V_K = RT_K + P_K в.$

Отсюда: $$V_K = 3в;\quad P_K = \frac{a}{27в^2},\quad T_K = \frac{8a}{27Rв} \qquad (38.5)$$

Проанализируем изотерму Ван-Дер-Ваальса (рис. 27). Участок 7-6: сжатие газа; участок 6-2: конденсация (вещество существует в двух фазах); точка 2: конденсация завершена; участок 2-1: сжимается жидкость.

При $T > T_K$ вещество может находиться лишь в газообразном состоянии.

3.3.3. Внутренняя энергия реального газа.

Рассматривается один моль газа. Внутренняя энергия идеального газа: $U_n = C_V T$. Внутренняя энергия реального газа:

$$U_P = C_V T + W_n.$$

Добавку W_n вычисляем как обусловленную лишь силами Ван-Дер-Ваальса (силами притягивания):

$$dW_n = -dA;\quad dA = -P'\,dV = -\frac{a}{V^2}dV.$$

Знак "–": при расширении газа силы притягивания осуществляют отрицательную работу.

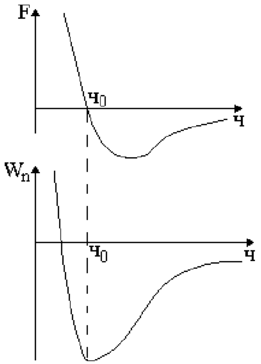
$$dW_n = \frac{a}{V^2}dV;\ \int dW_n = a\int\frac{dV}{V^2};\ W_n = -\frac{a}{V} + C;\ При\ V \to \infty\ W_n \to 0.$$

Отсюда: $C = 0$ и получаем: внутренняя энергия реального газа:

$$U = C_V T - \frac{a}{V} \qquad (39.1)$$

Рассмотрим адиабатное расширение газа в вакууме.

$dQ = dU + A.$ Расширение адиабатическое $\Rightarrow dQ = 0.$ Расширение в вакууме $\Rightarrow A = 0.$ Для идеального газа получаем: $dU = 0 \Rightarrow T_1 = T_2.$ Для реального газа получаем:



$$F=-\frac{\partial W_n}{\partial r}=-\frac{\gamma_1}{r^7}+\frac{\gamma_2}{r^{13}}. \quad (37.1)$$

Здесь: $\alpha_1, \alpha_2, \gamma_1, \gamma_2$ - постоянные; r – расстояние между центрами взаимодействующих молекул. Первое слагаемое в (37.1) – сила притяжения; второе – сила отталкивания. Силы притягивания могут быть ориентационного, деформационного и дисперсионного происхождения. Ориентационные силы – силы притягивания, которые возникают между полярными молекулами. Деформационные – между полярной и неполярной молекулами. Неполярная молекула при этом деформируется и превращается в полярную. Дисперсионные: взаимодействие неполярных молекул.

Силы отталкивания имеют квантовую природу. При приближении молекул на малые расстояния происходят перекрытия электронных оболочек; вступает в силу принцип Рафаэле; возникает сила отталкивания.

Учет взаимодействия дает поправку к давлению $P'=\frac{a}{V_m^2}$, где a – постоянная Ван-Дер-Ваальса; V_m – молярный объем.

Внося поправки в уравнения Менделеева-Клапейрона (ν=1 моль), получаем *уравнение состояния реального газа* (*уравнение Ван-Дер-Ваальса*) для одного моля:

$$\left(P+\frac{a}{V_m^2}\right)\cdot\left(V_m-в\right)=RT \qquad (37.2)$$

Соответственно для произвольного числа молей:

$$\left(P+\frac{\nu^2 a}{V^2}\right)\left(V-\nu в\right)=\nu RT \quad (37.3)$$

3.3.2. Изотермы Ван-Дер-Ваальса.

Рассматриваем *1 моль* газа; индекс "*m*" опускаем ($V_m = V$):

$$\left(P+\frac{a}{V^2}\right)\left(V-в\right)=RT \qquad (38.1)$$

$$PV^3-\left(Pв+RT\right)V^2+aV-aв=0 \qquad (38.2)$$

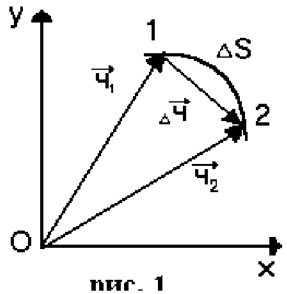


Рис. 1.1 – Кинематические параметры движения точки.

Введем основную кинематическую характеристику движения тела – *скорость*. Средняя скорость $\langle\vec{V}\rangle$ точки за промежуток времени Δt по определению:

$$\langle\vec{V}\rangle=\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

Мгновенная скорость $\vec{V}$ (скорость) по определению:

$$\vec{V}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}=\frac{d\vec{r}}{dt}=\dot{\vec{r}} \qquad (1.3)$$

Если задано $\vec{r}(t)=x(t)\cdot\vec{i}+y(t)\cdot\vec{j}$, тогда

$$\vec{V}=\frac{dx}{dt}\vec{i}+\frac{dy}{dt}\vec{j}=V_x\cdot\vec{i}+V_y\cdot\vec{j} \qquad (1.4)$$

Модуль скорости:

$$V=\sqrt{V_x^2+V_y^2} \qquad (1.5)$$

Ускорение – векторная физическая величина, которая характеризует быстроту изменения скорости точки.

Среднее ускорение $\langle\vec{a}\rangle$ по определению:

$$\langle\vec{a}\rangle=\frac{\Delta\vec{V}}{\Delta t}.$$

Ускорение (мгновенное ускорение) $\vec{a}$ по определению:

$$\vec{a}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{V}}{\Delta t}=\frac{d\vec{V}}{dt}=\dot{\vec{V}}. \qquad (1.6)$$

Если задана $\vec{V}(t)=V_x(t)\vec{i}+V_y(t)\vec{j}$, тогда

$$\vec{a}=\dot{V}_x\vec{i}+\dot{V}_y\vec{j}=a_x\cdot\vec{i}+a_y\cdot\vec{j}=\ddot{x}\cdot\vec{i}+\ddot{y}\cdot\vec{j}. \quad (1.7)$$

Модуль ускорения $a=\sqrt{a_x^2+a_y^2}$. (1.8)

Сложение движений. В общем случае тело может принимать участие одновременно в нескольких движениях. Составляющие движения независимые. Результирующее движение равно сумме составляющих движений, т.е.

$$\vec{r}=\vec{r}_1+\vec{r}_2;\ \vec{V}=\vec{V}_1+\vec{V}_2;\ \vec{a}=\vec{a}_1+\vec{a}_2.$$

1.1.2. Криволинейное движение точки

Рассмотрим такое движение точки, при котором траектория движения – плоская кривая. Можно (приблизительно) считать, что кривая состоит из дуг кругов разных радиусов.

Рассмотрим движение точки по дуге круга, радиус которого R. В общем случае скорость точки меняется как по величине, так и по направлению (см. рис. 1.2). Ускорение $\vec{a}$ – величина, которая характеризует это изменение.

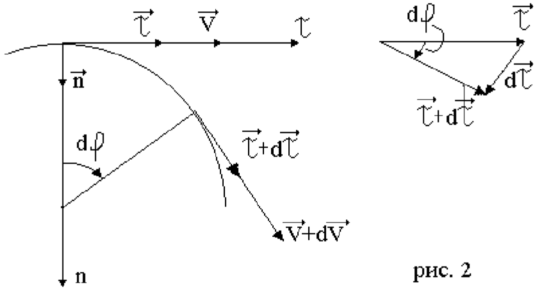


Рис. 1.2 – Криволинейное движение точки.

Задача: разложить $\vec{a}$ на составляющие таким образом, чтобы одна составляющая ускорения характеризовала быстроту изменения скорости только по величине (по модулю), а вторая – только по направлению.

Вводим касательную τ и нормальную n оси. $\vec{\tau}$ и $\vec{n}$ – орты этих осей. Тогда получим: $\vec{V} = V\cdot\vec{\tau}$, где $V = |\vec{V}|$;

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d}{dt}(V\cdot\vec{\tau}) = \frac{dV}{dt}\cdot\vec{\tau} + V\cdot\frac{d\vec{\tau}}{dt}.$$

При $dt\to 0$ и $d\varphi\to 0$:

$$d\tau = \tau\cdot\sin d\varphi \approx \tau\cdot d\varphi \approx \tau\cdot\frac{dS}{R}.$$ При этом $d\vec{\tau}\perp\vec{\tau}$ и $d\vec{\tau}\,\|\,\vec{n}$.

Ведь: $V\cdot\dfrac{d\vec{\tau}}{dt} = V\dfrac{dS}{dt\cdot R}\cdot\vec{n} = \dfrac{V^2}{R}\cdot\vec{n}$.

Окончательно получим: $\vec{a} = \dfrac{dV}{dt}\cdot\vec{\tau} + \dfrac{V^2}{R}\cdot\vec{n} = a_\tau\cdot\vec{\tau} + a_n\cdot\vec{n}$. (2.1)

Составляющая ускорения a_τ (касательное или тангенциальное ускорение) характеризует быстроту изменения $\vec{V}$ только по модулю; составляющая a_n (нормальное или центростремительное ускорение) – только по направлению.

Модуль полного ускорения $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$ (2.2)

1.1.3 Классификация движений

В зависимости от тангенциальной и нормальной составляющих ускорения движение можно классифицировать следующим образом:

ЛЕКЦИЯ 11. Реальные газы. Особенности жидкого и твердого состояния вещества.

План лекции

1. Взаимодействие молекул. Уравнение Ван-Дер-Ваальса.
2. Изотермы Ван-Дер-Ваальса.
3. Внутренняя энергия реального газа.
4. Жидкость.
5. Твердое тело.

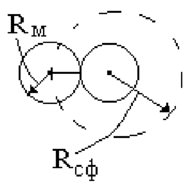
3.3. Реальные газы. Жидкость. Твердое тело.

3.3.1. Взаимодействие молекул. Уравнение Ван-Дер-Ваальса.

До этого времени мы использовали модель идеального газа. Следующим приближением является модель реального газа, которая учитывает: 1) собственный объем молекул; 2) взаимодействие молекул.

Задача 1: учет собственного объема молекул.

Рассмотрим *1 моль* газа. Молекулы – упругие шары. $R_м$ – радиус молекулы. Две молекулы при максимальном сближении "вычеркивают" сферу радиусом $R_{сф} = 2R_м$. Возникает объем, недосягаемый для других молекул:



$$V_{сф} = \frac{4}{3}\pi(2R_м)^3 = 8V_1,$$

V_1 – объем одной молекулы. В расчетов на одну молекулу – $4V_1$. Отсюда вводится первая поправка (стала Ван-Дер-Ваальса):

$y = 4V_{собств}$, где $V_{собств}$ – собственный объем молекул.

Вторая поправка – учет взаимодействия. Потенциальная энергия взаимодействия двух молекул: $W_n = -\dfrac{\alpha_1}{ч^6} + \dfrac{\alpha_2}{ч^{12}}$. Соответственно сила взаимодействия:

Пример 9. Найти изменение энтропии при переходе *14 г* азота от объёма *20 л* под давлением *0,1 МПа* к объёму *30 л* под давлением *0,2 МПа*.

Дано: $m = 14г = 0{,}014$ *кг*, $\mu(N_2) = 28\cdot10^{-3}$ *кг/моль*, $V_1 = 20$ *л* $= 0{,}02$ $м^3$,

$p_1 = 0{,}1$ *МПа* $= 1\cdot10^5$ *Па*, $V_2 = = 0{,}03$ $м^3$, $p_2 = 0{,}2$ *МПа* $= 2\cdot10^5$ *Па*.

Найти: $\Delta S - ?$

Решение.

Изменение энтропии: $\Delta S = \int_1^2 \frac{dQ}{T}$,

учитываем то, что $dQ = \frac{m}{\mu}C_v dT + pdV$, $p = \frac{mRT}{\mu V}$, тогда

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{m}{\mu}\frac{C_v dT}{T} + \int_1^2 \frac{m}{\mu}\frac{RM}{V} = \frac{m}{\mu}\cdot C_v\cdot\ln\frac{T_2}{T_1} + \frac{m}{\mu}\cdot R\cdot\ln\frac{V_2}{V_1}$$

из уравнения Менделеева-Клапейрона: $\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1}$, значит:

$$\Delta S = \frac{m}{\mu}C_v\ln\frac{p_2}{p_1} + \frac{m}{\mu}C_v\ln\frac{V_2}{V_1} + \frac{m}{\mu}R\ln\frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{\mu}C_v\ln\frac{p_2}{p_1} + (C_v + R)*$$

$$*\frac{m}{\mu}\ln\frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{\mu}C_v\ln\frac{p_2}{p_1} + C_p\frac{m}{\mu}\ln\frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{\mu}(C_v\cdot\ln\frac{p_2}{p_1} + C_p\cdot\ln\frac{V_2}{V_1}),$$

где $C_v = \frac{i}{2}R = \frac{5}{2}R$ - теплоемкость при $V = const$,

$C_p = \frac{i+2}{2}R = \frac{7}{2}R$ - молярная теплоемкость при $p = const$.

$$\Delta S = \frac{0.014}{28\cdot10^{-3}}(\frac{5}{2}\cdot8{,}31\ln\frac{0.2\cdot10^6}{0.1\cdot10^6} + \frac{7}{2}\cdot8.31\ln\frac{0.03}{0.02}) =$$

$$= 0.5(14.4 + 11.79) = 13.1\left(\frac{Дж}{К}\right).$$

Контрольные вопросы.

1. Сформулируйте понятие «тепловой двигатель».
2. Что такое холодильник?
3. Опишите схему работы теплового двигателя и холодильной машины.
4. Изобразите и опишите цикл Карно.

Задания для самостоятельной работы

1. Изучить материал лекции.
2. Ответить на контрольные вопросы.

Рекомендованная литература по теме лекции: [1, 2, 3]

1. $a_\tau = 0$; $a_n = 0$ (т.е. $\vec{V} = const$ – прямолинейное равномерное движение;
2. $a_\tau = a = const$, $a_n = 0$ – прямолинейное равнопеременное движение. При таком виде движения $a_\tau = a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V_2 - V_1}{t_2 - t_1}$.

Если $t_1 = 0$ и $V_1 = V_0$, тогда, обозначив $t_2 = t$ и $V_2 = V$, получим

$$V = V_0 + at. \qquad (3.1)$$

Отсюда длина пути $S = \int_0^t V\,dt = \int_0^t (V_0 + at)dt = V_0 t + \frac{at^2}{2}$. (3.2)

3. $a_\tau = f(t)$, $a_n = 0$ – прямолинейное движение с переменным ускорением;
4. $a_\tau = 0$, $a_n = const$ – равномерное движение по кругу;
5. $a_\tau = 0$, $a_n \neq 0$ – равномерное криволинейное движение;
6. $a_\tau = const$, $a_n \neq 0$ – криволинейное равнопеременное движение;
7. $a_\tau = f(t)$, $a_n \neq 0$ – криволинейное движение с переменным ускорением.

Методические указания и рекомендации

Рассмотренный материал будет дополняться и расширяться в курсе "Теоретическая механика".

Классификацию движений точки значительно проще проводить в том случае, когда вектор полного ускорения $\vec{a}$ раскладывается на тангенциальную и нормальную составляющие. Это очень широко используется в курсе "Теоретическая механика".

Примеры решения задач

Пример 1. Движение точки задано уравнениями $x = 3 - 0{,}25\cdot t^4$ и $y = 2 + 0{,}5\cdot t^2$. Все величины заданы в системе СИ. Для момента времени $t_1 = 1$ *с* определить радиус кривизны *r* траектории точки.

Решение.

Уравнение движения точки заданы. Определим скорость точки

$$V_x = \dot{x} = \frac{dx}{dt} = -t^3;\quad V_y = \dot{y} = t;\quad V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}.$$

При t_1=1 с: $V_{1x} = -1$ м/с; $V_{1y} = 1$ м/с,

$$V_1 = \sqrt{V_{1x}^2 + V_{1y}^2} = \sqrt{(-1)^2 + 1^2} = 1{,}41 \text{ м/с}.$$

Определим ускорение $a_x = \dot{V}_x = -3t^2$; $a_y = \dot{V}_y = 1$; $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$.

При t_1=1 с: $a_{1x} = -3$ м/с^2; $a_{1y} = 1$ м/с^2; $a_1 = 3{,}16$ м/с^2.

Определим касательное ускорение:

$$a_\tau = \frac{dV}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\sqrt{V_x^2 + V_y^2}\right) = \frac{V_x\dot{V}_x + V_y\dot{V}_y}{\sqrt{V_x^2 + V_y^2}} = \frac{V_x\cdot a_x + V_y\cdot a_y}{V}.$$

При t_1=1 с: $a_{1\tau} = \dfrac{-1\cdot(-3)+1\cdot 1}{1{,}41} = 2{,}84$ м/с^2.

Определим нормальное ускорение $a_n = \sqrt{a^2 - a_\tau^2}$.

При t_1=1 с: $a_{1n} = \sqrt{3{,}16^2 - 2{,}84^2} = 1{,}4$ м/с^2.

Радиус кривизны траектории $r = \dfrac{V^2}{a_n}$.

При t_1=1 с: $r_1 = \dfrac{1{,}41^2}{1{,}4} = 1{,}43$ м.

Контрольные вопросы.

1. Что изучает наука «Механика»?
2. Что такое «механическое движение»?
3. Что изучает кинематика?
4. Что такое «механическое движение»?
5. Что называется «кинематическими уравнениями движения точки»?
6. Как классифицируются движения?
7. Назовите параметры, которыми характеризуется движение.

Задания для самостоятельной работы

1. Изучить материал лекции.
2. Ответить на контрольные вопросы.

Рекомендованная литература по теме лекции: [1, 2, 3]

ЛЕКЦИЯ 2. Динамика материальной точки и поступательного движения твердого тела.

План лекции

1. Силы в механике.
2. Законы Ньютона.
3. Закон сохранения импульса.
4. Движение тел переменной массы.
5. Неинерциальные системы отсчета.

1.2. Динамика материальной точки

1.2.1. Силы в механике

Сила $\vec{F}$ – векторная физическая величина, которая характеризует меру механического влияния на данное тело другого тела или силового поля. Таким полем может быть, например, поле тяготения. Сила, как физическая величина, является характеристикой процесса взаимодействия. Действие силы на тело может быть как динамической (тело двигается с ускорением) так и статической (тело деформируется).

Рис. 24 *Рис. 25* личина может быть больше единицы.

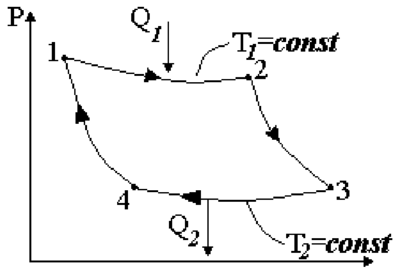


рис.26

Из всех тепловых двигателей, которые работают циклически, максимальный КПД имеет двигатель, который работает по циклу Карно. Его называют идеальным двигателем. *Цикл Карно* – замкнутый цикл, который состоит из двух изотерм и двух адиабат (рис. 26).

$1 \to 2$ *и* $3 \to 4$ - изотермы;

$2 \to 3$ *и* $4 \to 1$ - адиабаты.

Найдем КПД цикла Карно.

$$\eta = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1};\ Q_1 = \nu R T_1 \ln\frac{V_2}{V_1},\ Q_2 = \nu R T_2 \ln\frac{V_3}{V_4}.$$

Тогда

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}\cdot\frac{\ln(V_3/V_4)}{\ln(V_2/V_1)}.$$

Отношение объемов выведем из уравнения Пуассона.

Для процесса $2 \to 3$: $T_1 V_2^{\gamma-1} = T_2 V_3^{\gamma-1}$.

Для процесса $1 \to 4$: $T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_4^{\gamma-1}$.

Отсюда получаем: $\left(\dfrac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} = \left(\dfrac{V_3}{V_4}\right)^{\gamma-1} \Rightarrow \dfrac{V_2}{V_1} = \dfrac{V_3}{V_4}$.

Итак, КПД идеальной машины: $\eta_{i\partial} = 1 - \dfrac{T_2}{T_1}$.

Это максимально возможный КПД. Для реального теплового двигателя: $\eta < \eta_{идеального}$.

Методические указания и рекомендации.

- Первое начало термодинамики устанавливает количественную связь между теплотой, работой и внутренней энергией системы, однако ничего не говорит о направлении процесса.
- Второе начало термодинамики указывает на направление макропроцессов, на них необратимый характер. Количественно эта особенность макропроцессов определяется ростом энтропии при хода в ней реальных процессов.
- Третье начало термодинамики определяет абсолютное значение энтропии при $T \to 0\,K$.

Примеры решения задач.

III начало термодинамики (*теорема Нернста; Нернста-Планка*): энтропия всех тел в состоянии равновесия стремится к нулю при

$T \to 0$; $\lim S = 0$ при $T \to 0$.

Контрольные вопросы.

1. Опишите понятия «равновесный процесс» и «обратимый процесс».
2. Опишите прямой и обратный циклы.
3. Как определяется КПД циклов?
4. Сформулируйте понятие «энтропия системы».
5. Сформулируйте второе начало термодинамики.
6. Сформулируйте третье начало термодинамики.

Задания для самостоятельной работы

1. Изучить материал лекции.
2. Ответить на контрольные вопросы.

Рекомендованная литература по теме лекции: [1, 2, 3]

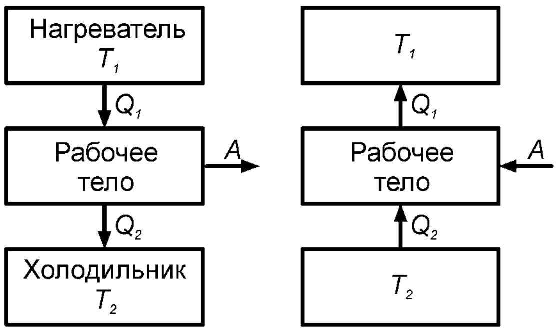
ЛЕКЦИЯ 10. Тепловые двигатели. Цикл Карно.

План лекции

1. Тепловые двигатели. Цикл Карно.

3.2.3. Тепловые двигатели. Цикл Карно.

Тепловой двигатель – устройство для преобразования энергии в форме теплоты в механическую работу, который работает циклически. Работает за прямым циклом. *Холодильник* – устройство для передачи теплоты от тела менее нагретого к телу более нагретого чем счет механической работы, который работает циклически. Холодильник работает за обратным циклом. Как тепловой двигатель так и холодильник (холодильная машина) составляется с трех узлов: нагреватель (тепловіддач), рабочее вещество, которое осуществляет (или над которым осуществляют) работу, и холодильник (теплоприемник). Тепловой двигатель работает по схеме (рис. 24); холодильная машина – по схеме (рис. 25).



Для теплового двигателя:

$Q_1 = A + Q_2$. КПД: $\eta = \dfrac{A}{Q_1}$.

Для холодильника:

$A + Q_2 = Q_1$.

Холодильный коэффициент:

$\eta_X = \dfrac{Q_2}{A}$.

η_X - это не КПД; эта ве-

В задачах механики учитываются три типа сил: силы тяготения, силы упругости, силы трения (сопротивления).

Сила тяготения – проявление гравитационного взаимодействия в «чистом виде». Определяется законом всемирного тяготения. В задачах механики принимают:

$$F = G \cdot \frac{M \cdot m}{R^2} = mg, \quad (4.1)$$

где $g = \dfrac{GM}{R^2} \approx 9{,}81\, м/c^2$ (здесь G – гравитационная постоянная, численно равна модулю силы тяготения, действующей на точечное тело единичной массы со стороны другого такого же тела, находящегося от него на единичном расстоянии. Точность измерений гравитационной постоянной на несколько порядков ниже точности измерений других физических величин. В единицах СИ рекомендованное Комитетом данных для науки и техники (CODATA) на 2014 год значение было G=6,6740831·10^{-11} м^3·с$^{-2}$·кг$^{-1}$, или Н·м^2·кг$^{-2}$). Сила тяготения не нуждается в непосредственном контакте тела с Землей.

Все реальные твердые тела под действием внешних сил меняют свои линейные размеры и объем. Такие изменения называют *деформацией* твердого тела. Под действием внешних сил происходит смещения частичек (атомов), которые составляют тело, из них равновесных положений. Силы взаимодействия этих частичек, которые возникают, препятствуют деформации тела. Эти внутренние силы называют *силами упругости.* Они уравновешивают внешние силы, которые приложены к телу. Если внешние силы не превосходят некоторую величину, которую называют *границей упругости твердого тела*, тогда деформации, которые возникают, будут упругими. Твердое тело, которое может выдерживать лишь упругие деформации, называют абсолютно упругим телом. Только для абсолютно упругих тел существует однозначная зависимость между внешними силами и деформациями, которые они вызывают:

$$F = k \cdot \Delta l, \quad (4.2)$$

где k – коэффициент упругости, Δl – абсолютная деформация (изменение длины стержня). Выражение (4.2) задает закон Гука, который часто записывают в таком виде:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon, \quad (4.3)$$

где $\sigma = \dfrac{F}{S}$ – механическое напряжение; S – площадь поперечного перерезь образца (стержня);

$\varepsilon = \dfrac{\Delta l}{l}$ – относительная деформация;

l – начальная длина стержня (4.2) и (4.3) – закон Гука для продольных деформаций. Е – модуль продольной упругости (модуль Юнга). Силы упругости имеют (в основном) электромагнитное происхождение.

Силы трения. Различают внешнее (сухое) трение и внутреннее (вяжущее) трение. Внешнее трение возникает между контактирующими поверхностями двух разных тел, внутреннее – между частями одного и того же тела (между пластами жидкости, газа). Силы трения, равно как и силы упругости имеют электромагнитное происхождение.

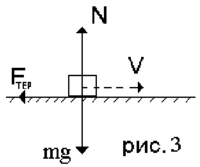


рис. 3

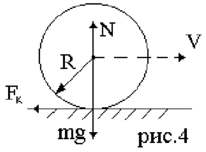


рис.4

Различают три вида сил сухого трения: сила трения покоя, сила трения скольжения, сила трения катания.

Сила трения скольжения (рис. 3):

$F_C = \mu \cdot F_n = \mu \cdot N$,

где F_n – сила, с которой тело действует на поверхность (сила нормального давления); N – сила нормальной реакции поверхности (согласно третьему закону Ньютона численно $F_n = N$); μ – коэффициент трения скольжения. $\vec{F}_C$ направлена по касательной к поверхностям, которые находятся в контакте, в сторону, противоположную их относительной скорости.

Сила трения качения (рис. 4): $F_K = f\dfrac{N}{R}$, где R – радиус цилиндра, который катится, f – коэффициент трения качения, который имеет размерность длины.

Сила вязкого трения зависит от скорости движения тела в среде. При малых скоростях $\vec{F}_B = -k_1 \cdot \vec{V}$. При больших скоростях $\vec{F}_B = -k_2 \cdot V^2 \cdot \vec{e}_V$. Здесь $\vec{e}_V$ – орт скорости. Коэффициенты k_1 и k_2 зависят от размеров и формы твердого тела, состояния его поверхности, а также свойств среды.

1.2.2. Законы Ньютона

Законы Ньютона установлены экспериментально.

Первый закон Ньютона: *существуют такие (инерциальные) системы отсчета, в которых тело покоится или двигается прямолинейно и равномерно, если на него бездействуют другие тела (силы) или же действие других тел (сил) компенсируется.* Свойство тела сохранять состояние покоя или прямолинейного равномерного движения называют *инертностью*. Первый закон Ньютона называют поэтому законом инерции.

Второй закон Ньютона: $\vec{a} = \dfrac{\vec{F}}{m}$ – *ускорение* $\vec{a}$ *прямо пропорционально силе* $\vec{F}$ *, которая действует на тело, и обратно пропорциональное массе тела m.*

Масса – скалярная физическая величина, которая характеризует объект (тело) и является мерой инертности тела в поступательном движении (инертная масса). Чем большая масса тела, тем большую силу необходимо приложить для того, чтобы, сообщить телу заданное ускорение.

Если на тело действуют несколько сил, то

Равняется нулю сумма: $\oint \dfrac{dQ}{T} = 0$ (35.1)

Подинтегральная функция (выражение) в (35.1) является полным дифференциалом некоторой функции состояния. Эта функция называется *энтропией системы*; обозначается S.

$$dS = \frac{dQ}{T},$$

где T – температура, при которой осуществляется теплообмен на соответствующему бесконечно маленьком участке. Из (35.1) вытекает, что для обратимых процессов $\Delta S = 0$.

В общем случае: $\Delta S \geq 0$ – (35.2)

- энтропия замкнутой системы не уменьшается – II начало термодинамики – *неравенство Клаузиуса.*

II начало термодинамики определяет "правила игры" с энергетической "точки зрения" относительно тепловых процессов. Но оно не указывает, какие из безграничного количества процессов, протекающие с соблюдением закона сохранения энергии, более вероятные, а какие – менее вероятные. II начало отвечает на этот вопрос. В замкнутой системе вероятными есть только такие процессы, в которых энтропия системы не уменьшается.

Определяющей в уравнениях термодинамики есть не самая энтропия, а различие энтропий.

Изменение энтропии идеального газа:

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{dQ}{T} = \int_1^2 \frac{C_V \cdot \nu\, dT + P\, dV}{T} = C_V \nu \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} + \int_{V_1}^{V_2} \frac{\nu RT\, dV}{VT} =$$

$$= C_V \nu \ln\frac{T_2}{T_1} + \nu R \ln\frac{V_2}{V_1}.$$

В адиабатном процессе: $dQ = 0 \Rightarrow dS = 0 \Rightarrow S = const$. *Адиабатный процесс* – процесс, который проходит при неизменной энтропии (изоэнтропийный).

Используя методы статистической физики, Больцман получил относительно энтропии выражение: $S = k \ln W$, (35.3)

где k – стала Больцмана; W – термодинамическая вероятность, которая равняется числу возможных микросостояний, соответствующих заданному макросостоянию.

W>>1, т.е. W – это не математическая вероятность. Чем большая W, тем большая вероятность соответствующего макросостояния. Закон роста энтропии означает, что замкнутая система стремится к наиболее вероятному состоянию.

Другие формулирования II начала термодинамики:

1. невозможный круговой процесс, единственным результатом которого являются превращения теплоты в эквивалентную ей работу (по Кельвину).
2. невозможный круговой процесс, единственным результатом которого является передача теплоты от менее нагретого тела к более нагретому (по Клазиусу).

5. Опишите адиабатический процесс.

Задания для самостоятельной работы
1. Изучить материал лекции.
2. Ответить на контрольные вопросы.

Рекомендованная литература по теме лекции: [1, 2, 3]

ЛЕКЦИЯ 9. Второе начало термодинамики. Энтропия.

План лекции
1. Обратимые и необратимые процессы. Циклы.
2. Энтропия. II и III начала термодинамики.

3.2. Второе начало термодинамики.
3.2.1. Обратимые и необратимые процессы. Циклы.

Равновесным называется процесс, который можно представить как последовательность равновесных состояний, которые меняют друг друга. *Обратимым* называется процесс, который проходит как в прямом, так и в обратном направлении, и при этом как в самой системе, так и в окружающей среде не наблюдается остаточных изменений. Как равновесные, так и обратимые процессы – это идеализированные модели реальных процессов. Замкнутый процесс (цикл) – такой процесс (последовательность процессов), в результате которого система возвращается в первоначальное состояние.

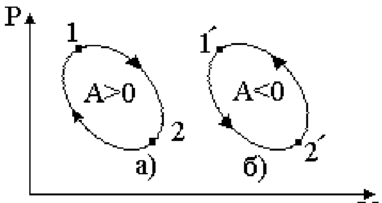


рис.23

Цикл, который проходит "по часовой стрелке" (рис. 23.а), называется *прямым циклом*. Здесь работа за цикл положительная. Используется в тепловых двигателях. Цикл (рис. 23.б), в котором работа за цикл отрицательная, называется *обратным циклом*. Используется в холодильниках, тепловых насосах.

Первое начало термодинамики для цикла: $Q = A$ (поскольку $\Delta U = 0$). Учтем, что на протяжении цикла система как получает теплоту (Q_1), так и отдает (Q_2). Тогда $A = Q1 - Q2$ – работа за цикл равняется алгебраической сумме теплот.

КПД прямого цикла: $\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$ (34.1)

3.2.2. Энтропия. II и III начала термодинамики.

Количество теплоты (теплота) не является функцией состояния системы и полная теплота за цикл не равняется нулю: $\oint dQ \neq 0$.

$\vec{F} == \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... + \vec{F}_n = \sum \vec{F}_i$ – результирующая сила.

Дальше, поскольку $\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d^2\vec{x}}{dt^2} = \ddot{\vec{x}}$, тогда второй закон Ньютона принимает вид:

$$m\ddot{\vec{x}} = \vec{F} . \qquad (5.1)$$

Уравнение (5.1) – *основное уравнение динамики точки*. В общем случае, когда масса тела m является функцией времени (движение с переменной массой), основной закон динамики имеет вид

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F}, \quad (5.2)$$

где величина $\vec{P} = m \cdot \vec{V}$ называется импульсом (количеством движения) материальной точки. Импульс $\vec{P}$ тела – основная динамическая характеристика поступательного движения тела. Изменение импульса ($d\vec{P}$) тела равняется импульсу силы ($\vec{F} \cdot dt$), которая действует на тело:

$$d\vec{P} = \vec{F}dt \qquad (5.3)$$

Третий закон Ньютона: $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$ – *силы, с которыми взаимодействуют два тела (тело 1 и тело 2), одинаковы по величине и противоположны по направлению.*

1.2.3. Закон сохранения импульса

Совокупность материальных точек (тел), которые рассматривают как единое целое, называется *механической системой*. Силы взаимодействия между материальными точками механической системы называются *внутренними*. Силы, с которыми на материальные точки системы действуют внешние тела, называются *внешними*. Механическая система тел, на которую не действуют внешние силы, называется *изолированной*. Изолированная система – физическая идеализация.

Рассмотрим систему трех тел. По второму закону Ньютона:

$$\frac{d\vec{P}_1}{dt} = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \vec{R}_1$$
$$\frac{d\vec{P}_2}{dt} = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{23} + \vec{R}_2 \qquad (6.1)$$
$$\frac{d\vec{P}_3}{dt} = \vec{F}_{31} + \vec{F}_{32} + \vec{R}_3$$

Здесь $\vec{F}_{ik}$ – сила, с которой тело номер k действует на тело номер i (внутренняя сила); $\vec{R}_i$ – результирующая внешних сил, которые действуют на тело номер i. Согласно третьего закона Ньютона $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$, $\vec{F}_{13} = -\vec{F}_{31}$ и т.д. Прибавляя уравнение (6.1), получим:

$$\frac{d}{dt}(\vec{P}_1+\vec{P}_2+\vec{P}_3)=\vec{R}_1+\vec{R}_2+\vec{R}_3=\sum_{i=1}^{3}\vec{R}_i.$$

Если система тел изолирована, тогда $\sum\vec{R}_i=0$ и тогда

$\vec{P}_1+\vec{P}_2+\vec{P}_3=const$, или *полный импульс изолированной системы сохраняется.*

Центр масс системы – точка, радиус-вектор $\vec{r}_C$ которой определяется так:

$\vec{r}_C=\dfrac{\sum m_i\cdot\vec{r}_i}{M}$, где $M=\sum m_i$ – масса системы. Отсюда:

$$M\vec{r}_C=\sum m_i\vec{r}_i \qquad (6.2)$$

Равенство (6.2) дифференцируем дважды по t:

$$M\vec{V}_C=\vec{P}_C=\sum m_i\vec{V}_i=\sum\vec{P}_i\,, \qquad (6.3)$$

т.е. сумма импульсов тел системы равняется импульсу центра масс;

$$\frac{d\vec{P}_C}{dt}=\sum\frac{d\vec{P}_i}{dt} \text{ или } \frac{d\vec{P}_C}{dt}=\sum\vec{R}_i \; – \qquad (6.4)$$

– закон движения центра масс. Отсюда определение: *центр масс системы тел – это материальная точка, масса которой равняется сумме масс тел системы, на которую действует сила, которая равняется результирующей всех внешних сил, которые действуют на тела системы.*

1.2.4. Движение тел переменной массы

Рассмотрим движение ракеты. Пусть в момент времени t масса ракеты m, скорость $\vec{V}$. Через время dt соответственно $m–dm$ и $\vec{V}+d\vec{V}$. Изменение импульса системы ракета-топливо:

$$d\vec{P}=(m-dm)(\vec{V}+d\vec{V})+(\vec{V}+\vec{u})dm-m\vec{V}\,.$$

Здесь $\vec{u}$ – скорость продуктов сгорания относительно ракеты; dm – масса продуктов сгорания. Пренебрегая величиной $dm\cdot dV$, получим:

$$d\vec{P}=md\vec{V}+\vec{u}dm; \qquad md\vec{V}+\vec{u}dm=\vec{F}dt.$$

$$m\frac{d\vec{V}}{dt}=\vec{F}-\vec{u}\frac{dm}{dt} \text{ -} \qquad (7.1)$$

– *уравнение Мещерского.* $\vec{F}_p=-\vec{u}\dfrac{dm}{dt}$ – реактивная сила. Пусть внешние силы отсутствуют, тогда: $dV=-u\dfrac{dm}{m}$.

После интегрирования получим: $V=-u\cdot ln\,m+C$.

Начальные условия: при $t=0$ $V=0,$ $m=m_0$. Отсюда

1) $C=0\Rightarrow n=\gamma$.
2) $C=C_P\Rightarrow n=0\Rightarrow P=const$.
3) $C=\infty\Rightarrow n=1\Rightarrow PV=const$.

Методические указания и рекомендации.

- Термодинамика изучает физические процессы с точки зрения преобразования энергии, которые происходят с учетом двух форм ее передачи: работы и теплообмена. В отличие от молекулярно-кинетической теории, термодинамика изучает макроскопические свойства тел, оставляя без внимания их внутреннее строение.
- В основе термодинамики лежит несколько фундаментальных законов, которые называют началами термодинамики и которые являются обобщением результатов многочисленных исследовательских фактов. Вследствие этого выводы термодинамики имеют довольно общий характер.
- Первое начало термодинамики является обобщающим законом сохранения и преобразование энергии, сформулированным относительно процессов, в которых принимает участие теплота.

Примеры решения задач.

Пример 8. В цилиндрическом сосуде с площадью основания S=250 см^2 есть m=10 г азота, сжатого поршнем, на котором лежит груз массой M=12,5 кг. Какую работу выполняет газ при нагревании его от 25°С до 625°С? Насколько увеличится при этом объем газа? Атмосферная давление $p_0=1атм$.

*Дано: S=*250 см^2 *= 2,5·10^{-4} м^3, m = 10 г = 0,1 кг, M = 12,5 кг, T_1 = 298°К, T_2=898°К, p_0 = 1 атм = 1,01·10^{5}Па.*

Найти: A - ?, ΔV - ?

Решение.

Давление газа под поршнем постоянный и равняется : $P=P_0+\dfrac{Mg}{S}$.

Работа газа по подниманию поршня

$$A=F(h_2-h_1)=Ps(h_2-h_1)=P(V_2-V_1).$$

Записав изменение объема $\Delta V=V_2-V_1$ через изменение температуры газа (при постоянной давлении), с помощью уравнения газового состояния найдем:

$$A=\frac{m}{\mu}R(T_2-T_1)=1715\text{ Дж},$$

$$\Delta V=V_2-V_1=\frac{A}{P}=0.0167м^3$$

Контрольные вопросы.

1. Сформулируйте понятие «количество степеней свободы молекулы».
2. Как определяются внутренняя энергия и работа идеального газа?
3. Что такое теплота и теплоёмкость?
4. Сформулируйте первое начало термодинамики.

Теплоемкость процесса: $C_T = \dfrac{dQ}{dT} = \dfrac{dQ}{0} = \infty.$

3.1.4. Адиабатический процесс.

Адиабатический процесс – процесс, который проходит без теплообмена с окружающей средой: $dq = 0$. Хорошим приближением адиабатического процесса является быстрое расширение или сжатие газа в теплоизолированном сосуде.

Рассмотрим для одного моля I начало термодинамики:

$$0 = C_V dT + P\,dV \tag{33.1}$$

Уравнение состояния: $PV = RT$ (33.2)

Дифференцируем уравнение (33.2): $P\,dV + V\,dP = R\,dT$. Отсюда:

$$dT = \frac{P}{R}dV + \frac{V}{R}dP \tag{33.3}$$

(33.3) подставляем в (33.1), получаем:

$$0 = C_V\frac{P}{R}dV + C_V\frac{V}{R}dP + P\,dV;$$

$$C_V\frac{V}{R}dP = -\left(\frac{C_V}{R} + 1\right)P\,dV;$$

$$C_V\frac{V}{R}dP = -\frac{C_P}{R}P\,dV.$$

Введем $\gamma = \dfrac{C_P}{C_V}$. Отделяем переменные, интегрируем:

$$\int_{P_1}^{P_2}\frac{dP}{P} = -\gamma\int_{V_1}^{V_2}\frac{dV}{V}; \qquad \ln\frac{P_2}{P_1} = -\gamma\ln\frac{V_2}{V_1}; \qquad \ln\frac{P_2}{P_1} = \ln\left[\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma}\right].$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma}; \qquad P_2\cdot V_2^{\gamma} = P_1\cdot V_1^{\gamma};$$

$$P\cdot V^{\gamma} = const - \tag{33.4}$$

- уравнение адиабаты – *уравнение Пуассона.*

Уравнение Пуассона может быть записано в других видах:

$$PV = RT \Rightarrow \frac{RT}{V}V^{\gamma} = const \Rightarrow TV^{\gamma-1} = const \quad i\ m.n.$$

Работа адиабатного процесса: $dA = -dU$.

Рассмотренные процессы (изотерма, изохора, изобара, адиабата) можно описать одним уравнениям: $P\cdot V^{n} = const -$ (33.5)

- уравнение *политропного процесса. n* – показатель политропы:

$n = \dfrac{C - C_P}{C - C_V}$, где C – теплоемкость процесса.

$C = u\cdot ln\,m_0$. Итак: $\quad V = u\cdot ln\dfrac{m_0}{m}$ - *уравнение Циолковского.* (7.2)

1.2.5. Неинерциальные системы отсчета

Законы Ньютона выполняются только в инерциальных системах отсчета. Система отсчета, которая двигается относительно инерциальной системы с ускорением, называется *неинерциальной*. Законы динамики можно применять для неинерциальных систем, если кроме сил, вызванных влиянием тел одно на одно, ввести к рассмотрению силы особого рода – так называемые *силы инерции*. Тогда второй закон Ньютона будет справедливым для каждой системы отсчета:

$$m\vec{a}_{ОТН} = \vec{F} + \vec{F}_{ИН} \tag{8.1}$$

где $\vec{a}_{ОТН}$ – ускорение тела в неинерциальной системе отсчета, которую рассматриваем.

1. Пусть система отсчета двигается поступательно с ускорением $\vec{a}_{ПЕРЕН}$, тогда сила инерции: $\vec{F}_{ИН} = -m\vec{a}_{ПЕРЕН}$.

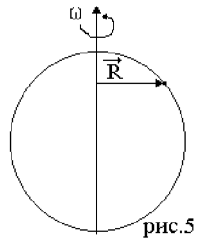


рис.5

2. Система отсчета вращается с угловой скоростью $\vec{\omega}$; тело покоїться в этой системе отсчета. В этом случае сила инерции называется *центробежной силой* инерции. Она равняется (рис.5): $\vec{F}_{\text{вiд}} = m\omega^2\vec{R}.$

3. Система отсчета вращается с угловой скоростью $\vec{\omega}$; тело двигается относительно этой системы со скоростью $\vec{V}_{ОТН}$. В этом случае появляется еще одна сила инерции, которую называют *силой Кориолиса*: $\vec{F}_{кор} = 2m\left[\vec{V}_{ОТН}\vec{\omega}\right]$.

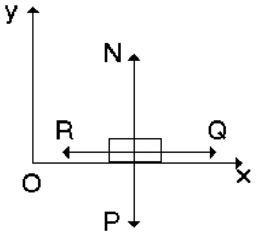
В общем случае получим уравнение относительного движения:

$$m\vec{a}_{ОТН} = \vec{F} - m\vec{a}_{ПЕРЕН} + \vec{F}_{ОТН} + \vec{F}_{КОР}\,.$$

Методические указания и рекомендации

- Внимательно прочитайте и проанализируйте раздел – это поможет вам при изучении дисциплин "Теоретическая механика", "Прикладная механика".
- Упругое твердое тело – это идеализированная модель; закон Гука описывает деформации моделей, а не реальных тел.
- Третий закон Ньютона является следствием принятой в классической механике концепции дальнодействия: взаимодействие распространяется мгновенно.

Примеры решения задач



Пример 2. Груз массой $m = 2$ *кг* двигается прямолинейно по горизонтальной поверхности. На груз действует постоянная сила $Q = 0{,}4$ *Н*, направленная в сторону движения, и сила сопротивления $R = \alpha v$, пропорциональная скорости, где $\alpha = 0{,}1$ *Н·с/г*. Начальная скорость груза равняется нулю. Найти закон движения груза.

Решение. Данная задача – это *II задача механики*.

Изображаем груз в произвольном положении. Показываем действующие на груз силы. Вводим координатные оси. Начало координат поместим в точку, где находится груз в начальный момент времени (момент $t_0 = 0$). Составляем уравнение движения груза в проекции на ось x:

$$m \cdot \frac{dV}{dt} = Q_X + R_X + N_X + P_X .$$

Здесь мы учли, что $Vx = V$. Дальше, потому что $Qx = Q$, $Rx = -R$, $Nx = Px = 0$, получаем: $m\dfrac{dV}{dt} = Q - \alpha V.$ (1)

Уравнение (1) – это дифференциальное уравнение с переменными, которые можно разделить. Преобразуем его: $\dfrac{dV}{V - \frac{Q}{\alpha}} = -\dfrac{\alpha}{m} dt.$

Интегрируем: $$\int \frac{dV}{V - \frac{Q}{\alpha}} = -\frac{\alpha}{m}\int dt;$$

$$\ln(V - \frac{Q}{\alpha}) = -\frac{\alpha}{m} t + \ln C_1 .$$

Отсюда: $V = \dfrac{dx}{dt} = \dfrac{Q}{\alpha} + C_1 \cdot e^{-\frac{\alpha}{m}t}$ (2)

$$dx = \left[\frac{Q}{\alpha} + C_1 \cdot e^{-\frac{\alpha}{m}t}\right] dt.$$

Интегрируем, получаем: $x = \dfrac{Q}{\alpha} t - C_1 \cdot \dfrac{m}{\alpha} e^{-\frac{\alpha}{m}t} + C_2$ (3)

Постоянные интегрирования C_1 и C_2 находим из начальных условий.

При $t = 0$ $V = V_0 = 0$. С (2) получаем:

$$0 = \frac{Q}{\alpha} + C_1; \qquad C_1 = -\frac{Q}{\alpha}.$$

При $t = 0$ $x = x_0 = 0$. С (3) получаем:

$$0 = -C_1 \cdot \frac{m}{\alpha} + C_2. \qquad C_2 = C_1 \cdot \frac{m}{\alpha} = -\frac{Q \cdot m}{\alpha^2}.$$

Уравнение (3) принимает вид:

теплота, которая передаётся газу, тратится на увеличение внутренней энергии газа плюс работа, которая выполняется газом при изменении его объема.

Поскольку работа не является однозначной функцией состояния (A – функция процесса), тому прирост A нельзя характеризовать полным дифференциалом, и правильная запись первого начала следующая:

$$\delta Q = dU + \delta A \qquad (31.2)$$

Теплоемкость тела $C_T = \dfrac{dQ}{dT}$ - величина, численно равная количеству теплоты, которую необходимо передать телу для нагревания его на *1°К*. Вводим также удельную $C_{уд}$ и молярную C_m теплоемкости:

$$C_{уд} = \frac{dQ}{m\,dT}; \qquad C_m = \frac{dQ}{\nu\,dT}. \qquad (31.3)$$

Теплоемкости (молярная и др.) зависят от вида процесса. Рассмотрим для $\nu = 1$*моль* теплоемкости при постоянном объеме (C_V) и при постоянном давлении (C_P).

$V = const$: $\delta A = 0$; $dQ_V = C_V\, dT = dU_m$.

$P = const$: $dQ_P = dU_m + P\,dV$.

Уравнение состояния для 1 моля: $PV = RT$.

При $P = const$: $P\,dV = R\,dT$. *Тоді*: $C_P = \dfrac{dU_m}{dT} + \dfrac{R\,dT}{dT} = \dfrac{dU_m}{dT} + R;$

$$C_P = C_V + R \text{ -} \qquad (31.4)$$

- уравнение Маера – связь молярных теплоёмкостей.

Поскольку $dU = \dfrac{i}{2}\nu R\,dT$, *тогда* $C_V = \dfrac{dU}{\nu\,dT} = \dfrac{i}{2}R;$ $\quad C_P = \dfrac{i+2}{2}R.$

3.1.3. Применение первого начала.

Рассмотрим подробнее применение первого начала термодинамики к некоторым процессам в газах.

$$dQ = \nu C_V\, dT + P\,dV \qquad (32.1)$$

1) $V = const$: $dQ_V = dU = \nu C_V\, dT$

2) $P = const$: $PV = \nu RT$;

$$P\,dV = \nu R\,dT; \; A = \int_{V_1}^{V_2} P\,dV = P(V_2 - V_1) = \int_{T_1}^{T_2} \nu R\,dT = \nu R(T_2 - T_1).$$

$$dQ_P = \nu C_V\, dT + \nu R\,dT = \nu(C_V + R)dT.$$

3) $T = const$: $dT = 0$. $dU = 0$. $dQ_T = P\,dV$.

$$P = \nu RT \cdot \frac{1}{V}; \quad A = \int P\,dV = \nu RT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \nu RT \ln\frac{V_2}{V_1}.$$

движения молекул относительно их общего центра масс.

*Количество степеней свободы молекулы **и*** – это то число независимых координат, с помощью которых можно полностью описать движение молекулы. Одноатомная молекула – материальная точка (модель). Движение точки только поступательное; независимых координат три (*x, y, z*); число степеней свободы равно трем $i_{пост}=3$. Двухатомная молекула – жесткая "гантелька" (модель). $и = i_{пост}+i_{вращат}$. $i_{пост} = 3$, $i_{вращат} = 2$, $и = 5$. Трехатомная (и больше): $i_{пост} = 3$, $i_{вращат} = 3$, $и = 6$. При выводе основного уравнения молекулярно-кинетической теории получили выражение для средней кинетической энергии поступательного движения одной молекулы:

$<\varepsilon_n> = \frac{3}{2}kT$. Максвелл: распределение энергии по степеням свободы равномерное. Поступательное движение описывается тремя степенями свободы, значит, средняя энергия, которая приходится на одну степень свободы:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{3} <\varepsilon_n> = \frac{1}{2}kT.$$

Тогда средняя кинетическая энергия движения молекулы:

$$<\varepsilon> = 0{,}5ikT.$$

Внутренняя энергия идеального газа:

$$U = <\varepsilon> N = <\varepsilon> \nu N_a = 0{,}5ikT\nu N_a = 0{,}5i\nu RT \qquad (30.1)$$

Найдем работу, которую осуществляют силы давления газа при изменении объема газа.

Газ в цилиндре закрыт подвижным поршнем (рис. 21). При перемещении поршня сила F давления газа осуществляет работу:

$$dA = F\,dx = PS\,dx = P\,d(Sx) = P\,dV.$$

При конечном изменении объема от V_1 до V_2 (рис. 22) работа A равна площади криволинейной трапеции:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} P\,dV \qquad (30.2)$$

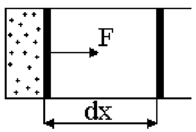


рис.21

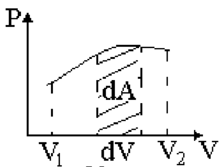


рис.22

3.1.2. Первое начало. Теплоемкость.

Изменение внутренней энергии газа возможно как в результате теплообмена, так и вследствие выполнения работы. *Количество теплоты (теплота)* – мера энергии, которая передается или получается в процессе теплообмена.

Первое начало термодинамики – закон сохранения энергии для процессов теплообмена и выполнение работы:

$$dQ = dU + dA \text{ -} \qquad (31.1)$$

$$x = \frac{Q}{\alpha}t + \frac{Q\cdot m}{\alpha^2}\cdot\left[e^{-\frac{\alpha}{m}t} - 1\right].$$

Подставляя числовые значения, окончательно получаем закон движения груза:

$$x = 4t + 80\cdot\left[e^{-0{,}05t} - 1\right]$$

Контрольные вопросы.

1. Что изучает динамика?
2. Сформулируйте основные законы динамики.

Задания для самостоятельной работы

1. Изучить материал лекции.
2. Ответить на контрольные вопросы.

Рекомендованная литература по теме лекции: [1, 2, 3]

ЛЕКЦИЯ 3. Работа и энергия.

1.3. Энергия и работа

План лекции

1. Энергия. Механическая работа. Мощность.
2. Кинетическая энергия.
3. Консервативные силы. Потенциальная энергия.
4. Закон сохранения энергии в механике.
5. Применение законов сохранения к столкновениям тел.

Энергия – универсальная количественная мера всех форм движения и взаимодействия физических объектов. В частности, механическому движению и некоторым механическим взаимодействиям отвечает *механическая энергия*.

Работа, выполнение работы – процесс, в котором происходит изменение и преобразования энергии. Работа как физическая величина, является количественной мерой этого изменения, преобразование. Работа как физический термин, одновременно обозначает физический процесс и физическую величину – характеристику этого процесса.

1.3.1. Работа.

Работа A как физическая величина: работа силы $\vec{F}$ на перемещении $\vec{S}$:

$$A = \vec{F}\cdot\vec{S} = FS\cos\alpha = F_S\cdot S \qquad (1.3.1)$$

В дальнейшем обозначение: $F_S = F$. Формула (1.3.1) определяет A в случае $F = const$, $\alpha = const$.

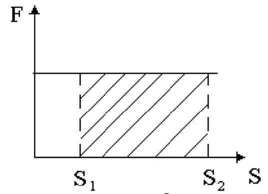


рис.6

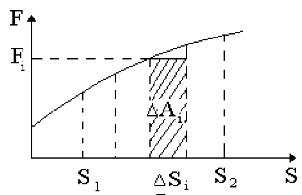


рис.7

Графически работа A определяется как площадь прямоугольника со сторонами F и $S = S_2 - S_1$ (рис. 6). Работа переменной силы (рис. 7): $\Delta A_i \approx F_i \cdot \Delta S_i$.

$$A \approx \sum_{i=1}^{n} F_i \cdot \Delta S_i. \qquad A = \lim_{\Delta S \to 0} \sum F_i \cdot \Delta S_i = \int_{S_1}^{S_2} F\, dS \qquad (9.2)$$

Мощность (по определению): $N = \dfrac{dA}{dt}$ – скалярная физическая величина, которая характеризует скорость протекания процесса осуществления работы. N – характеристика процесса. Мощность, которую развивает сила F:

$$dA = F\, dS; \quad \frac{dA}{dt} = N = F\frac{dS}{dt} = FV; \quad N_{сер} = FV_{сер}.$$

1.3.2. Кинетическая энергия

В механике рассматривается механическое движение, количественной мерой которого является кинетическая энергия тела $E_к$, которое двигается, равняется работе, которую необходимо выполнить, чтобы послужить причиной этого движения:

$$E_K = A = \int F\, dS = \int ma\, dS = m\int \frac{dV}{dt} dS = m\int \frac{dS}{dt} dV = \int_0^V mV\, dV = \frac{mV^2}{2}$$

Кинетическая энергия – величина аддитивная, то есть E_K системы тел равняется сумме $E_{КИН}$ тел, которые входят в систему.

Th: Изменение кинетической энергии тела (системы) равняется сумме работ всех сил, которые действуют на тело (систему):

$$A = m\int_{V_1}^{V_2} V\, dV = \frac{mV_2^2}{2} - \frac{mV_1^2}{2}; \qquad \Delta E_K = A; \qquad dE_K = dA$$

1.3.3. Потенциальная энергия

Консервативной (потенциальной) называется такая сила, работа которой не зависит от формы пути; работа по замкнутому пути равняется нулю.

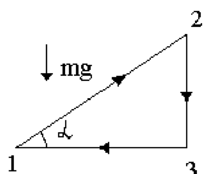


рис.8

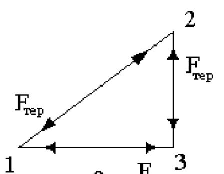


рис.9

В механике рассматриваются три силы: гравитационные силы, упругие силы и силы трения (сопротивления). Консервативными есть гравитационные и упругие силы. Силы трения неконсервативные.

Докажем, что сила тяготения консервативная (рис.8). $F_T = mg$. Тело пере-

Или $\qquad m = \dfrac{M}{1 - \dfrac{T}{T_1}}$.

Тогда для объема аэростата имеем:

$$V = \frac{mRT}{\mu P} = \frac{MRT}{\mu(1 - \dfrac{T}{T_1})P} = 985 м^3.$$

Контрольные вопросы.

1. Сформулируйте принцип молекулярно-кинетического (статистического) и термодинамического методов исследования.
2. Что такое идеальный газ?
3. Запишите уравнение состояния идеального газа.
4. Запишите функцию Максвелла распределения молекул по скоростям.
5. Запишите распределение Больцмана.
6. Опишите процессы переноса.

Задания для самостоятельной работы

1. Изучить материал лекции.
2. Ответить на контрольные вопросы.

Рекомендованная литература по теме лекции: [1, 2, 3]

РАЗДЕЛ 3. ТЕРМОДИНАМИКА.

ЛЕКЦИЯ 8. Первое начало термодинамики.

План лекции

1. Внутренняя энергия. Работа.
2. Первое начало термодинамики. Теплоемкость.
3. Применение первого начала термодинамики.
4. Адиабатический процесс.

3.1. Первое начало (первый закон) термодинамики.

3.1.1. Внутренняя энергия. Работа.

Внутренняя энергия газа (а также какой-нибудь другой системы тел) включает у себя суммарную кинетическую энергию движения молекул относительно их общего центра масс, потенциальную энергию взаимодействия молекул, а также внутренне молекулярную энергию. К внутренней энергии не входит кинетическая энергия движения газа как целого, а также потенциальная энергия газа во внешнем силовом поле. В процессах, которые рассматриваются (теплообмен, осуществление работы), состав молекул не меняется, не меняется внутренне молекулярная энергия, значит, ее учитывать не надо.

Внутренняя энергия идеального газа – суммарная кинетическая энергия

Внутреннее трение – процесс переноса импульса в термодинамически неравновесных системах.

$$j_P = -\eta \frac{\partial \upsilon}{\partial x}, \qquad (29.5)$$

где jp – плотность потока импульса – величина, численно равная импульсу, который переносится через единичную плоскость, которая перпендикулярна оси x за единицу времени.

Коэффициент внутреннего трения: $\eta = \frac{1}{3}\rho < \upsilon >< l >$. (29.6)

Из (29.5) получаем силу внутреннего трения:

$$F = \eta \cdot \left|\frac{d\upsilon}{dx}\right| \cdot S, \qquad (29.7)$$

где S – площадь столкновения поверхностей.

(29.1) – закон Фурье; (29.3) – закон Фика; (29.7) – закон Ньютона.

Методические указания и рекомендации.

- Молекулярная физика рассматривает явления, которые являются результатом совокупного действия многих частичек. Эти явления, в которых принимает участие огромное количество частичек, подлежат законам больших чисел, или, иначе, законам статистики.
- Совокупность большого числа молекул имеет свойству, которых нет у каждой молекулы отдельно. Такими свойствами совокупности есть, например, давление, температура, теплопроводность, вязкость, и т.п. Тому рух такой совокупности молекул есть уже новой, качественно отличной от механической, формой движения, хотя движение каждой молекулы подлежит законам механики.

Примеры решения задач.

***Пример** 7.* Аэростат наполнен водородом при температуре $t = 15^0 C$ и давлении *1 атм*. При неизменном давлении атмосферы под влиянием солнечной радиации его температура повысилась до t_1, а излишек газа M вышел сквозь клапан, вследствие чего вес аэростата с газом уменьшился на $M = 6$ *кг*. Определить объем аэростата V.

Дано: $T = 15^0 C + 273 = 288\ K$, $T_1 = 37^0 C + 273 = 310\ K$,

p = 1 атм = $1{,}01 \cdot 10^5$ *Па, M = 6 кг*

Найти: V - ?

Решение.

Применяя уравнение газового состояния к водороду, который будет в аэростате до и после нагревания, имеем

$$PV = \frac{m}{\mu} RT \ ; \ PV = \frac{m_1}{\mu} RT_1$$

Откуда: $mT = m_1 T_1$

Ведь: $m - m_1 = m\left(1 - \frac{T}{T_1}\right) = M$

мещает по замкнутому пути 1→2→3→1. Работа силы тяготения:

$$A = A_{12} + A_{23} + A_{31} = mgS_{12}\cos(90^\circ + \alpha) + mgS_{23}\cos 0^\circ + mg\,S_{31}\cos 90^\circ =$$

$$= -mgS_{12}\sin\alpha + mgS_{23} = -mgS_{23} + mgS_{23} = 0.$$

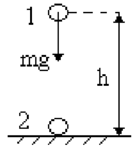
Покажем, что сила трения неконсервативная (рис. 9).

F_{TP} – модуль силы трения.

Работа: $A_{TP} = A_{12} + A_{23} + A_{31} = -F_{TP}S_{12} - F_{TP}S_{23} - F_{TP}S_{31} < 0.$

$A_{TP} \neq 0.$

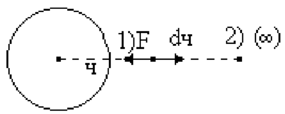
Потенциальная энергия $E_П$ (U, $W_П$) – энергия, которой обладает система тел, которые взаимодействуют с помощью консервативных сил, или же тело во внешнем силовом потенциальном поле (поле консервативных сил). $E_П$ определяется характером взаимодействия и конфигурацией системы. $E_П$ зависит от выбора нулевой конфигурации (расположение тел, которое отвечает нулевому уровню $E_П$). $E_П$ системы в заданной конфигурации равняется работе внутренних консервативных сил системы по переводу ее из заданной конфигурации в нулевую.



1) $E_П$ гравитационных взаимодействий.

1а) $E_П = A_{12} = mgS_{12}\cos 0^0 = mgS_{12} = mgh.$

Это приближено рассматривание.



1б). $F = G\frac{mM}{r^2}$.

Нулевая конфигурация:

$F \to 0$ *при* $r \to \infty$.

$$dA = F\,d\text{ч}\cos 180^\circ = -GmM\frac{dr}{r^2}.$$

$E_П$ гравитационных взаимодействий:

$$E_{П1} = A_{1\infty} = -GmM\int_r^\infty \frac{dr}{r^2} = G\,mM\,\frac{1}{r}\Big|_r^\infty = -G\frac{mM}{r}.$$

$$E_{П1} - E_{П2} = A_{12}. \quad -\Delta E_П = A; \quad dA_{внутр}^{конс} = -dE_П.$$

2). $E_П$ упругих деформаций (на примере пружины).

$F = -kx$. Нулевая конфигурация: $x = 0$.

$$E_П = \int_X^0 (-kx)dx = k\int_0^X x\,dx = \frac{kx^2}{2}. \qquad E_П = \frac{1}{2}kx \cdot x = \frac{1}{2}Fx.$$

$$\frac{F}{S} = E \cdot \varepsilon; \qquad E_П = \frac{1}{2}\cdot\frac{F}{S}\cdot\frac{\Delta l}{l_0}\cdot S \cdot l_0 = \frac{1}{2}\sigma\varepsilon V.$$

Объемная плотность энергии: $W = \frac{E_П}{V} = \frac{1}{2}\sigma\varepsilon = \frac{\sigma^2}{2E}$,

$\sigma = \frac{F}{S}$ – механическое напряжение, E – модуль Юнга.

1.3.4. Механическая энергия изолированной консервативной системы

Запишем для системы тел *теорему об изменении кинетической энергии*:

$dE_K = dA = dA_K + dA_{НК} + dA^e = -dE_П + dA_{НК} + dA^e$.

Здесь: dA_K - работа внутренних консервативных сил;

$dA_{НК}$ – работа внутренних неконсервативных сил;

dA^e – работа внешних сил.

Отсюда получим: $d(E_К + E_П) = dA_{НК} + dA^e$.

Консервативной (потенциальной) называют такую систему, внутренние силы которой консервативные. Если система заперта ($dA^e = 0$) и консервативная ($dA_{НК} = 0$), тогда $d(E_K + E_П) = 0$. Итак: $E_K + E_П = const$ - *полная механическая энергия запертой консервативной системы хранится.*

1.3.5. Удар

Ударом называется столкновения тел, при которому за очень малый промежуток времени происходит существенное изменение скоростей тел. *Линией удара* называется общая нормаль, которая проведена к поверхности двух тел, которые соударяются, в городе их столкновение при ударе. Удар называется *центральным*, если в момент удара центры масс тел, которые сталкиваются, находятся на линии удара. Удар называется *прямым*, если скорости центров масс тел, которые сталкиваются, перед ударом направленные параллельно линии удара. В противоположном случае удар называется *косым*.

При ударе тела деформируются, и в местах столкновения возникают силы (*ударные силы*), которые действуют кратковременно, но есть очень существенными. Эти силы, как правило, значительно превосходят внешние силы, так что на время удара систему тел, которые соударяются, приближенно считают запертой.

Рассмотрим столкновение двух тел массами m_1 и m_2. Систему на время столкновения приближенно считаем запертой.

Абсолютно упругий удар (идеализация): к и после удара тела двигаются отдельно. Импульс и механическая энергия хранится.

$$m_1\vec{V}_1 + m_2\vec{V}_2 = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2$$

$$\frac{1}{2}m_1V_1^2 + \frac{1}{2}m_2V_2^2 = \frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2$$

Здесь $\vec{V}_1;\vec{V}_2$ – скорости тел до удара; $\vec{u}_1;\vec{u}_2$ – соответственно после удара.

Частично упругий удар: до и после удара тела двигаются отдельно. Импульс сохраняется. Механическая энергия частично переходит во внутреннюю (тепловую).

$$m_1\vec{V}_1 + m_2\vec{V}_2 = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2$$

$$\frac{1}{2}m_1V_1^2 + \frac{1}{2}m_2V_2^2 = \frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2 + Q.$$

Среднее расстояние $<l>$, которое молекула проходит между двумя последовательными столкновениями, называется *средней длиной свободного пробега молекул.*

$$<l> = <\upsilon>\cdot<\tau> = \frac{<\upsilon>}{<z>},$$

где τ - среднее время между двумя последовательными столкновениями; z - среднее число столкновений за единицу времени. Введем d – *эффективный диаметр молекулы* – минимальное расстояние, на которое сближаются центры молекул (частичное отступление от модели точки) при столкновении.

Тогда $<z> = n\pi d^2 <\upsilon>$. Если учитывать движение других молекул (без вывода): $<z> = \sqrt{2}n\pi d^2 <\upsilon>$. Окончательно получаем:

$$<l> = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n} \qquad (28.4)$$

2.6. Явления переноса.

Явления, *процессы переноса* – процессы, которые наблюдаются в термодинамически неравновесных системах. Рассмотрим некоторые из этих процессов.

Теплопроводность – перенос энергии в виде теплоты. Уравнение теплопроводности: $j_E = -\lambda\dfrac{\partial T}{\partial x}$, (29.1)

где j_E - плотность потока тепла – величина, численно равная энергии, которая переносится через единичную плоскость (*1 м*^{2}), которая перпендикулярна оси x за единицу времени; $\dfrac{\partial T}{\partial x}$ - градиент температуры. Знак "–" означает, что тепловой поток направлен от точек с большей температурой T к точкам из меньшей T.

Коэффициент теплопроводности: $\lambda = \frac{1}{3}C_V\rho<\upsilon>\cdot<l>$, (29.2)

где ρ – плотность, C_V – удельная теплоемкость газа при постоянном объеме.

Диффузия – процесс выравнивания концентрации молекул (выравнивание плотности) в термодинамически неравновесных системах. Уравнение диффузии:

$$j_m = -D\frac{\partial\rho}{\partial x}, \qquad (29.3)$$

где jm – плотность потока массы – величина, численно равная массе вещества, которая переносится через единичную плоскость, которая перпендикулярна оси x за единицу времени; $\dfrac{\partial\rho}{\partial x}$ - градиент плотности.

Коэффициент диффузии (диффузия): $D = \frac{1}{3}<\upsilon>\cdot<l>$

(29.4)

Знак "–" в (29.3) означает, что поток массы направлен от точек с большей плотностью к точкам с меньшей плотностью.

$$\frac{1}{2}m_0 < \upsilon_{кв} >^2 = \frac{3}{2}kT.$$

$$< \upsilon_{кв} > = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$$

$$\upsilon_в < < \upsilon > < < \upsilon_{кв} >$$

От распределения по скоростям перейдем к распределению по энергиям.

$$\varepsilon = \frac{1}{2}m_0\upsilon^2;\ d\varepsilon = m_0\upsilon d\upsilon;\ \upsilon = \sqrt{\frac{2\varepsilon}{m_0}}.$$

$$f(\varepsilon) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}(kT)^{-\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{\varepsilon} \cdot \exp\left(-\frac{\varepsilon}{kT}\right) \cdot d\varepsilon.$$

Средняя кинетическая энергия движения молекулы: $< \varepsilon > = \int\limits_0^\infty \varepsilon \cdot f(\varepsilon)d\varepsilon = \frac{3}{2}kT.$

2.5. Распределение Больцмана.

Рассмотрим идеальный газ (атмосфера) в равновесном состоянии, но уже с учетом того, что он находится во внешнем силовом поле (поле тяготения). Давление запишем как гидростатический (весовой): $P = \rho g h.$ Продифференцируем: $dP = -\rho g dh.$ Ввели знак "–", поскольку с увеличением h давление P уменьшается. Плотность ρ выразим из уравнения Менделеева-Клапейрона:

$\rho = \frac{m}{V} = \frac{P\mu}{RT}$. Тогда:

$$dP = -g\frac{P\mu}{RT}dh;\ \frac{dP}{P} = -\frac{\mu g}{RT}dh.\ \int\limits_{P_0}^{P}\frac{dP}{P} = -\frac{\mu g}{RT}\int\limits_0^h dh;\ \ln\frac{P}{P_0} = -\frac{\mu gh}{RT}.$$

P_o – давление на нулевом уровне (уровень моря); P – давление на высоте h.

После потенцирования, получаем: $P = P_0 \cdot \exp\left(\frac{-\mu gh}{RT}\right)$ - (28.1)

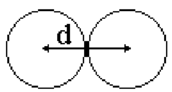
- *барометрическая формула.*

Давление связано с концентрацией n молекул: $P = nkT$ (28.2)

Подставляем (28.2) в (28.1): $nkT = n_0kT \cdot \exp\left(-\frac{m_0gh}{kT}\right)$

$$n = n_0 \cdot \exp\left(\frac{-W_n}{kT}\right) - \qquad (28.3)$$

- распределение Больцмана.



Q – количество теплоты, которая выделяется при ударе.

Абсолютно неупругий удар: до удара тела двигаются отдельно, после удара – вместе. Импульс сохраняется. Механическая энергия частично (или полностью) переходит во внутреннюю.

$$m_1\vec{V}_1 + m_2\vec{V}_2 = (m_1 + m_2)\vec{u}$$

$$\frac{1}{2}m_1V_1^2 + \frac{1}{2}m_2V_2^2 = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)u^2 + Q.$$

Обратный неупругий "удар" (выстрел, разрыв снаряда и т.п.): до "удара" – вместе, после – отдельно. Импульс сохраняется. Внутренняя энергия Q частично переходит в механическую.

$$(m_1 + m_2)\vec{V} = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2$$

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2 + Q = \frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2.$$

здесь Q – часть (не полностью!) внутренней энергии, которая перешла в механическую.

Методические указания и рекомендации.

- Вопрос, рассмотренные в этой главе, имеют чрезвычайный вес: мы будем постоянно обращаться к ним при дальнейшем изучении курса физики; они будут "преследовать" вас при изучении всех без исключения общеинженерных и специальных технических дисциплин.
- Обратите внимание на логическую структуру, убедительность и доказательность лекции: это, бесспорно, не самый высокий стандарт, но тот приблизительный уровень, к которому вы имеете стремиться в своей будущий педагогической деятельности.
- Потенциальная энергия, как количественная мера взаимодействия, имеет смысл лишь поэтому, что в классической механике была принята концепция дальнодействия.
- В результате неупругого прямого удара механическая энергия может полностью перейти в тепловую; в результате обратного неупругого "удара" тепловая энергия Q (внутренняя) лишь частично (и никогда полностью) не переходит в механическую. Почему наблюдается такая "асимметрия"? Запишите себе это вопросы. К нему мы еще вернемся.

Примеры решения задач.

Пример 3. Камень бросили из крыши дома высотой 20 м со скоростью 18 м/с. Определить работу по преодолению сопротивления воздуха, если известно, что к моменту удара об землю камень имел скорость 24 м/с. Масса камня равняется 50 г.

Дано: H = 20 м, V_0 = 18 м/с, V_2 = 24 м/с, m = 0,05 кг.

Найти: A_0 = ?

Решение

Применяем теорему об изменении кинетической энергии:

$T_2 - T_1 = Ac + A_m$, (1)

где $T_1 = \frac{1}{2}mV_1^2$; $T_2 = \frac{1}{2}mV_2^2$

Работу силы тяготения A_m находим через изменение потенциальной энергии. Нулевой уровень U – уровень земли.

Тогда: $A_m = -\Delta U = U_1 - U_2 = mgh$.

Теперь находим с (1):

$$A_0 = T_2 - T_1 - A_m = \frac{1}{2}m(V_2^2 - V_1^2) - mg = \frac{1}{2}\cdot 0{,}05\cdot(242-182) - 0.05\cdot 10\cdot 20 = -3{,}7 \text{ Дж.}$$

Контрольные вопросы.

1. Сформулируйте понятие «энергия»?
2. Сформулируйте понятие «работа»?
3. Какие существуют виды энергии?
4. Что такое «удар»? Как классифицируются удары.

Задания для самостоятельной работы

1. Изучить материал лекции.
2. Ответить на контрольные вопросы.

Рекомендованная литература по теме лекции: [1, 2, 3]

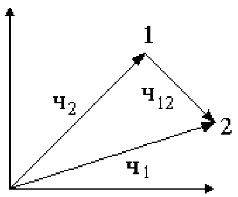
ЛЕКЦИЯ 4. Гравитационное поле

План лекции

1. Гравитационное поле и его характеристики.
2. Напряженность как градиент потенциала.
3. Потенциальная энергия системы.

1.4. Гравитационное поле

1.4.1. Гравитационное поле и его характеристики



Закон всемирного тяготения был сформулирован Ньютоном для тел, которые можно считать материальными точками:

$$\vec{F}_{12} = -G\frac{m_1 m_2}{ч_{12}^3}\cdot \vec{ч}_{12}.$$

$\vec{F}_{12}$ - сила, с которой точка *2* действует на точку *1*.

$\vec{r}_{12} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$.

Силы гравитационного взаимодействия – силы притягивания.

$$F_{12} = F_{21} = G\frac{m_1 m_2}{r_{12}^2} = G\frac{m_1 m_2}{r^2}, \qquad r = |\vec{r}_{12}| = |\vec{r}_{21}|.$$

Гравитационные силы – центральные силы, то есть силы, величина которых

дится в равновесном состоянии, поэтому устанавливается некоторое равновесное (неизменный с временем) распределение молекул по скоростям (энергиям).

Пусть на газ бездействуют внешние силы (в том числе и сила тяготения). Используя методы статистической физики, Максвел получил функцию *распределения молекул по скоростями*:

$$f(\upsilon) = 4\pi\left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}}\cdot \upsilon^2 \cdot \exp\left(-\frac{m_0\upsilon^2}{2kT}\right), \qquad (27.1)$$

где согласно к определению :

$f(\upsilon) = \frac{dN(\upsilon)}{N\cdot d\upsilon}$ - функция равняется относительному числу молекул $\frac{dN(\upsilon)}{dN}$, скорости которых лежат в пределах от υ *до* $\upsilon + d\upsilon$, рассчитанному на единичный интервал скоростей.

Из определения функции вытекает условие нормирования: $\int_0^\infty f(\upsilon)\,d\upsilon = 1$.

Здесь мы учли, что $\sum \Delta N(\upsilon_i) = N$ - число всех молекул, скорости которых лежат в интервале от *0* до ∞. Представим функцию так: $f(\upsilon) = A\upsilon^2\cdot\exp(-a\upsilon^2)$. Найдем *наиболее вероятную скорость* $\upsilon_в$ - это такая скорость, которой отвечает максимум функции $f(\upsilon)$:

$$\frac{df}{d\upsilon} = A\left[2\upsilon + \upsilon^2(-2a\upsilon)\right]\cdot\exp(-a\upsilon^2) = 0.$$

Отсюда: $\upsilon_в^2 = \frac{1}{a}$. $\upsilon_в = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}}$.

Найдем *среднюю арифметическую скорость.*

$$<\upsilon> = \frac{1}{N}\int_0^\infty \upsilon\cdot dN(\upsilon) = \int_0^\infty \upsilon f(\upsilon)\,d\upsilon = A\int_0^\infty \upsilon^3\cdot\exp(-a\upsilon^2)d\upsilon = \frac{A}{2a^2} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}}.$$

Найдем среднюю квадратичную скорость.

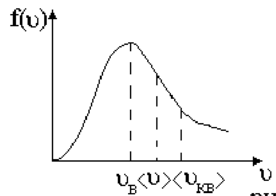


рис.20

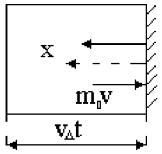


рис.19

Всего за время Δt со стенкой о взаимодействуют N молекул: $N=\frac{1}{6}n\upsilon\Delta t S$, где S площадь стенки (рис.19). Здесь мы учли, что все направления движений молекул вероятные; из общего количества *1/3* двигается вдоль оси *x*. Из этого числа половина двигается к стенке. Получаем:

$\frac{1}{6}n\upsilon\Delta t S\,2m_0\upsilon = F\cdot\Delta t,\ где\ F=\sum f$. Отсюда:

$$P=\frac{F}{S}=\frac{1}{3}n\cdot m_0\upsilon^2.$$

Молекулы имеют разные скорости. Примем: $\upsilon^2=<\upsilon_{кв}>^2$. Тогда

$$P=\frac{2}{3}n\frac{m_0<\upsilon_{кв}>^2}{2}=\frac{2}{3}n<\varepsilon_n>,$$

где $<\varepsilon_n>$ - средняя кинетическая энергия поступательного движения одной молекулы.

$$P=\frac{2}{3}n<\varepsilon_n> - \qquad (26.1)$$

- *основное уравнение молекулярно - кинетической теории* (МКТ). Помножим обе части уравнения (26.1) на объем V; учтем, что $n\cdot V=N;$ получим:

$$PV=\frac{2}{3}E_{пост}, \qquad (26.2)$$

где $E_{пост}$ – кинетическая энергия поступательного движения всех молекул.

Основное уравнение МКТ можно также рассматривать как уравнения состояния идеального газа. Сопоставляя его с уравнением Менделеева-Клапейрона, получаем: $\frac{2}{3}E_{пост}=\nu RT.\ N=\nu N_a$ – число молекул.

$E_{пост}=<\varepsilon_n>\cdot N.\ <\varepsilon_n>=\frac{3}{2}\frac{R}{N_a}\cdot T;\ \frac{R}{N_a}=k=1{,}38\cdot10^{-23}\ Дж/К$ - постоянная Больцмана. $<\varepsilon_n>=1{,}5\,kT$ - средняя кинетическая энергия поступательного движения одной молекулы. Отсюда физическое содержание термодинамической температуры T: средняя кинетическая энергия движения молекул пропорциональна T; T – мера кинетической энергии движения молекул.

2.4. Распределение Максвелла.

Рассмотрим газ, который находится в состоянии термодинамического равновесия. Параметры *P, V, T* с временем не меняются, значит, не меняется с временем средняя кинетическая энергия молекулы. Это, однако, не означает, что все молекулы имеют одинаковые энергии, скорости, которые не меняются с временем. При столкновениях молекулы обмениваются импульсами, энергиями. Энергия и скорость одной определенной молекулы непрерывно меняется с течением времени в очень широких границах (от *0* и до ∞). Но поскольку газ нахо-

зависит от расстояния *r* к силовому центру. $G=6{,}67\cdot10^{-11}\frac{Н\cdot м^2}{кг^2}$ - гравитационная стала. Закон всемирного тяготения был сформулирован Ньютоном на основе анализа законов Ньютона и законов Кеплера.

Взаимодействие осуществляется с помощью поля. Для выявления поля и определение его характеристик нужный индикатор – прибор, физический объект, с помощью которого можно решить эту задачу. Для гравитационного поля в качестве индикатора используют точечную массу *m*. В случае электромагнитного поля – точечный заряд *q*. Вводим характеристики поля.

Напряженность поля равняется отношению силы, которая действует на индикатор, к массы индикатора: $\vec g=\frac{\vec F}{m}$. *Потенциал поля* в данной точке равняется отношению потенциальной энергии индикатора, помещенного в данную точку, к массы индикатора: $\varphi=\frac{U}{m}$. Напряженность $\vec g$ - силовая характеристика поля; потенциал φ - энергетическая.

Пусть поле образовано точечной массой *M*, а в качестве индикатора есть точечная масса *m*, тогда характеристики поля, которое образовано точечной массой *M*:

$$g=\frac{F}{m}=G\frac{Mm}{r^2m}=G\frac{M}{r^2};$$

$$\varphi=\frac{U}{m}=-G\frac{mM}{r}:m=-G\frac{M}{r}.$$

1.4.2. Напряженность как градиент потенциала

Запишем работу по перемещению точечной массы *m* в гравитационном поле двумя образами. Учтем, что $\vec F=m\vec g,\quad U=m\varphi$. С одной стороны получим:

$$dA=\vec F d\vec r=m\vec g\,d\vec r=m(g_xdx+g_ydy+g_zdz).$$

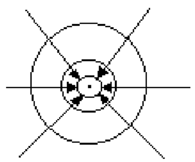
Из другого:

$$dA=-dU=-m\,d\varphi=-m(\frac{\partial\varphi}{\partial x}dx+\frac{\partial\varphi}{\partial y}dy+\frac{\partial\varphi}{\partial z}dz).$$

Приравниваем правые части, получим:

$$g_x=-\frac{\partial\varphi}{\partial x},\quad g_y=-\frac{\partial\varphi}{\partial y},\quad g_z=-\frac{\partial\varphi}{\partial z}.$$

$$\vec g=g_x\vec i+g_y\vec j+g_z\vec k=-(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\vec i+\frac{\partial\varphi}{\partial y}\vec j+\frac{\partial\varphi}{\partial z}\vec k)=-\vec\nabla\varphi.$$



Гравитационное поле изображают графически с помощью силовых линий (линий напряженности) и эквипотенциальных поверхностей. *Силовая линия* – линия, касательная к которой в каждой ее точке совпадает по направлению с вектором напряженности. *Эквипотенциальная поверхность* – геометрическое место точек с одинаковым потенциалом. В случае поля, которое образовано точечной массой M потенциал $\varphi = -\dfrac{GM}{r}$.

Эквипотенциальные поверхности – геометрическое место точек из одинаковым r, то есть сферические концентрические поверхности.

1.4.3. Потенциальная энергия системы

Потенциальная энергия взаимодействия двух материальных точек:

$$W_{12} = -G\frac{m_1 m_2}{r_{12}} = m_1\varphi_2 = m_2\varphi_1;$$

$$W_{12} = \frac{1}{2}(m_1\varphi_2 + m_2\varphi_1) = \frac{1}{2}\sum_{i,j=1}^{2} m_i\varphi_j,\ (i \neq j).$$

Обобщаем на случай системы n материальных точек: $W = \dfrac{1}{2}\sum^{n} m_i\varphi_j,\ \ (i \neq j)$.

Методические указания и рекомендации.

- В классической механике поле вводится во многом формально, не как самостоятельный физический объект, а как определенная математическая модель, которая облегчает решение физических задач.
-
- В одной и той же задачи (например, потенциальная энергия гравитационного взаимодействия) возможные два подхода:

если $W_{12} = -G\dfrac{m_1 m_2}{ч_{12}}$, то рассматривается действие точечной массы m_1 на точечную массу m_2 (или наоборот);

если $W_{12} = m_1\varphi_2 = m_2\varphi_1$, то рассматривается энергия массы m_1 в точке поля с потенциалом φ_2 (энергия массы m_2 в точке с φ_1).

Примеры решения задач.

Пример 4*.* Средняя высота спутника над поверхностью Земли *1700 км*. Определить его скорость и период обращения.

Дано: h = 1700 км = 1,7·106 г.

Найти: v - ?, T - ?

Решение.

Движение по круговой орбите осуществляется под действием лишь силы тяготения со стороны Земли:

$$F = \frac{GmM}{(R+h)^2} \qquad (1)$$

где R – радиус Земли.

Записывая для спутника уравнения второго закона Ньютона в скалярной форме относительно оси OY, направленной к центру Земли, получаем:

$$F = ma_y \qquad (2)$$

а) потенциальной энергией взаимодействия молекул на расстоянии можно пренебречь по сравнению с кинетической энергией движения молекул;

б) собственным объемом молекул можно пренебречь по сравнению с объемом, который занимает газ (с объемом сосуды).

Неплохим приближением к идеальному газу есть газы при высоких температурах и с малой плотностью.

С помощью эксперимента для идеального газа были установлены такие законы *(m – const):*

$PV = const \quad при \quad T = const$ - изотермический процесс (рис. 16).

$\dfrac{V}{T} = const \quad при \quad P = const$ - изобарный процесс (рис. 17).

$\dfrac{P}{T} = const \quad при \quad V = const$ - изохорный процесс (рис. 18).

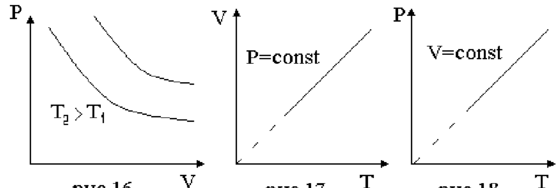


рис.16 рис.17 рис.18

Переведем *1 моль* идеального газа из произвольного (P, V_m, T) состояния в нормальное состояние. $P_0 = 105$ *Па*, $T_0 = 273$ *К*, $V_{m0} = 22{,}4\cdot 10^{-3}$ *м*^{3}.

Переведения осуществляется в два этапа:

$$1)\ P\cdot V_m = P_0\cdot V_m' \qquad 2)\ \frac{V_m'}{T} = \frac{V_{m0}}{T_0}.$$

Отсюда получаем:

$$\frac{PV_m}{T} = \frac{P_0 V_{m0}}{T_0} = 8{,}31\frac{Дж}{моль\cdot К} = R.$$

$$PV_m = RT. \quad Т.к. \quad V_m = \frac{V}{\nu}, \quad де \quad \nu = \frac{m}{\mu},\ \text{тогда}$$

$$PV = \frac{m}{\mu}RT\ - \qquad (25.1)$$

- уравнение состояния идеального газа – уравнение Менделеева-Клапейрона.

2.3. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории.

Рассмотрим идеальный газ, который находится в сосуде (пусть кубической формы). Найдем давление, которое осуществляет на стенки сосуда газ. Исходные предпосылки: модель идеального газа плюс законы динамики материальной точки. Изменение импульса молекулы

$$\Delta p = \Delta p_x = m_0\upsilon - (-m_0\upsilon) = 2m_0\upsilon = f\cdot\Delta t.$$

состояний.

Давление P – величина, которая равна отношению силы, которая действует перпендикулярно поверхности к площади поверхности: $P=\frac{F_\perp}{S.}$ $\quad [P]=\frac{H}{м^2}=Па.$

Давление измеряют также в *мм рт. ст. (внесистемная единица).* $1\,мм\;рт.ст.\approx 133\,Па.$

Механизм давления. При каждом столкновении молекулы со стенкой сосуда меняется импульс молекулы: $\Delta p=f\cdot\Delta t$. При изменении скорости одной молекулы изменится результирующая сила, которая действует на стенку, однако, это изменение очень имело. Очевидно, что давление, как макропараметр, определяется не столько значением (мгновенным) одного микропараметра, сколько средним значением каждого микропараметра, определяемого за достаточно большой промежуток времени. Средняя по времени величина модуля скорости будет равняться:

$$<V(t)>=\left[V_i^{(1)}+V_i^{(2)}+\ldots+V_i^{(N)}\right]/N,$$

и – номер молекулы; N – число измерений. $<V(t)>$ будет определять среднюю по времени силу, с которой данная молекула действует на стенку.

Гипотеза статистической физики: среднее по времени равно среднему по совокупности. Это означает следующее. Вместо того, чтобы определять среднюю скорость одной молекулы на протяжении времени t (N измерений), определяют среднюю скорость всех молекул за один момент времени (n – число молекул):

$<V>=(V_1+V_2+\ldots+V_n)/n$ - это среднее арифметическое. Введем среднюю квадратичную скорость:

$<V_{кв}>=\sqrt{\sum V_i^2/N}$, N – число молекул.

Молекулярно-кинетический (статистический) подход означает следующее. Используя известные уравнения и законы механики (модель – точка), определяем средние статистические значения микропараметров, а потом через них – значение макропараметров.

Термодинамический подход. Газ не рассматривается как тот, что состоит из огромного количества отдельных молекул (в том содержании, которые не определяются микропараметры). Значение макропараметров определяют, анализируя процессы изменения и преобразование энергии, рассматривая газ как единый физический объект, как целое.

Состояние, в котором термодинамические параметры фиксированы (не меняются со временем) называют *по состоянию термодинамического равновесия.* Процесс перехода системы из одного равновесного состояния в другой называют *термодинамическим процессом.* Уравнения разделяют на уравнение состояния и уравнение процесса.

2.2. Идеальный газ. Уравнение состояния.

Идеальный газ – система не взаимодействующих материальных точек (модель). Или же, идеальный газ – это такой газ, у которого:

где $\quad a_y=a_{доценрове}=\frac{v^2}{(R+h)}$ (3)

Учитывая формулы (1) и (3), выполним преобразование уравнения (2):

$$\frac{GmM}{(R+h)^2}=\frac{mv^2}{(R+h)}\quad\Rightarrow\quad v^2=\frac{GM}{(R+h)}. \qquad (4)$$

Умножая числитель и знаменатель правой части уравнения (4) на R^2, получаем:

$$v^2=G\frac{M}{R^2}\frac{R^2}{R+h},$$

где $\frac{GM}{R^2}=g_0$ - ускорение свободного падения возле поверхности Земли. Значит,

$$v^2=\frac{g_0R^2}{(R+h)}, \qquad (5)$$

отсюда $\quad v=R\sqrt{\frac{g_0}{R+h}}$;

$$v=6{,}37\cdot10^6\sqrt{\frac{9{,}8}{6{,}37\cdot10^6+1{,}7\cdot10^6}}=7{,}01\cdot10^3\ (м/с).$$

Период обращения спутника по круговой орбите радиуса $R+h$:

$$T=\frac{2\pi(R+h)}{v};$$

$$T=\frac{2\cdot3{,}14\left(6{,}37\cdot10^6+1{,}7\cdot10^6\right)}{7{,}1\cdot10^3}\approx7{,}24\cdot10^3\ с.$$

Контрольные вопросы.

1. Сформулируйте понятие «гравитационное поле».
2. Назовите характеристики гравитационного поля.
3. Почему в качестве индикатора для гравитационного поля используется точечная масса?

Задания для самостоятельной работы

1. Изучить материал лекции.
2. Ответить на контрольные вопросы.

Рекомендованная литература по теме лекции: [1, 2, 3]

ЛЕКЦИЯ 5. Вращательное движение твёрдого тела.

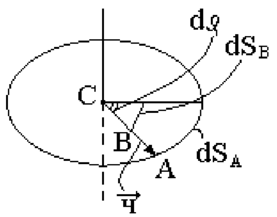
План лекции

1. Кинематика вращательного движения твердого тела.

2. Кинетическая энергия. Момент инерции.
3. Основной закон динамики.
4. Закон сохранения момента импульса.

1.5. Механика вращательного движения твердого тела.
1.5.1. Кинематика вращательного движения твердого тела.

Твердое (абсолютно твердое) тело – система жестко связанных материальных точек.



Рассмотрим диск, который вращается вокруг недвижимой оси. Как описать движение диска? Казалось бы, что это очень легко, ведь описывать движение точки мы умеем, а диск – это система точек. Фиксируем время dt, измерим путь dsa, вычисляем $V_A = \frac{dS_A}{dt}$. Выполнив такую же процедуру для точки B, получим $V_B = \frac{dS_B}{dt}$ и $V_B \neq V_A$, поскольку $dS_B \neq dS_A$.

Величины S, V будем называть линейными. Значит, что разные точки диска имеют разные линейные скорости. А таких точек много (бесконечно много). Итак, метод описания движения с помощью линейных величин есть нерациональным, неудобным.

Проведем радиус-вектор $\vec{r}$ точки (например, точки A). Будем фиксировать не путь ds, а угол $d\varphi$ поворота радиус-вектора точки. Направление вектора $d\vec{\varphi}$ определяем по правилу правого винта. Вводим угловую скорость: $\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$; угловое ускорение: $\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$. φ, ω, ε – угловые величины. Поскольку описывается один и тот же процесс, поэтому между линейными и угловыми величинами должен существовать связь. Угол $d\varphi$ у *советов* определяется как $d\varphi = \frac{dS}{ч}$. Отсюда:

$$dS = r\,d\varphi; \quad \frac{dS}{dt} = r\frac{d\varphi}{dt}; \quad V = r\omega.$$

В векторной форме: $\vec{V} = [\vec{\omega} \times \vec{r}]$.

Дальше получаем: $\frac{dV}{dt} = r\frac{d\omega}{dt}; \quad a_\tau = \varepsilon r; \quad a_n = \omega^2 r$.

Кроме того, вводятся дополнительные величины: *частота обращения n* – число оборотов в единицу времени; *период обращения T* – время, за которое осуществляется один полный оборот. $n = \frac{1}{T}; \quad \omega = 2\pi n = \frac{2\pi}{T}$. *Единицы измерения.* Радиан – величина физически безразмерная: $dim\ \varphi = 1$. $[\omega] = \frac{рад}{c} = \frac{1}{c} = c^{-1}$.

Контрольные вопросы.
1. Что называют «релятивистской теорией»?
2. Сформулируйте постулаты специальной теории относительности.
3. Опишите преобразования Лоренца.
4. Сформулируйте основной закон релятивистской динамики точки.

Задания для самостоятельной работы
1. Изучить материал лекции.
2. Ответить на контрольные вопросы.

Рекомендованная литература по теме лекции: [1, 2, 3]

РАЗДЕЛ 2. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА.
ЛЕКЦИЯ 7. Идеальный газ. Законы идеального газа.

План лекции
1. Молекулярно-кинетический (статистический) и термодинамический методы исследования.
2. Идеальный газ. Уравнение состояния.
3. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории.
4. Распределение Максвелла.
5. Распределение Больцмана.
6. Явления переноса.

Рассматриваются объекты: вещество в разных фазовых состояниях (газообразный, жидкий, твердый), а также процессы, которые протекают в веществе как в пределах одной фазы, так и фазовые переходы.

Базовая модель – материальная точка. Используются модели производной от базовой: идеальный газ, реальный газ, несжимаемая жидкость и т.п. Полевые объекты (физические поля) непосредственно в процессе не принимают участия.

2.1. Молекулярно-кинетический (статистический) и термодинамический методы исследования.

В одном моле вещества содержится огромная ($N_a = 6{,}02 \cdot 10^{23}$) количество молекул. Координаты, скорости, импульсы, энергия каждой молекулы – это *микропараметры.* Стан, в котором заданные значения всех микропараметров – это *микросостояние.* Если изменится хотя бы один микропараметр, например, координата одной молекулы, при всех других неизменных, тогда имеем новое микросостояние. Средняя сила, которая действует на стенку сосуда, давление, объем, который занимает газ, температура газа, его масса – это *макропараметры.* В качестве независимых макропараметров (*термодинамические параметры*) чаще всего принимают давление, температуру, удельный объем. Состояние с заданными значениями всех макропараметров называют *макросостоянием.* Одному и тому же макросостоянию отвечает огромное количество разных микро-

лятивистская механика – это механика тел, которые двигаются с околосветовыми скоростями.

Применяя теорему об изменении кинетической энергии, получаем (без вывода): $dW_K = c^2\,dm$. Отсюда, проинтегрировав, получаем выражение для кинетической энергии материальной точки:

$$W_K = (m - m_0)c^2 = m_0 c^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right) \qquad (23.3)$$

Рассматривая дальше столкновения тел, получаем закон взаимосвязи массы и энергии:

$$W = m \cdot c^2 \qquad (23.4)$$

– полная энергия системы равняется произведению релятивистской массы системы на квадрат скорости света в вакууме.

Полная энергия тела, которое не двигается относительно системы отсчета,

$$W_0 = m_0 \cdot c^2 \qquad (23.5)$$

называется энергией покоя тела.

Примеры решения задач.

Пример 6. Найти скорость электрона, который из состояния покоя разгоняется электрическим полем с разностью потенциалов *U = 106 В*.

Дано: U = 106 В

Найти: v - ?

Решение.

Электрическое поле выполняет работу, которая будет равняться кинетической энергии электрона:

$$E_K = A \quad \text{или} \quad \frac{mv^2}{2} = eU.$$

Согласно закону сохранения энергии, $E = mc^2$, где $E = m_0c^2 + \dfrac{mv^2}{2}$.

Подстав выражение для определения кинетической энергии электрона и учтя, что

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}, \text{ получим: } eU + m_0c^2 = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} \Rightarrow \sqrt{1-\beta^2} = \frac{m_0c^2}{eU + m_0c^2}$$

Поскольку $\beta = \dfrac{v}{c}$, то уравнение приобретает вид:

$$1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2 = \frac{m_0^2c^4}{\left(eU + m_0c^2\right)^2} \Rightarrow \left(\frac{v}{c}\right)^2 = 1 - \frac{m_0^2c^4}{\left(eU + m_0c^2\right)^2} = \frac{8}{9}.$$

Итак, $v = \sqrt{\dfrac{8}{9}c^2} = \dfrac{2}{3}c\sqrt{2} = 2{,}82 \cdot 10^8$ м/с.

$$\dim\omega = T^{-1}. \quad [\varepsilon] = \frac{рад}{c^2} = \frac{1}{c^2} = c^{-2}. \quad \dim\varepsilon = T^{-2}.$$

Некоторые случаи вращательного движения.

а) Равномерное обращение:

$$\omega = const. \quad d\varphi = \omega\,dt. \quad \int_{\varphi_0}^{\varphi} d\varphi = \omega\int_0^t dt; \quad \varphi = \varphi_0 + \omega t.$$

б) Равноускоренное обращение:

$$\varepsilon = const. \quad d\omega = \varepsilon\,dt. \quad \int_{\omega_0}^{\omega} d\omega = \varepsilon\int_0^t dt; \quad \omega = \omega_0 + \varepsilon t.$$

$$\int_{\varphi_0}^{\varphi} d\varphi = \int_0^t \omega\,dt; \quad \varphi - \varphi_0 = \int_0^t (\omega_0 + \varepsilon t)dt; \quad \varphi = \varphi_0 + \omega t + \frac{\varepsilon t^2}{2}.$$

1.5.2. Кинетическая энергия. Момент инерции.

Для материальной точки:

$$E_K = \frac{1}{2}mV^2 = \frac{1}{2}V^2 m \quad (m \text{ – мера инертности}).$$

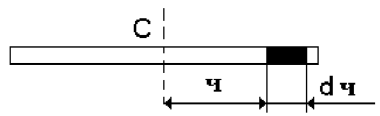
Твердое тело – система материальных точек:

$$E_R = \frac{1}{2}\Delta m_1 V_1^2 + \frac{1}{2}\Delta m_2 V_2^2 + \ldots = \frac{1}{2}\sum \Delta m_i V_i^2 = \frac{1}{2}\omega^2 \cdot \sum \Delta m_i r_i^2.$$

Вводим *момент инерции* $I = \sum \Delta m_i \cdot r_i^2$ – скалярная физическая величина (характеристика тела, объекта) – мера инертности тела во время вращательного движения. Момент инерции точки: $I = m \cdot r^2$. Для тела с непрерывным распределением массы:

$$I = \lim_{\Delta m \to 0} \sum m_i r_i^2 = \int r^2 dm.$$

Наиболее просто моменты инерции тел исчисляются относительно оси, которая расположенная симметрично и проходит через центр масс тела. Вычислим момент инерции тонкого однородного стержня длиной l и массой m относительно оси, которая перпендикулярная стержню и проходит через него середину (центр масс – точка C). $\rho = \dfrac{m}{l}$ - линейная плотность.



Выделим на стержне малый элемент длиной *dч*. Масса элемента *dm*=ρ*dr*. Тогда, учитывая симметрию задачи, получим:

$$I_C = 2\int_0^{l/2} r^2 \rho\, dr = \frac{2}{3}\rho r^3\Big|_0^{l/2} = \frac{1}{12}\rho\, l \cdot l^2 = \frac{1}{12}ml^2.$$

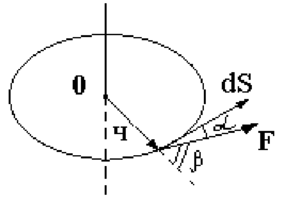
Моменты инерции диска и шара (без вывода):

$$I_C^{д} = \frac{1}{2}mR^2; \qquad I_C^{к} = \frac{2}{5}mR^2 \quad (R \text{ – радиус}).$$

Теорема Штейнера (Гюйгенса – Штейнера): $I_0 = I_C + md^2$ – момент инерции относительно произвольной оси O равняется моменту инерции I_C этого тела относительно оси C, которая проходит через центр масс тела и параллельной оси O плюс произведение массы m тела и квадрату расстояния между осями. Пример: ось O проходит через конец стержня перпендикулярно стержню:

$$I_0 = \frac{1}{12}ml^2 + m\left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{1}{3}ml^2.$$

1.5.3. Основной закон динамики.



К ободу диска приложенная сила $\vec{F}$. Эта сила осуществляет работу da при обороте диска на угол $d\varphi$. При этом точка приложения силы перемещает на ds. Учитывая, что

$dS = rd\varphi$, $\cos\alpha = \sin\beta$, получим:

$dA = \vec{F}\,d\vec{S} = F\,dS\cos\alpha = F\,dS\sin\beta = F\,r\,d\varphi\sin\beta = rF\sin\left(\widehat{\vec{r},\vec{F}}\right)d\varphi$. Вводим момент силы $\vec{M}$ относительно центра обращения *ОБ*:

$M = rF\sin\left(\widehat{\vec{r},\vec{F}}\right)$. $\vec{M} = \left[\vec{r}\times\vec{F}\right]$ Тогда $da = M\cdot d\varphi$. С другой стороны $dA = dE_K$.

$$M\,d\varphi = d\left(\frac{I\cdot\omega^2}{2}\right); \qquad M\cdot d\varphi = \frac{1}{2}I\cdot 2\omega\,d\omega; \qquad M\frac{d\varphi}{dt} = I\omega\frac{d\omega}{dt}.$$

Окончательно: $I\cdot\vec{\varepsilon} = \vec{M}$ - *основной закон динамики вращательного движения твердого тела.*

1.5.4. Закон сохранения момента импульса.

Превратим основной закон динамики. $I\cdot\frac{d\vec{\omega}}{dt} = \vec{M}$. Пусть I=const, тогда: $\frac{d}{dt}(I\cdot\vec{\omega}) = \vec{M}$. Вводим основную динамическую характеристику вращательного движения твердого тела – *момент импульса*:

$\vec{L} = I\cdot\vec{\omega}$. Тогда *основной закон динамики*: $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$. Для запертой системы тел $\vec{M} = \vec{M}^e = 0$. Отсюда закон сохранения момента импульса: *момент импульса запертой системы хранится.*

В общем случае движение свободного твердого тела описывается уравнением:

1). Сокращение длины.

Рассмотрим стержень, недвижимый относительно K' и длиной l_0 в K' Определим длину l стержня относительно системы K. Измерение в K' и в K выполняются в тот самый момент времени.

С (22.1) получаем:

$$x'_B - x'_A = l_0 = \frac{x_B - x_A}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{l}{\sqrt{1-\beta^2}};\ \text{Отсюда: } l = l_0\sqrt{1-\beta^2}\ .$$

2). Замедление времени (продолжительность событий).

Измеряется в одной точке пространства в системе K и K' продолжительность процеса (например, период колебаний маятника). Из (22.2), учитывая, что $x' = x$, получаем:

$$\tau' = t'_2 - t'_1 = \frac{t_2 - t_1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{\tau}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

3). Сложение скоростей.

Дифференцируем (22.1) и (22.2), получаем:

$$dx' = (dx - u\cdot dt)/\sqrt{1-\beta^2};\quad dt' = (dt - \frac{u}{c^2}dx)/\sqrt{1-\beta^2}.$$

Проекция скорости тела на ось ox' в K':

$$V'_{(x')} = \frac{dx'}{dt} = (dx - u\,dt)/(dt - \frac{u}{c^2}dx) = (V_{(x)} - u)/(1 - \frac{u}{c^2}\cdot V_{(x)}).$$

Здесь $V_{(x)}$ – проекция скорости тела в системе K.

Аналогично получаем:

$$V'_{(y')} = V_{(y)}\cdot\sqrt{1-\beta^2}\ /(1 - \frac{u}{c^2}V_{(x)})$$

$$V'_{(z')} = V_{(z)}\cdot\sqrt{1-\beta^2}\ /(1 - \frac{u}{c^2}\cdot V_{(x)}).$$

1.6.3. Элементы релятивистской динамики.

Основной закон классической динамики Ньютона для материальной точки:

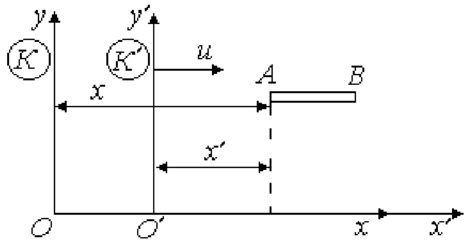
$$\frac{d}{dt}\left(m\cdot\vec{V}\right) = \vec{F}, \tag{23.1}$$

в котором масса m точки полагается постоянной и одинаковой во всех *ИСВ*, является нековариантной (меняет свой вид) по отношению к преобразованиям Лоренца. В *СТВ* это противоречие устраняется, потому что масса m тела зависит от него скорости V:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \tag{23.2}$$

где m_0 – масса тела, которое не движется (масса покоя); $\beta = \frac{V}{c}$.

Массу m называют еще релятивистской массой. Если учесть (23.2), то (23.1) можно рассматривать как *основной закон релятивистской динамики точки. Ре-*



Рассмотрим две инерциальные системы отсчета (*ИСО*), которые обозначим *К* и *К′*. Система *К* неподвижная, система *К′* двигается со скоростью *u* параллельно оси *x*. Пусть в начальный момент времени их начала *ОБ* и *О′* совпадают. Координаты точки *А* в *К′* и в *К* связаны соотношением:

$$x' = x - u \cdot t; \quad y' = y. \qquad (21.1)$$

Эти соотношения называют *преобразованиями Галилея.*

Дифференцируем дважды по времени (21.1), получаем:

$V' = V - u$ (21.1′) $\qquad a' = a$ (21.1′′)

(21.1′) – это *закон* добавления *скоростей в классической механике*. (21.1′′) – это *механический принцип относительности Галилея*: во всех *ИСВ* все механические процессы при тех самых условиях протекают одинаково. Иначе говоря, законы механики независимые (инвариантные) относительно выбора *ИСВ*: уравнение, которые выражают эти законы, имеют единообразную форму во всех *ИСВ*.

Постулаты СТВ.

1. Во *всех ИСВ* все физические явления (а не только механические) протекают одинаково.
2. Скорость света в вакууме одинаковая во всех *ИСВ*.

1.6.2. Преобразование Лоренца.

В 60-х годах XIX ст. Максвелл создал теорию единого электромагнитного поля, математическим формулированием которой являются уравнения Максвелла. Оказалось, что, если пользоваться преобразованиями Галилея, то при переходе от одной *ИСВ* к другой уравнение Максвелла меняют свой вид. Это означает, что в двух разных ИСВ тот самый электромагнитный процесс (явление) протекает по-разному. Для устранения этого противоречия Лоренц предложил заменить преобразование Галилея такими преобразованиями:

$$x' = \frac{x - u \cdot t}{\sqrt{1-\beta^2}}, \; y = y', \; z = z' \qquad (22.1)$$

$$t' = \frac{t - u \cdot \frac{x}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad (22.2)$$

где $\beta = \frac{u}{c}$. Эти преобразования называют *преобразованиями Лоренца* . Они согласовываются также с постулатами СТВ.

Некоторые следствия из преобразований Лоренца.

$$\frac{d}{dt}(m \cdot \vec{V}_c) = \vec{F}^e \quad i \quad \frac{d\vec{L}_c}{dt} = \vec{M}_c^e.$$

Здесь *m* – масса тела, $\vec{V}_c$ - скорость его центра масс *С*, $\vec{F}^e$ - главный вектор внешних сил, приложенных к телу, $\vec{M}_c^e$ - главный момент внешних сил относительно точки *С*, $\vec{L}_c$ - момент импульса тела относительно той же точки.

Между формулами механики поступательного движения материальной точки и механики вращательного движения твердого тела существует формальная аналогия, которая позволяет сопоставлять величины, которые используются этими механиками:

Поступательное движение	**Вращательное движение**
S	φ
$V = \frac{dS}{dt} = \dot{S}$	$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \dot{\varphi}$
$a_\tau = \dot{V}$	$\varepsilon = \dot{\omega}$
$S = Vt$	$\varphi = \omega t$
$S = V_0 t + \frac{1}{2} a t^2$	$\varphi = \omega_0 t + \frac{1}{2} \varepsilon t^2$
m	I
$\vec{F}$	$\vec{M} = [\vec{r} \times \vec{F}]$
$m\vec{a} = \vec{F}$	$I\vec{\varepsilon} = \vec{M}$
$dA = F\,dS$	$dA = M\,d\varphi$
$\vec{P} = m\vec{V}$	$\vec{L} = I\,\vec{\omega}$
$E_к = \frac{1}{2} m V^2$	$E_к = \frac{1}{2} I \omega^2$

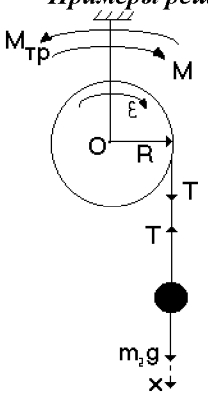
Методические указания и рекомендации.

- Лекция показательная в методическом аспекте. Внимательно проанализируйте структуру и логическое построение лекции:

1) рассматривается физический объект – диск;
2) изучается (исследуется) процесс – обращение диска;
3) строится модель объекта – твердое тело;
4) моделируется процесс – обращение вокруг недвижимой оси из *ω = const* или *ε=const* (в зависимости от условий задачи);
5) предыдущий пункт завершает построение идеальной модели явления предметной области задачи. Следующий этап – построение математической мо-

дели. Выбираются угловые величины, на основе известных уравнений механики точки, переходя к угловым величинам, получаем аналогичные уравнения, которые описывают смоделированные объект и процесс.

Примеры решения задач.



Пример 5. На однородный сплошной цилиндр массы $m_1 = 3{,}6$ *кг* и радиусом $R = 5$ *см* плотно намотанная легкая нить, до конца которой прикрепленное тело массы $m_2 = 0{,}6$*кг*. Найти среднюю величину тормозящего момента сил в осе цилиндра, если через $\tau = 2$ *с* послу начала движения скорость тела $V = 1{,}5$ *м/с*.

Дано: $m_1 = 3{,}6$ *кг*, $R = 5$ *см*, $m_2 = 0{,}6$ *кг* , $\tau = 2$ *с*, $V = 1{,}5$ *м/с*.

Найти: M_{TP}.

Решение.

Рассматриваем механическую систему, которая состоит из цилиндра и груза. Цилиндр вращается вокруг закрепленной оси *ОБ,* что проходит через его центр масс; груз (материальная точка) двигается прямолинейно вниз. На груз действует сила тяготения $m_2\vec{g}$ и сила натяжения нити $\vec{T}$. Вводим для груза ось *x,* направленную по него ускорении $\vec{a}$. На цилиндр действуют силы: сила натяжения нити $\vec{T}$, сила трения в осе цилиндра, сила тяготения $m_1\vec{g}$ и сила натяжения подвеса $\vec{F}_н$. Моменты сил $m_1\vec{g}$ и $\vec{F}_н$ относительно оси O равняются нулю, потому что линии действия этих сил проходят через ось обращения. Момент силы $\vec{T}$ численно: $M = TR$. Момент сил трения мы обозначим как M_{TP}. Вектор $\vec{\varepsilon}$ углового ускорения цилиндра перпендикулярный плоскости рисунка и направлен «от нас». Вектор $\vec{M}$ совпадает по направлению с вектором $\vec{\varepsilon}$; вектор $\vec{M}_{TP}$ направлен противоположно вектору $\vec{\varepsilon}$.

Составляем уравнение движения груза в проекции на ось *x:*

$$m_2 a = m_2 g - T \qquad (1)$$

Составляем уравнение вращательного движения цилиндра в проекции на ось $\vec{\varepsilon}$:

$$I\varepsilon = M - M_{TP} \qquad (2)$$

Здесь $I = \frac{1}{2}m_1R^2$ - момент инерции цилиндра относительно оси O. Учтем дальше, что $\varepsilon = \frac{a}{R}$ и тогда уравнение (2) принимает вид: $\frac{1}{2}m_1R\cdot a = T\cdot R - M_{TP}$

(2′)

Разделивши уравнение (2′) на R и потом составивши почленно полученное

уравнение с уравнением (1), получаем: $(m_2 + 0{,}5m_1)a = m_2 g - \frac{M_{TP}}{R}$.

Отсюда: $M_{TP} = R\left[m_2 g - (m_2 + 0{,}5m_1)a\right]$. (3)

Найдем ускорение a тела. $V = V_0 + a\tau$. По условию $V_0 = 0$.

Отсюда $a = \frac{V}{\tau}$ и тогда

$$M_{TP} = R\left[m_2 g - (m_2 + 0{,}5m_1)\frac{V}{\tau}\right] = 0{,}05\left[0{,}6\cdot 10 - (0{,}6 + 0{,}5\cdot 3{,}6)\frac{1{,}5}{2}\right] = 0{,}21\ Н\cdot м.$$

Контрольные вопросы.

1. Что такое «твёрдое тело»?
2. Что такое «вращательное движение»? Его характеристики.
3. Сформулируйте основной закон динамики вращательного движения.
4. Что характеризует момент инерции тела?

Задания для самостоятельной работы

1. Изучить материал лекции.
2. Ответить на контрольные вопросы.

Рекомендованная литература по теме лекции: [1, 2, 3]

ЛЕКЦИЯ 6. Элементы специальной теории относительности.

План лекции

1. Постулаты СТО.
2. Преобразование Лоренца.
3. Элементы релятивистской динамики.

1.6. Элементы специальной теории относительности (СТО).

1.6.1. Постулаты СТО.

СТВ представляет собой современную физическую теорию пространства и времени. Ее часто называют *релятивистской теорией*, а специфические явления, описываемые этой теорией, - релятивистскими эффектами. Как правило, релятивистские эффекты проявляются при скоростях движения тел, близких по величине к скорости света в вакууме $C = 3\cdot 10^8$ *м/с,* вони називаються релятивістськими швидкостями. *Релятивістською механікою* називається механіка руху з релятивістськими швидкостями.

В СТВ так же, как и в классической ньютоновськой механике, предполагается, что время однородное, а пространство однородное и изотропный. Базовая модель та же - материальная точка.