

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
ЛУГАНСКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
ЛУГАНСКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ ВЛАДИМИРА ДАЛЯ»
Стахановский инженерно-педагогический институт менеджмента
Кафедра общеинженерных дисциплин

КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ

по дисциплине

«ФИЗИКА»

для студентов направления подготовки
44.03.04 Профессиональное обучение (по отраслям)

В 3-х частях. Часть 3

**Колебания и волны. Оптика. Физика атомов и молекул.
Квантовая статистика и физика твердого тела**

УДК 53(075)

*Рекомендовано к изданию Учебно-методическим советом
ГОУ ВО «ЛГУ им. В. Даля»
(протокол № ____ от _____ 2021 г.)*

Конспект лекций по дисциплине «Физика» для студентов направления подготовки 44.03.04 **Профессиональное обучение (по отраслям). В 3-х частях. Часть 3: «Колебания и волны. Оптика. Физика атомов и молекул. Квантовая статистика и физика твердого тела».** / Сост.: В.И.Сафонов. – Стаханов: ГОУ ВО ЛНР «ЛГУ им. В. ДАЛЯ», 2021. – 89 с.

В конспективной форме приведенные теоретические положения курса физики. Для каждого раздела приведены решения наиболее типичных задач.

Предназначен для студентов профиля «Экономика и управление», «Информационные технологии и системы», «Электроснабжение», «Безопасность технологических процессов и производств», «Горное дело. Подземная разработка пластовых месторождений», «Горное дело. Электромеханическое оборудование, автоматизация процессов добычи полезных ископаемых и руд», «Горное дело. Технологическая безопасность и горноспасательное дело», «Профессиональная психология», «Управление персоналом».

Составитель: доц. Сафонов В.И.
Ответственный за выпуск: доц. Сафонов В.И.
Рецензент: доц. Петров А.Г.

© Сафонов В.И., 2021
© ГОУ ВПО ЛНР «ЛГУ им. В.ДАЛЯ», 2021

Учебное издание

КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ

по дисциплине

«ФИЗИКА»

для студентов направления подготовки

44.03.04 Профессиональное обучение (по отраслям)

В 3-х частях. Часть 3

**Колебания и волны. Оптика. Физика атомов и молекул.
Квантовая статистика и физика твердого тела**

Составитель:

Валентин Иванович Сафонов

Печатается в авторской редакции.

Компьютерная верстка и оригинал-макет автора.

Подписано в печать _____

Формат 60x84¹/₁₆. Бумага типограф. Гарнитура Times

Печать офсетная. Усл. печ. л. _____. Уч.-изд. л. _____

Тираж 100 экз. Изд. № _____. Заказ № _____. Цена договорная.

Издательство Луганского национального
университета имени Владимира Даля

*Свидетельство о государственной регистрации издательства
МИ-СРГ ИД 000003 от 20 ноября 2015 г.*

Адрес издательства: 91034, г. Луганск, кв. Молодежный, 20а

Телефон: 8 (0642) 41-34-12, **факс:** 8 (0642) 41-31-60

E-mail: uni@snu.edu.ua **http:** www.snu.edu.ua

Содержание

РАЗДЕЛ 6. КОЛЕБАНИЕ И ВОЛНЫ	5
ЛЕКЦИЯ 17. МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ.	5
6.1. Механические колебания и волны	5
6.1.1. Гармоничные колебания	5
6.1.2. Маятники	7
6.1.3. Сложение колебаний	7
6.1.4. Затухание колебаний	8
6.1.5. Вынужденные колебания	9
6.1.6. Распространение волн. Уравнение бегущей волны	10
6.1.7. Волновое уравнение. Фазовая и групповая скорость	11
6.1.8. Интерференция волн. Стоячие волны	13
Контрольные вопросы	13
ЛЕКЦИЯ 18. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ.	14
6.2. Электромагнитные колебания	14
6.2.1. Свободные незатухающие колебания	14
6.2.2. Свободные затухающие колебания	15
6.2.3. Вынужденные колебания	17
6.2.4. Методические указания и рекомендации	18
Контрольные вопросы	18
ЛЕКЦИЯ 19. ПЕРЕМЕННЫЙ ТОК	19
6.3. Переменный ток	19
6.3.1. Комплексные числа	19
6.3.2. Емкость и индуктивность в цепи переменного тока	19
6.3.3. Действующие (эффективные) значение тока и напряжения. Мощность	22
6.3.4. Резонанс	23
6.3.4. Методические указания и рекомендации	24
Контрольные вопросы	24
ЛЕКЦИЯ 20. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ	25
6.4. Электромагнитные волны	25
6.4.1. Распространение волн. Волновое уравнение. Свойства волн	25
6.4.2. Энергия волны	26
6.4.3. Методические указания и рекомендации	26
Контрольные вопросы	27
РАЗДЕЛ 7. ОПТИКА.	27
ЛЕКЦИЯ 21. ВОЛНОВАЯ ОПТИКА.	27
7.1. Волновая оптика	27
7.1.1. Интерференция света.	28
7.1.2. Дифракция света.	32
7.1.3. Дисперсия света.	36
7.1.4. Поляризация света.	38
Контрольные вопросы	40
ЛЕКЦИЯ 22. ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ. ФОТОЭФФЕКТ. ДАВЛЕНИЕ СВЕТА	40

7.2. Квантовая природа излучения.....	40
7.2.1. Тепловое излучение. Его характеристики и закономерности.	40
7.2.2. Ультрафиолетовая катастрофа. Гипотеза Планка. Оптическая пирометрия.....	43
7.2.3. Фотоэффект.....	45
7.2.4. Эффект Комптона.....	47
7.2.5. Давление света.....	48
7.2.6. Корпускулярно-волновой дуализм электромагнитного излучения. .	49
Контрольные вопросы.....	50
РАЗДЕЛ 8. ФИЗИКА АТОМОВ И МОЛЕКУЛ. КВАНТОВАЯ СТАТИСТИКА И ФИЗИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА.....	51
ЛЕКЦИЯ 23. ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ.	51
8.1. Физика атомов и молекул.	51
8.1.1. Теория Бора.....	51
8.1.2. Гипотеза де Бройля. Соотношение неопределенностей.	54
8.1.3. Волновая функция. Уравнение Шредингера.	56
8.1.4. Некоторые простейшие задачи квантовой механики.....	59
8.1.5. Атом водорода.	63
8.1.6. Спин электрона. Принцип Рафаэле.....	64
8.1.7. Рентгеновские и молекулярные спектры.	65
Контрольные вопросы.....	67
ЛЕКЦИЯ 24. ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ СТАТИСТИКИ И ФИЗИКИ ТВЕРДОГО ТЕЛА.	67
8.2. Элементы квантовой статистики и физики твердого тела.....	67
8.2.1. Понятие о квантовой статистике.	67
8.2.2. Теплоемкость твердых тел.	68
8.2.3. Элементы зонной теории.	70
Контрольные вопросы.....	74
РАЗДЕЛ 9. ФИЗИКА АТОМНОГО ЯДРА. ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ.....	74
ЛЕКЦИЯ 25. ЭЛЕМЕНТЫ ЗОННОЙ ТЕОРИИ. СТРОЕНИЕ ЯДРА. РАДИОАКТИВНОСТЬ. ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ.....	74
9.1. Атомное ядро. Элементарные частицы.	74
9.1.1. Состав ядра. Ядерные силы.	74
9.1.2. Радиоактивность.....	76
9.1.3. Ядерные реакции.	77
9.1.4. Фундаментальные взаимодействия. Элементарные частицы.	78
Контрольные вопросы.....	79
СПИСОК РЕКОМЕНДОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ.....	80
СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ.....	81

$$\Delta x = A_1 \cos(\omega t - kx_1) + A_2 \cos(\omega t - kx)$$

фазовая v и групповая u скорости: $v = \frac{\omega}{k}$, $u = \frac{d\omega}{dk}$, $u = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}$

Электромагнитные волны.

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}} \text{ – фазовая скорость}$$

$$E \sqrt{\epsilon_0 \epsilon} = H \sqrt{\mu_0 \mu}$$

Оптика.

$\Delta = n_1 x_1 - n_2 x_2$ – разность хода.

$$\frac{\sin \theta_{\text{пад}}}{\sin \theta_{\text{отр}}} = \frac{n_2}{n_1} \text{ – закон преломления.}$$

Квантовая физика и теория относительности.

$E = h\nu$ – энергия фотона. h – постоянная Планка

$$h\nu = A_{\text{вых}} + \frac{mv^2}{2} \text{ – фотоэффект}$$

Атомная физика.

$$r_n = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2 n^2}{mZe^2} = a_0 \frac{n^2}{Z}$$

$$N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}} \text{ – закон распада}$$

РАЗДЕЛ 6. КОЛЕБАНИЕ И ВОЛНЫ

ЛЕКЦИЯ 17. Механические колебания и волны.

План лекции.

1. Гармоничные колебания
2. Маятники
3. Сложение колебаний
4. Затухание колебаний
5. Вынужденные колебания
6. Распространение волн. Уравнение бегущей волны
7. Волновое уравнение. Фазовая и групповая скорость
8. Интерференция волн. Стоячие волны

6.1. Механические колебания и волны

6.1.1. Гармоничные колебания

Колебание (колебательные процессы) – процессы, которые повторяются во времени. Физическая природа колебаний может быть разной: механические колебания (маятники), электромагнитные (переменный ток) и др. Отличительной чертой колебательных процессов является то, что колебания разной природы описываются одинаковыми математическими уравнениями. Физическая система, в которой протекает колебательный процесс, называется колебательной системой. Свободные колебания – колебания, которые происходят без внешних влияний в системе, которая была первоначально выведена из положения равновесия. Колебания, которые осуществляются при влиянии внешнего периодически действующего фактора (например, внешняя сила) называются вынужденными.

Простейшие колебания – гармоничные. Это такие колебания, в которых величина, которая колеблется (изменяется), меняется во времени по закону \sin или \cos :

$$S = S_0 \cdot \sin(\omega t + \varphi_0),$$

где S_0 – амплитуда – максимальное значение величины, которая колеблется;

S – текущее значение этой величины (смещение точки от положения равновесия, напряжение на конденсаторе и т.п.);

$\varphi = \omega t + \varphi_0$ – фаза колебаний;

φ_0 – начальная фаза;

ω – циклическая (круговая) частота,

$$\omega = 2\pi \nu = \frac{2\pi}{T},$$

ν – частота колебаний – число колебаний в единицу времени;

T – период колебаний.

Продифференцируем последнее уравнение дважды по времени. Получим:

$$\dot{S} = \omega S_0 \cos(\omega t + \varphi_0);$$

$$\ddot{S} = -\omega^2 S_0 \sin(\omega t + \varphi_0) \text{ или}$$

$$\ddot{S} + \omega^2 \cdot S = 0$$

Последнее дифференциальное (динамическое) уравнение является уравне-

$x = A \cos(\omega_0 t + \varphi)$ – уравнение гармонических колебаний.

$$\text{п.3 } a = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi) = -\omega_0^2 x$$

$E = \frac{1}{2} m A^2 \omega_0^2$ – полная энергия колеблющейся точки.

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Сложение колебаний.

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1), \text{ при } \omega_1 = \omega_2$$

$$T = \frac{2\pi}{\Delta\omega} \text{ – период пульсации.}$$

Затухающие колебания.

$$\omega = i\lambda \pm \omega_0, \quad \omega_0 = \sqrt{\omega^2 - \lambda^2}$$

$$q = q_0 e^{-\lambda t} e^{-t \sqrt{\frac{R^2}{4L} - \frac{1}{LC}}}$$

Переменный ток.

$$I_m = \frac{\varepsilon}{Z}$$

$Z = Z_R + Z_L + Z_C$ – полный импеданс цепи.

$$Z_R = R, \quad Z_L = i\Omega L, \quad Z_C = \frac{1}{i\Omega C}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\Omega L + \frac{1}{\Omega C}\right)^2} \text{ – модуль полного импеданса цепи.}$$

$$I_{\text{действ}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}, \quad U_{\text{действ}} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \text{ – действующие значения.}$$

Упругие волны.

$$c = \sqrt{\gamma \frac{kT}{m_0}}, \text{ в твердом теле: } c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

Скорость волны в газе:

$$\lambda = \nu T, \quad \nu = \lambda \omega$$

уравнение плоской волны: $\xi(x, t) = A \cos(\omega t - kx + \varphi_0)$

Интерференция:

$$\Delta_{\max} = \pm 2m \frac{\lambda}{2}, \quad \Delta_{\min} = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2}$$

нием гармонических (свободных незатухающих) колебаний.

В случае механических колебаний S – это смещение x (координаты x) точки от положения равновесия, координата точки, если начало координат совпадает с положением равновесия:

$$x = A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0), \quad V = \omega A \cdot \cos(\omega t + \varphi_0),$$

$$a = -\omega^2 \cdot A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0), \quad a = -\omega^2 \cdot x.$$

Сила, которая действует на точку (поворотная или вращающая сила):

$$F = ma = -m\omega^2 x.$$

Кинетическая энергия колеблющейся точки:

$$W_K = \frac{mV^2}{2} = \frac{m\omega^2 A^2}{2} \cdot \cos^2(\omega t + \varphi_0).$$

Потенциальная энергия колеблющейся точки:

$$dA = F dx = -dW_{\Pi}, \quad dW_{\Pi} = m\omega^2 x dx.$$

Нулевая конфигурация: $x = 0$.

$$\int_0^W dW_{\Pi} = \int_0^x m\omega^2 x dx; \quad \int_0^W dW_{\Pi} = m\omega^2 \int_0^x x dx.$$

$$W_{\Pi} \Big|_0^W = m\omega^2 \frac{x^2}{2} \Big|_0^x; \quad W_{\Pi} = \frac{m\omega^2 A^2}{2} \cdot \sin^2(\omega t + \varphi_0).$$

$$\text{Полная энергия: } W = W_{\Pi} + W_K = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 = \text{const}.$$

В случае свободных гармонических незатухающих колебаний полная механическая энергия неизменна. В моменты времени, для которых $E_K = E_{K \max}$, $E_{\Pi} = 0$ и наоборот.

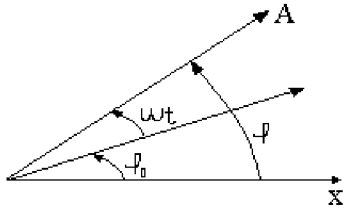


Рис. 65

Колебание удобно представлять на математической модели (метод векторных диаграмм). Пусть некоторый вектор \vec{A} занимает в начальный момент положения, которое определяется углом φ_0 (см. рис. 65). Пусть этот вектор вращается с постоянной угловой скоростью ω . Проекция вектора \vec{A} на ось x : $A_x = x = A \cos(\omega t + \varphi_0)$.

Если вектор \vec{A} вается с постоянной угловой скоростью ω , тогда проекция этого вектора на ось x (и на ось y) меняется по гармоническому закону, причем амплитуда величины, которая осуществляет колебание (x или y) равна длине вектора. Этот метод еще называется метод вращающегося вектора амплитуды.

Электromагнетизм.

$$F_{\text{Лор}} = q[\vec{v} * \vec{B}], \quad F_L = Bqv \text{ – сила Лоренца.}$$

$$F_A = BIl \text{ – сила Ампера, действующая на проводник длиной } l.$$

$$\vec{B} = \frac{[\vec{v} * \vec{E}]}{c^2}, \quad \vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{q[\vec{v} * \vec{r}]}{r^3}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi b} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) \text{ магнитная индукция поля в точке.}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2R} \text{ – магнитная индукция в центре витка.}$$

$$\vec{B} = \mu_0 I \frac{N}{l} \text{ – индукция внутри соленоида.}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I}{R} \text{ индукция поля проводника на расстоянии } R \text{ от оси.}$$

$$\oint \vec{B} d\vec{S} = 0 \quad \oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum I_{\text{внутр}}$$

$$\vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H} \text{ связь между магнитной индукцией и напряженностью магнитного поля.}$$

$$\vec{B} = \sum \vec{B}_i \text{ – принцип суперпозиции магнитных полей.}$$

$$F = \mu\mu_0 \frac{I_1 I_2}{2\pi R} \text{ – сила взаимодействия двух проводников.}$$

$$\Phi = \vec{B} d\vec{S} \text{ магнитный поток.}$$

$$W_{\text{м.п.}} = \frac{LI^2}{2} \text{ – энергия магнитного поля.}$$

$$L = \frac{\Phi}{I}$$

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} \text{ ЭДС индукции в замкнутом контуре.}$$

$$\varepsilon_{is} = -L \frac{dI}{dt} \text{ ЭДС самоиндукции.}$$

Колебания и волны.

Механические и электромагнитные колебания.

$$U = \varphi_1 - \varphi_2, \quad U = \frac{A}{q}, \quad U = E\Delta d$$

$$C = \frac{q}{U}, \quad C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}, \quad W = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C} \text{ плоский конденсатор.}$$

$C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r$ – емкость заряженного шара.

$$C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1} \text{ – емкость сферического конденсатора.}$$

$$P = \frac{\sum p_i}{V} \text{ поляризованность диэлектрика.}$$

$$\oint \varepsilon E ds = \frac{\sum q_{связ}}{\varepsilon_0} \text{ – теорема Гаусса для диэлектриков.}$$

Электродинамика. Постоянный ток.

$$I = \frac{q}{\Delta t}, \quad I = qnSv, \quad j = \frac{I}{S} = qnv$$

$$I = \frac{U}{R}, \quad I = \frac{\varepsilon}{R+r}, \quad j = \frac{E}{\rho} = E\gamma \text{ Закон Ома.}$$

$$R = \rho \frac{l}{S}; \quad R = R_0(1 + \alpha\Delta T) \text{ – температурное изменение сопротивления.}$$

$$\varepsilon = \frac{A_{cm}}{q}, \quad A_{cm} = \varepsilon I \Delta t, \quad I_{к.з.} = \frac{\varepsilon}{r}$$

$$Q = A = IU\Delta t = I^2 R \Delta t = \frac{U^2}{R} \Delta t \text{ – закон Джоуля-Ленца.}$$

$$P = \frac{dA}{dt} = IU = I^2 R = \frac{U^2}{R} \quad \omega = \gamma E^2 = \frac{E^2}{\rho} = jE$$

$\sum I_i = 0$ – правило Кирхгофа для узлов.

$\sum I_i R_i = \sum \varepsilon_k$ – правило Кирхгофа для контуров.

Параллельное соединение проводников: $I = \text{const}, \quad U = \sum U_i, \quad R = \sum R_i$

Последовательное соединение: $I = \sum I_i, \quad U = \text{const}, \quad \frac{1}{R} = \sum \frac{1}{R_i}$

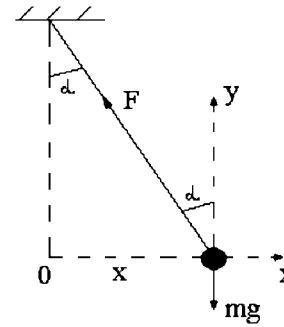


Рис. 66

Отсюда получаем: $\ddot{x} + g \operatorname{tg} \alpha = 0$. Колебания малые (иначе они не будут гармоничными), значит: угол α малый, тогда $\operatorname{tg} \alpha \approx \sin \alpha = \frac{x}{l}$, где l – длина маятника.

$$\text{Получаем: } \ddot{x} + \frac{g}{l} x = 0. \text{ Отсюда: } \omega^2 = \frac{g}{l}, \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

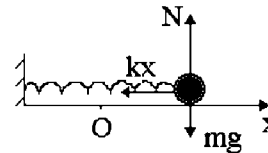


Рис. 67

Отсюда:

$$\ddot{x} + \frac{k}{m} x = 0. \quad \omega^2 = \frac{k}{m}; \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}.$$

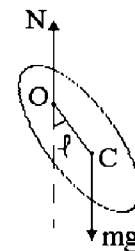


Рис. 68

6.1.2. Маятники

Математический маятник – малое твёрдое тело (материальная точка), свободно подвешенное на длинной невесомой нерастяжимой нити (модель) (см. рис. 66). Колебательная система: груз на нити плюс Земля. Уравнение движения груза в проекциях на оси x, y :

$$m\ddot{x} = -F_H \sin \alpha;$$

$$0 = F_H \cos \alpha - mg.$$

Пружинный маятник. Колебательная система: груз (материальная точка) на пружине (см. рис. 67). Положение равновесия отвечает недеформированной пружине. Колебания малые.

Уравнение движения груза в проекциях на ось x : $m\ddot{x} = -kx$.

Физический маятник – твёрдое тело, которое осуществляет малые колебания вокруг оси, не проходящей через центр тяжести (см. рис. 68). Колебания считаем вращательным движением.

Уравнение движения: $I \cdot \ddot{\varphi} = M$, где $\ddot{\varphi}$ – угловое ускорение.

Т.к. $OC = d$, то $M = -mgd \sin \alpha$. Тогда:

$$I\ddot{\varphi} = -mgd \sin \varphi.$$

Колебания малые, то есть φ мало, значит $\sin \varphi \approx \varphi$. Тогда:

$$\ddot{\varphi} + \frac{mgd}{I} \cdot \varphi = 0 \rightarrow \omega^2 = \frac{mgd}{I}; \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgd}}.$$

6.1.3. Сложение колебаний

Пусть точка принимает участие одновременно в двух колебательных движениях, которые имеют одинаковое направление (пусть вдоль векса x), и одинаковую частоту, но разные начальные фазы. Используем метод векторных диаграмм. Результирующее движение равняется векторной сумме составных движений (см. рис. 69).

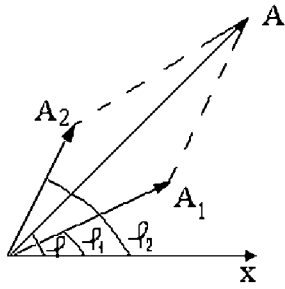


Рис. 69

Составляющие движения:

$$x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1), \quad x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2).$$

Результирующее движение: $x = A \cos(\omega t + \varphi)$.

По теореме косинусов:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \Delta \varphi,$$

где $\Delta \varphi = \varphi_2 - \varphi_1$;

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}.$$

При $\Delta \varphi = 2\pi k$ ($k=0, 1, 2, \dots$) амплитуда результирующих колебаний становится максимальной: $A_{\max}^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2$. При $\Delta \varphi = (2k+1)\pi$ амплитуда A минимальна: $A_{\min}^2 = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2$.

Теперь рассмотрим сложение одинаково направленных колебаний с разными, но близкими частотами. Пусть амплитуды составляющих колебаний одинаковые.

$$x_1 = A \cos \omega t; \quad x_2 = A \cos(\omega + \Delta \omega)t; \quad \Delta \omega \ll \omega;$$

$$x = x_1 + x_2 = 2A \cos\left(\omega t + \frac{\Delta \omega}{2}t\right) \cdot \cos\left(\frac{\Delta \omega}{2}t\right) \approx$$

$$\approx \left[2A \cos\left(\frac{\Delta \omega}{2}t\right)\right] \cos \omega t = A(t) \cos \omega t.$$

В результате получили колебание высокой частоты ω с амплитудой $A(t)$, которая медленно изменяется. Такие колебания называются биениями, а процедура наложения низкочастотных колебаний на высокочастотные называется амплитудной модуляцией.

Рассмотрим сложение перпендикулярных колебаний:

$$x = A_1 \cos \omega t,$$

$$y = A_2 \cos(\omega t + \varphi).$$

Исключая из этих уравнений время t , получим уравнение траектории результирующего движения:

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1A_2} \cos \varphi = \sin^2 \varphi.$$

Некоторые частные случаи:

$$1) \varphi = \frac{\pi}{2} \rightarrow \frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1 - \text{эллипс. При } A_1 = A_2 - \text{окружность.}$$

$$2) \varphi = 0 \rightarrow y = \frac{A_2}{A_1}x - \text{прямая.}$$

6.1.4. Затухание колебаний

На точку, которая колеблется, кроме поворачивающей (вращающей) силы $F = -kx$ действует сила сопротивления r , пропорциональная скорости:

$$F_c = -rV = -r\dot{x}.$$

$$\eta = \frac{A}{Q} - \text{коэффициент полезного действия}$$

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}, \quad \eta_{\max} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

$$p = \frac{F_{\text{авл}}}{S}, \quad p = \rho gh \quad (\text{давление на глубине } h).$$

$$\rho = \frac{m}{V} - \text{плотность.}$$

$$F_A = \rho g_{\text{жид}} V_{\text{тела}} \quad (\text{сила Архимеда}).$$

$$\frac{\rho v^2}{2} + \rho gh + p = \text{const} \quad - \text{уравнение Бернулли } \rho v^2/2 - \text{динамическое, } p - \text{статическое, } \rho gh - \text{гидростатическое давление.}$$

$$F_{\text{н.н.}} = \sigma l \quad E_{\text{н.н.}} = \sigma S \quad - \text{сила и энергия поверхностного натяжения.}$$

$$h = \frac{2\sigma}{\rho g r} \quad - \text{высота подъема жидкости в капилляре.}$$

Электростатика.

$$F_K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{r^2} \quad - \text{закон Кулона.}$$

$$E = \frac{F}{q}, \quad E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{|q|}{r^2} \quad - \text{напряженность электрического поля}$$

$$\vec{E} = \sum \vec{E}_i \quad - \text{принцип суперпозиции полей.}$$

$$\Phi = \vec{E} \cdot \vec{S} \quad - \text{поток через площадку } S.$$

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum q_{\text{внутр}}}{\epsilon_0} \quad - \text{теорема Гаусса.}$$

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \quad - \text{теорема в циркуляции.}$$

$$\Phi = \frac{W}{q}, \quad \varphi = -\int \vec{E} \cdot d\vec{r} \quad - \text{потенциал.}$$

$$A = q \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}, \quad A = q(\varphi_1 - \varphi_2)$$

$$U = \frac{i}{2} Nkt, \quad U = \frac{i}{2} pV \quad - \text{полная внутренняя энергия системы.}$$

$$p = \frac{1}{3} m_0 n v^2 \quad - \text{основное уравнение молекулярно-кинетической теории.}$$

$$n = \frac{N}{V}, \quad p = nkt;$$

$$\text{при } N = \text{const} \rightarrow \frac{pV}{T} = \text{const}$$

$$\langle v^2 \rangle = \frac{3kT}{m_0} \quad \text{среднеквадратичная скорость молекул.}$$

$$v = \sqrt{2kT / m_0} \quad - \text{наиболее вероятная скорость молекул.}$$

$$v = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} \quad - \text{средняя арифметическая скорость молекул.}$$

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}} \quad - \text{Закон Максвелла для распределения молекул идеального газа по скоростям.}$$

$$\text{Среднее число соударений молекулы за 1 с: } \langle z \rangle = \sqrt{2\pi} d^2 n \langle v \rangle$$

$$\text{Средняя длина свободного пробега молекул } \langle l \rangle = \frac{1}{\sqrt{2\pi} d^2 n}$$

$$\langle r \rangle = \frac{\langle v \rangle t}{n \sqrt{2\pi} d^2} \quad - \text{средний путь молекулы за время } t.$$

Распределение в потенциальном поле.

$$p_h = p_0 e^{-\frac{mgh}{kT}} \quad - \text{барометрическая формула.}$$

$$n_h = n_0 e^{-\frac{mgh}{kT}} \quad - \text{распределение Больцмана.}$$

Термодинамика.

$$\Delta U = \Delta Q - A \quad - \text{первое начало термодинамики.}$$

$$A = p\Delta V \quad - \text{работа газа.}$$

$$\text{Теплоемкость } C = \frac{dQ}{dT}, \quad \text{удельная теплоемкость } c = C/m.$$

$$\text{Получаем: } m\ddot{x} = -kx - r\dot{x} \quad \text{или} \quad \ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0. \quad (a)$$

Последнее уравнение – это дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний. Здесь $\beta = \frac{r}{2m}$ – коэффициент затухания, $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$ – это однородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами. Его решение ищем в виде: $x = e^{-\beta t} z$, где z – некоторая функция времени t . Подставив x в последнее выражение после несложных преобразований получим:

$$\ddot{z} + \omega^2 z = 0,$$

$$\text{где } \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}.$$

Уравнение $x = e^{-\beta t} z$ описывает гармоничные колебания. Его решение:

$$z = A_0 \cos(\omega t + \varphi_0).$$

Окончательно получаем решение уравнения (a):

$$x = A_0 \cdot e^{-\beta t} \cdot \cos(\omega t + \varphi_0).$$

Точка осуществляет колебание по закону \cos , но с амплитудой, которая уменьшается со временем: $A(t) = A_0 e^{-\beta t}$ (см. рис. 70).

Характеристикой затухающих колебаний является логарифмический декремент затухания:

$$\lambda = \ln \left[\frac{A(t)}{A(t+T)} \right] = \beta T.$$

Для характеристики колебательной системы вводится добротность: $\theta = 2\pi \frac{W(t)}{W(t) - W(t+T)}$.

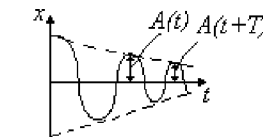


Рис. 70

$$\text{Энергия: } W(t) = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 A_0^2 e^{-2\beta t}.$$

Дальше, считая β малой величиной, используя разложение:

$$e^x \approx 1 + x + \dots, \quad \text{получим: } \theta \approx \frac{\pi}{\beta T} = \frac{\pi}{\lambda}.$$

При $\beta > \omega_0$ (быстрое затухание) колебания исчезают. Система, например маятник, которую вывели из положения равновесия, по экспоненте переходит в положение равновесия, не пересекая его.

6.1.5. Вынужденные колебания

На колеблющуюся точку кроме поворачивающей силы и силы сопротивления действует внешняя возмущающая сила, которая меняется по гармоническому закону: $F = F_0 \cos \omega t$. Уравнение движения точки: $m\ddot{x} = -kx - r\dot{x} + F_0 \cos \omega t$ или

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = S_0 \cos \omega t \quad (25.1)$$

– неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами. Его решение $x = x_1 + x_2$, где x_1 – общее решение соответствующего однородного уравнения (24.1); x_2 – частное решение неоднородного

уравнения (25.1).

В устойчивом режиме $x_1 \rightarrow 0$ и $x = x_2$. Уравнение (25.1) запишем так:

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = S_0 \cdot e^{i\omega t} \quad (25.2)$$

Решение ищем в виде правой части: $x = Ae^{i\omega t}$, (25.3)

где A – неизвестная функция, которая не зависит от t .

Подставив (25.3) в (25.2) после нескольких преобразований находим:

$$A = \frac{S_0(\omega_0^2 - \omega^2)}{\Phi} - i \frac{S_0 \cdot 2\beta\omega}{\Phi},$$

где $\Phi(\omega) = (\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2$.

Комплексную амплитуду A запишем в показательной форме:

$$A = A_0 e^{-i\varphi}, \text{ где } A_0 = \frac{S_0}{\sqrt{\Phi}}, \varphi = \arctg\left[\frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}\right]. \text{ Тогда } x = A_0 e^{i(\omega t - \varphi)}.$$

Отделим действительную часть: $x = A_0 \cos(\omega t - \varphi)$ (25.4)

Уравнение описывает гармоничные колебания. Амплитуда A_0 является функцией частоты ω внешней возмущающей силы: $A_0 = A_0(\omega) = \frac{S_0}{\sqrt{\Phi}}$. Исследу-

ем эту функцию на экстремум (максимум).

$$\frac{dA_0}{d\omega} = S_0 \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \Phi^{-\frac{3}{2}} \cdot \frac{d\Phi}{d\omega} = 0 \rightarrow \frac{d\Phi}{d\omega} = 0$$

$$\frac{d\Phi}{d\omega} = 2(\omega_0^2 - \omega^2) \cdot (-2\omega) + 8\beta^2\omega = 0.$$

Отсюда частота внешней возмущающей силы, которая отвечает максимуму амплитуды вынужденных колебаний (резонансная частота): $\omega_p = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$.

$$\text{Амплитуда колебаний при резонансе: } A_{0\text{рез}} = \frac{S_0}{2\beta\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}.$$

6.1.6. Распространение волн. Уравнение бегущей волны

Волна (волновой процесс) – процесс распространения колебаний в упругой среде. Среда рассматривается как сплошная, однородная (физические свойства во всех точках среды одинаковые), изотропная (свойства во всех направлениях одинаковые) (идеализированная модель).

Особенностью волны является перенос энергии без переноса вещества. Волна называется гармоничной, если колебания гармоничные. Волна называется продольной, если направления колебаний частичек совпадают с направлением распространения волны. Если эти направления перпендикулярные, тогда волна называется поперечной. Особое место занимают поверхностные волны – волны, которые распространяются вдоль свободной поверхности жидкости при возмущениях этой поверхности.

Волны бывают разными по физической природе: механические, электромагнитные и др.

$$\vec{F} = \frac{Es\Delta l}{l_0}$$

$$W_{кин} = V \frac{E\varepsilon^2}{2},$$

кинетическая энергия упругорастянутого (сжатого) стержня. (V – объем тела)

Динамика и статика вращательного движения.

$$\vec{L} = I\vec{\omega} \text{ – момент импульса;}$$

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}; \quad \vec{M} = I\vec{\varepsilon} + \vec{\omega} \frac{dI}{dt} \text{ – момент силы;}$$

$L = \text{const}$ – закон сохранения момента импульса.

$M = Fl$, где l – плечо.

$I = I_0 + mb^2$ – теорема Штейнера.

$P = mv$; – импульс тела.

$$\sum F = 0$$

$$Ft = P \cos \alpha$$

Потенциальная и кинетическая энергия. Мощность.

$$A = \vec{F} \cdot \vec{S} \text{ – работа силы } F$$

$$N = \frac{dA}{dt} \text{ – мощность}$$

$$E_{кин} = \frac{mv^2}{2} \text{ – кинетическая энергия}$$

$$E_{кин} = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} \text{ – кинетическая энергия вращательного движения.}$$

$E_p = mgh$ – потенциальная энергия поднятого над землей тела.

$$E_p = \frac{kx^2}{2} \text{ – потенциальная энергия пружины}$$

Молекулярная физика. Свойства газов и жидкостей.

Уравнение состояния.

$pV = Nkt$ – уравнение состояния (уравнение Менделеева-Клапейрона)

$$N = \nu N_A, \quad \nu = \frac{m}{\mu}, \quad N = \frac{m}{m_0};$$

Равнопеременное движение:

$$a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{v^2 - v_0^2}{2S} = \text{const}; \quad v = \sqrt{v_0^2 - 2aS};$$

$$S = v_0 t + \frac{at^2}{2} = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}; \quad x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}.$$

Криволинейное движение:

$$\vec{v} = |v| \vec{e}_\tau; \quad \vec{a} = a_\tau \vec{e}_\tau + \frac{v^2}{R} \vec{e}_n = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n.$$

Вращательное движение:

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}, \quad \omega = \frac{v}{R}, \quad \omega = \frac{2\pi}{T}; \quad \vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt};$$

$$\vec{v} = [\vec{\omega} * \vec{r}], \quad v = \frac{2\pi R}{T}; \quad \nu = \frac{1}{T}, \quad \nu = \frac{N}{t};$$

$$a_y = [\vec{\varepsilon} * \vec{r}], \quad a_y = \omega v, \quad a_y = \frac{v^2}{R}, \quad a_y = \frac{4\pi^2 R}{T^2};$$

Динамика и статика.

Первый закон Ньютона:

$$\text{при } \sum F = 0 \Rightarrow v = \text{const}.$$

Второй закон Ньютона:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}, \quad \vec{F} = m\vec{a} + \frac{dm}{dt} \vec{v}, \quad \text{при } m=\text{const} \rightarrow \vec{F} = m\vec{a}$$

Третий закон Ньютона:

$$\vec{F}_{12} = \vec{F}_{21}$$

Закон всемирного тяготения:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{R^2}.$$

Сила трения:

$$\vec{F} = \mu N,$$

Закон Гука:

$F_{\text{упр}} = -kx$, – сила упругости деформированной пружины:

$$\sigma = \frac{F}{S} \quad \text{– механическое напряжение;}$$

$\sigma = E\varepsilon$, где E – модуль Юнга;

В твердых телах могут распространяться как продольные, так и поперечные волны; в газах – только продольные.

Лучом называется линия, касательная к которой в каждой ее точке совпадает с направлением распространения волны, то есть с направлением переноса энергии волной.

Геометрическое место точек, в которых фаза колебаний имеет одно и тоже значение, называется волновой поверхностью или фронтом волны. По виду фронта волны делятся на плоские, сферические и т.п. В случае плоской волны источник колебаний – безграничная плоскость. Источник может иметь конечные размеры и произвольную форму, но расстояние от источника до точек среды, которые рассматриваются, в этом случае должна быть бесконечно большой.

Рассмотрим плоскую волну, которая распространяется в направлении оси x . ξ – смещение колеблющейся точки от положения равновесия. Пусть источник осуществляет колебание по гармоничному закону. Спустя некоторое время Δt начинает колебаться точка среды, которая отстоит от источника на расстоянии x . Если нет затухания (энергия колебаний не переходит в тепловую), тогда точка среды колеблется с такой же амплитудой как и источник по тому же закону, но с отставанием во времени на $\Delta t = \frac{x}{V}$, где V – скорость распространения колебаний. Уравнение колебаний точки среды:

$$\xi = A \cos \omega(t - \Delta t) \quad \text{или} \quad \xi = A \cos(\omega t - \omega \frac{x}{V}) \quad \text{– уравнение плоской волны.}$$

Введем $\lambda = VT$ – длина волны – расстояние, которое проходит волна за время, равное периоду колебаний. Введем волновой вектор \vec{k} , который по модулю равен $k = \frac{2\pi}{\lambda}$. По направлению \vec{k} совпадает с направлением распространения колебаний. \vec{k} перпендикулярен волновой поверхности во всех ее точках. Теперь уравнение плоской волны можно записать так:

$$\xi = A \cos(\omega t - kx) = A \cdot e^{i(\omega t - kx)} \quad (26.1)$$

Покажем, что это уравнение описывает плоскую волну. Для этого найдем уравнение волновой поверхности. По определению волновая поверхность – это геометрическое место точек, которые удовлетворяют условию $\omega t - kx = \varphi_0$. Рассмотрим для фиксированного момента времени. Уравнение можно записать так: $kx + D = 0$ – уравнение плоскости, которая перпендикулярна оси x . Здесь мы обозначили:

$$D = \varphi_0 - \omega t = \text{const}.$$

Уравнение сферической волны (без вывода):

$$\xi = \frac{A}{r} \cdot e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}, \quad (26.2)$$

где A – амплитуда колебаний источника; r – расстояние от колеблющейся точки к источнику.

6.1.7. Волновое уравнение. Фазовая и групповая скорость

Подобно тому, как уравнение $x = A \cos \omega t$ является решением дифференци-

ального уравнения $\ddot{x} + \omega^2 x = 0$, которое описывает свободные гармоничные колебания, уравнение (26.1) и (26.2) являются решениями дифференциального (динамического) уравнения, которое называют волновым уравнением:

$$\Delta \xi = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} \quad (27.1)$$

где $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ – оператор Лапласа (в декартовых координатах).

Покажите (самостоятельно), что (26.1) является решением уравнения (27.1).

Скорость v в (27.1) – это фазовая скорость – скорость распространения фазы колебаний. Из уравнения волновой поверхности $\omega t - kx = \varphi_0$ получим: $\omega dt - k dx = 0$.

Отсюда $v = \frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k}$ – фазовая скорость.

Для гармоничных волн v – это скорость распространения волны, которая зависит от длины волны, а значит, и от частоты. Такая зависимость называется дисперсией волн.

Гармоничная волна – это идеализация хотя бы поэтому, что свободные гармоничные колебания – это идеализация. Реальная волна представляется как результат наложения (суперпозиция) большого количества (в общем случае бесконечного) гармонических составляющих. Каждый периодический процесс можно представить в виде разложения на гармонические составляющие (разложение в ряд Фурье).

Рассмотрим волну как суперпозицию двух гармоничных волн с близкими частотами ω и $\omega + \Delta\omega$ (соответственно, k и $k + \Delta k$), причем $\Delta\omega \ll \omega$ ($\Delta k \ll k$).

$$\xi = A \cos[(\omega + \Delta\omega)t - (k + \Delta k)x] + A \cos(\omega t - kx) =$$

$$= 2A \cos[0,5(\Delta\omega t - \Delta kx)] \cdot \cos(\omega t - kx) =$$

$$= A_{gp} \cos(\omega t - kx) \text{ – группа волн, которую можно считать гармоничной волной,}$$

если первый множитель рассматривать как амплитуду. Такая группа волн называется волновым пакетом. Максимуму амплитуды волнового пакета отвечает условие: $0,5(\Delta\omega t - \Delta kx) = 0$. Тогда $A_{gp} = 2A$. Отсюда: $\Delta\omega dt - \Delta k dx = 0$.

$\frac{dx}{dt} = u = \frac{\Delta\omega}{\Delta k} = \frac{d\omega}{dk}$ – групповая скорость (скорость группы волн; скорость переноса энергии).

Групповая и фазовая скорости взаимосвязаны:

$$v = \frac{\omega}{k} \rightarrow \omega = v \cdot k.$$

$$u = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d}{dk}(v \cdot k) =$$

$$= v + k \frac{dv}{dk} = v + k \frac{dv}{d\lambda} \cdot \frac{d\lambda}{dk} = v + k \left(-\frac{2\pi}{k^2} \right) \frac{dv}{d\lambda} = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}.$$

Здесь учтено, что $\lambda = \frac{2\pi}{k}$ и $\frac{d\lambda}{dk} = -\frac{2\pi}{k^2}$.

Справочные материалы

Название константы.	Обозначение	Численное значение
Гравитационная постоянная.	G	$6,672 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$
Ускорение свободного падения	G	$9,8065 \text{ м/с}^2$
Атмосферное давление	p_0	101325 Па
Постоянная Авогадро	Na	$6,022045 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Объем 1 моля идеального газа	V_0	$22,41383 \text{ м}^3 / \text{моль}$
Газовая постоянная	R	$8,31441 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$
Постоянная Больцмана	K	$1,380662 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$
Скорость света в вакууме	C	$2,99792458 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Магнитная постоянная	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7} =$ $1,25663706 \cdot 10^{-6} \text{ Гн/м}$
Электрическая постоянная	ϵ_0	$8,8541878 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$
Масса покоя электрона	m_e	$9,109534 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
Масса покоя протона	m_p	$1,6726485 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Масса покоя нейтрона	m_n	$1,6749543 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Элементарный заряд	E	$1,6021892 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Отношение заряда к массе	e/m_e	$1,7588047 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг}$
Постоянная Фарадея	F	$9,648456 \cdot 10^4 \text{ Кл/моль}$
Постоянная Планка	H $\hbar = \frac{h}{2\pi}$	$6,626176 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$ $1,054887 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Радиус 1 боровской орбиты	a_0	$0,52917706 \cdot 10^{-10} \text{ м}$
Энергия покоя электрона	$m_e c^2$	$0,511034 \text{ МэВ}$
Энергия покоя протона	$m_p c^2$	$938,2796 \text{ МэВ}$
Энергия покоя нейтрона	$m_n c^2$	$939,5731 \text{ МэВ}$

Механика. Кинематика.

Скорость и ускорение:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{S}}{dt}, \quad \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}, \quad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

Равномерное движение:

$$v = \text{const}; \quad S = vt; \quad x = x_0 + vt.$$

Список рекомендованной литературы

1. Старостина И.А., Краткий курс физики для бакалавров : учебное пособие / И.А. Старостина, Е.В. Бурдова, Р.С. Сальманов - Казань : Издательство КНИТУ, 2016. - 364 с. - ISBN 978-5-7882-2035-2 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785788220352.html>
2. Полянская Е.Е., Зайковский О.И. Курс физики. 2-е изд., испр. и доп. – Оренбург: Изд-во ОГПУ, 2016. – 148 с. – ISBN 978-5-85859-643-1. Режим доступа: <https://www.twirpx.com/file/2170493/>
3. Варава А.Н., Общая физика : учебное пособие для вузов / Варава А.Н. - М. : Издательский дом МЭИ, 2017. - ISBN 978-5-383-01085-3 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785383010853.html>
4. Цаплев В.М. Курс физики для дистанционного обучения. Физические основы механики. Молекулярная физика и термодинамика. СПб.: Изд-во СЗТУ, 2015. – 144 с. Режим доступа: <https://www.twirpx.com/file/1713586/>
5. Трофимова Т.И., Фирсов А.В. Курс физики с примерами решения задач. В 2 томах. Том 1. М.: КноРус, 2015. – 568 с. – ISBN 978-5-406-04253-3. Режим доступа: <https://www.twirpx.com/file/1991197/>
6. Повзнер А.А., Андреева А.Г., Шумихина К.А. Физика. Базовый курс. Часть 1. Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2016. – 168 с. – ISBN 978-5-7996-1701-1. Режим доступа: <https://www.twirpx.com/file/2061058/>
7. Повзнер А.А., Андреева А.Г., Шумихина К.А. Физика. Базовый курс. Часть 2. Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2017. – 144 с. – ISBN 978-5-7996-1948-0. Режим доступа: <https://www.twirpx.com/file/2242224/>

6.1.8. Интерференция волн. Стоячие волны

Пусть от двух независимых источников распространяются колебания, то есть имеем две волны. В некоторой точке эти волны складываются. Наложение волн рассматриваются как сложение колебаний (частоты одинаковые; начальные фазы равны нулю).

$$\xi_1 = A_1 \cdot \cos(\omega t - kx_1); \quad \xi_2 = A_2 \cdot \cos(\omega t - kx_2).$$

Волны с одинаковой частотой и неизменным со временем различием фаз называются когерентными. Наложение двух (или больше) когерентных волн, в результате которого наблюдается усиление или ослабление колебаний, называют интерференцией волн. Условие \max и \min , записанные «языком» различия фаз:

$$\Delta\varphi = 2m\pi - \max; \quad \Delta\varphi = (2m+1)\pi - \min, \quad \text{где } m=1, 2, 3, \dots$$

Те же самые условия, записанные «языком» различия хода волн:

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \left(\omega t - \frac{2\pi x_1}{\lambda}\right) - \left(\omega t - \frac{2\pi x_2}{\lambda}\right) = \frac{2\pi(x_2 - x_1)}{\lambda} = \frac{2\pi \cdot \Delta}{\lambda},$$

где $\Delta = x_2 - x_1$ – различие хода. Тогда:

$$\frac{2\pi \Delta}{\lambda} = 2\pi m \rightarrow \Delta = m\lambda - \max.$$

Аналогично $\Delta = (2m+1)0,5\lambda - \min$.

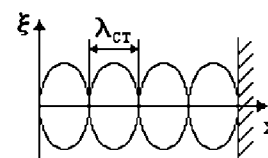


Рис. 71

Пусть на пути движения волны находится препятствие (граница деления двух сред). Волна отражается от препятствия и отраженная волна распространяется навстречу падающей. В результате их наложения может образоваться стоячая волна (см. рис. 71).

$$\xi_{ПАД} = A \cos(\omega t - kx); \quad \xi_{ОТР} = A \cos(\omega t + kx);$$

$$\xi_{СТ} = \xi_{ПАД} + \xi_{ОТР} = 2A \cos kx \cdot \cos \omega t = A_{СТ} \cdot \cos \omega t \quad (28.1)$$

– уравнение стоячей волны.

Точки, в которых амплитуда колебаний частичек равна нулю, называются узлами стоячей волны (точка 1). Точки, в которых амплитуда максимальная – пучностями (точка 2). Амплитуда стоячей волны $A_{СТ} = 2A$. Длина стоячей волны $\lambda_{СТ}$ – расстояние между соседними узлами (номер m и $m+1$) или соседними пучностями: $\lambda_{СТ} = x_{m+1} - x_m$. Далее, поскольку

$$kx_m = \frac{(2m+1)\pi}{2}; \quad \frac{2\pi x_m}{\lambda} = \frac{(2m+1)\pi}{2}, \quad \text{то } x_m = \frac{(2m+1)\lambda}{4}.$$

$$\text{Тогда: } \lambda_{cm} = 0,25\lambda [2(m+1) + 1 - (2m+1)] = \frac{\lambda}{2}.$$

Стоячая волна в отличие от бегущей волны энергию не переносит.

Контрольные вопросы.

1. Опишите понятия «механические колебания» и «гармонические колебания».
2. Назовите и опишите типы маятников.
3. Опишите процессы сложения колебаний, затухания колебаний и вынужденных колебаний.

4. Распространение волн. Уравнение бегущей волны.
5. Волновое уравнение.
6. Интерференция волн. Стоячие волны

Задания для самостоятельной работы

1. Изучить материал лекции.
2. Ответить на контрольные вопросы.

Рекомендованная литература по теме лекции: [1, 2, 3]

ЛЕКЦИЯ 18. Электромагнитные колебания.

План лекции.

1. Свободные незатухающие колебания
2. Свободные затухающие колебания
3. Вынужденные колебания
4. Методические указания и рекомендации

6.2. Электромагнитные колебания

6.2.1. Свободные незатухающие колебания

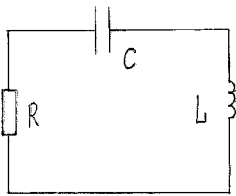


Рис. 72

Рассмотрим контур (см. рис. 72). Исходное состояние (при $t=0$) – конденсатор заряжен (заряд равен q_0).

Замыкаем ключ, начинается разряд конденсатора, в контуре протекает ток. Запишем уравнение по 2-му правилу Кирхгофа:

$$IR + \frac{q}{C} = -L \frac{dI}{dt}.$$

Поскольку $I = \dot{q}$, $\frac{dI}{dt} = \ddot{q}$, тогда получаем:

$$L\ddot{q} + R\dot{q} + \frac{q}{C} = 0 \Rightarrow \ddot{q} + 2\beta\dot{q} + \omega_0^2 q = 0, \quad (6.1)$$

где $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$, $\beta = \frac{R}{2L}$, ω_0 – частота собственных незатухающих колебаний, β – коэффициент затухания. Пусть $R \rightarrow 0 \Rightarrow \beta \rightarrow 0$. Тогда уравнение (6.1) принимает вид: $\ddot{q} + \omega_0^2 q = 0$ – (6.2) – дифференциальное уравнение свободных незатухающих колебаний.

Решение уравнения (6.2) ищем в виде: $q = C_1 \cos(\omega_0 t + \gamma_0)$, где C_1 и γ_0 – константы интегрирования. Для определения C_1 и γ_0 используем начальные условия. Найдем ток в контуре:

$$I = \dot{q} = -\omega_0 C_1 \sin(\omega_0 t + \gamma_0).$$

Из начальных условий вытекает, что при $t=0$: $q=0$; $I=0$. Тогда

$$q_0 = C_1 \cos \gamma_0; \quad 0 = -\omega_0 C_1 \sin \gamma_0.$$

Элементарные частицы: более 350 наименований. По видам взаимодействия, в которых принимают участие частицы, их подразделяют на четыре класса. На данное время экспериментально подтверждено существование трех классов:

– *адроны* (*нуклоны, гипероны, π -мезоны*). Принимают участие во всех четырех взаимодействиях.

– *лептоны* (*e , e^+ , μ -мезоны, нейтрино*). Принимают участие во всех, кроме сильного.

– *фотоны*. В электромагнитных и гравитационных взаимодействиях (одна частица – квант электромагнитного излучения).

– *гравитоны*: экспериментально не подтверждены.

Контрольные вопросы.

1. Состав ядра. Ядерные силы.
2. Радиоактивность.
3. Ядерные реакции.
4. Фундаментальные взаимодействия. Элементарные частицы.

Задания для самостоятельной работы

1. Изучить материал лекции.
2. Ответить на контрольные вопросы.

Рекомендованная литература по теме лекции: [1, 2, 3]

Источником энергии могут служить *реакции термоядерного синтеза*: ${}_1^2\text{H} + {}_1^3\text{H} \rightarrow {}_2^4\text{He} + {}_0^1\text{n}$ (энергия, которая выделяется 3,6 Мев/а.о.э.) и другие подобные (водородная бомба, управляемый термоядерный синтез).

9.1.4. Фундаментальные взаимодействия. Элементарные частицы.

Изучаемые в физике взаимодействия можно свести к *четырем фундаментальным взаимодействиям*: сильному, электромагнитному, слабому, гравитационному. Эти взаимодействия носят *обменный характер* – частицы обмениваются квантами (переносчиками) взаимодействия.

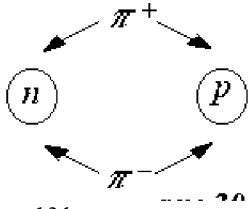


Рис. 131

Сильное взаимодействие: к нему относятся (рис. 131) ядерные силы (обмен π -мезонами). Истинно сильным взаимодействием является взаимодействие между кварками (обмен глюонами). π -мезоны (пионы): выявлены в 1947 г. С.Пауэллом (английский физик), предсказаны в 1935 г. японским физиком Х.Юкава. Пионы: π^0, π^-, π^+ .

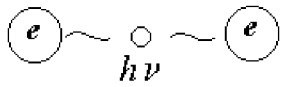


Рис. 132

Электромагнитное взаимодействие: взаимодействие заряженных частиц с помощью электромагнитного поля (рис. 132), обусловлено обменом фотонами. Отвечает за существования атомов и молекул, обуславливая взаимодействие ядер и электронов.

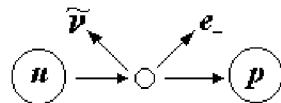


Рис. 133

Слабое взаимодействие: присуще всем частицам и обусловлено обменом промежуточными бозонами (рис. 133). Ответственно за взаимодействие частиц, которое происходит при участии нейтрино или антинейтрино (β -распад, μ -распад), а также за безнейтринные процессы распада (длительное время жизни частицы, которая распадается за $\approx 10^{-10}$ с).

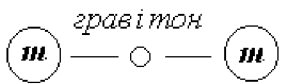


Рис. 134

Гравитационное взаимодействие: присуще всем частицам, взаимодействие между телами. Обмен гравитонами (рис. 134), которые пока экспериментально не зафиксированы.

Основные характеристики	Сильное	Электромагнитное	Слабое	Гравитационное
Радиус взаимодействия, м	10^{-15}	∞	10^{-17}	∞
Интенсивность	1	1/137	10^{-10}	10^{-19}
Переносчики	глюоны	фотоны	Бозоны (промежуточные)	гравитоны

Поскольку $\omega_0 \neq 0$ и $C_1 \neq 0$, то $\sin \gamma_0 = 0 \Rightarrow \gamma_0 = 0 \Rightarrow C_1 = q$. Решение уравнения принимает вид: $q = q_0 \cos \omega_0 t$. (6.3)

Из (6.3) получаем:

$$I = -\omega_0 q_0 \sin \omega_0 t = I_0 \cos(\omega_0 t + \frac{\pi}{2});$$

$$U_C = \frac{q}{c} = \frac{q_0}{c} \cos \omega_0 t = U_{0C} \cos \omega_0 t.$$

Напряжение на конденсаторе (на емкости) отстает по фазе от тока на $\frac{\pi}{2}$.

Напряжение на индуктивности:

$$U_L = -\varepsilon_C = L \frac{dI}{dt} = -L\omega_0^2 q_0 \cos \omega_0 t = U_{L0} \cos(\omega_0 t + \pi).$$

Напряжение на индуктивности опережает по фазе на $\frac{\pi}{2}$. В контуре происходят свободные (внешний источник отключен) незатухающие (амплитудные значения заряда, тока, напряжения не меняются) гармонические (по закону синуса или косинуса) колебания. Частота колебаний $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, период

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC} \text{ – формула Томсона. Идеальный } (R \rightarrow 0) \text{ колебательный контур}$$

– контур Томсона.

Найдем энергию колебаний. Энергия электрического поля:

$$W_e = \frac{q^2}{2C} = \frac{q_0^2}{2C} \cos^2 \omega_0 t.$$

Энергия магнитного поля (сосредоточено в катушке индуктивности):

$$W_M = \frac{1}{2} LI^2 = \frac{1}{2} LI_0^2 \sin^2 \omega_0 t.$$

Полная энергия колебаний: $W = W_e + W_M = \frac{q_0^2}{2C} = const$ (получите самостоятельно).

6.2.2. Свободные затухающие колебания

Рассмотрим случай $R \neq 0$ (реальный контур). Уравнение (6.1) – дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний. Это однородное (правая часть равна нулю) дифференциальное уравнение второго порядка (старшая производная – вторая) с постоянными коэффициентами. Решение этого уравнения находим так: составляем характеристическое уравнение $r^2 + 2\beta r + \omega_0^2 = 0$.

$$\text{Корни характеристического уравнения: } r_{1,2} = -\beta \pm \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2}.$$

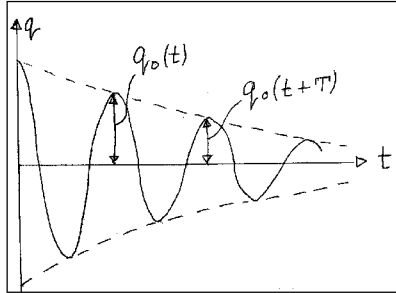
Вид решения зависит от вида корней. Рассмотрим случай $\beta < \omega_0$ (слабое затухание). Тогда $\sqrt{\beta^2 - \omega_0^2} = \sqrt{-1} \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = i\omega$, где $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$. Корни:

$$r_{1,2} = -\beta \pm i\omega.$$

Решение уравнения (6.1) ищем в виде:

$$q = e^{-\beta t} [C_1 \cos \omega t + C_2 \sin \omega t]; \quad q = C e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi). \quad (6.4)$$

$(C_1; C_2) = f(C, \varphi)$ – константы интегрирования – определяются из начальных условий. При $t=0$: $q=C \cos \varphi_0$. Если принять $\varphi_0=0$, тогда $C=q_0$. В общем случае решение имеет вид: $q = q_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0)$. (6.4)



Заряд меняется по закону синуса, но с амплитудой, которая уменьшается по экспоненте см. рис. 73). В контуре происходят затухающие колебания. Для характеристики процесса вводим логарифмический декремент затухания:

Рис. 73

$$\lambda = \ln \left[\frac{q_0(t)}{q_0(t+T)} \right] = \ln \left[\frac{q_0 e^{-\beta t}}{q_0 e^{-\beta(t+T)}} \right] = \ln \left[\frac{1}{e^{-\beta T}} \right] = \ln e^{\beta T} = \beta T.$$

Вводим также физическую величину - добротность:

$$\theta = 2\pi \frac{W(t)}{W(t) - W(t+T)},$$

$W(t)$ – энергия контура в момент времени t ;

$[W(t) - W(t+T)]$ – потери энергии за одно колебание;

$\frac{W(t) - W(t+T)}{W(t)}$ – относительные потери. Чем меньше относительные по-

тери энергии, тем больше значение добротности. θ характеризует контур как колебательную систему. Чем больше θ , тем большее количество полных колебаний происходит в системе до полного их затухания.

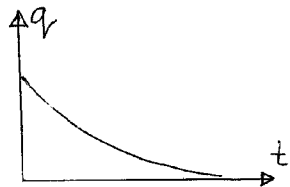


Рис. 74

Амплитуда q_m меняется со временем по закону: $q_m = q_0 e^{-\beta t}$ (см. рис. 74).

$$\text{Энергия колебаний: } W(t) = \frac{q_m^2}{2C} = \frac{q_0^2}{2C} e^{-2\beta t}.$$

$$\text{Тогда } \theta = \frac{2\pi e^{-\beta t}}{e^{-2\beta t} - e^{-2\beta(t+T)}} = \frac{2\pi}{1 - e^{-2\beta T}}.$$

Воспользуемся разложением в ряд: $e^x \approx 1 + x + \frac{x^2}{2} + \dots \approx 1 + x$ (справедливо в

случае слабого затухания). Тогда получаем:

$$\theta = \frac{2\pi}{[1 - (1 - 2\beta T)]} = \frac{2\pi}{2\beta T} = \frac{\pi}{\lambda}.$$

В случае $\beta > \omega_0$ (сильное затухание) корни характеристического уравнения

где dn – изменение (уменьшение) числа ядер данного элемента за время dt ,

N – число ядер в момент времени t ,

λ – постоянная радиоактивного распада.

Решим это уравнение делением переменных:

$$\int_{N_0}^N \frac{dN}{N} = -\lambda \int_0^t dt$$

$$\ln N/N_0 = -\lambda t$$

$$N/N_0 = e^{-\lambda t} \Rightarrow N = N_0 e^{-\lambda t} - \text{закон радиоактивного распада.}$$

где N_0 – число ядер (материнских) в момент времени $t=0$.

Время, на протяжении которого распадается половина от исходного количества ядер – период полураспада ($T_{1/2}$). $T_{1/2}$ – является характеристикой изотопа.

Если в законе радиоактивного распада принять $t=T_{1/2}$, тогда:

$$\frac{1}{2} N_0 = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}}$$

$$\ln \frac{1}{2} = \ln e^{-\lambda T_{1/2}}$$

$$-\lambda T_{1/2} = \ln \frac{1}{2}$$

$$-\lambda T_{1/2} = \ln 2^{-1}$$

$$\lambda T_{1/2} = \ln 2 \Rightarrow \lambda = \ln 2 / T_{1/2} = 0,693 / T_{1/2}.$$

Время, на протяжении которого распадается одно ядро – среднее время жизни радиоактивного изотопа τ .

$$\tau = \frac{1}{N_0} \int_0^\infty t |dN| = \frac{1}{N_0} \int_0^\infty t \lambda N_0 e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda}$$

9.1.3. Ядерные реакции.

Ядерные реакции – преобразование атомных ядер, вызванные их взаимодействием друг с другом или с элементарными частицами.

Как правило в ядерных реакциях принимают участие два ядра и две частицы. Одна пара «ядро–частица» является исходной, другая пара – конечной.

Символьная запись ядерной реакции: $A + a \rightarrow B + v$; $A(a, v)B$,

где, A и B – исходное и конечное ядро,

a и v – исходная и конечная частицы.

Характеристикой ядерной реакции является *тепловой эффект* Q (энергия ядерной реакции), равная различию энергий исходной и конечной пар в реакции.

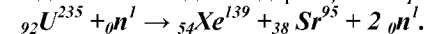
Если $Q < 0$ – реакция *эндотермическая* (идет с поглощением энергии), $Q > 0$ – реакция *экзотермическая* (выделение энергии).

$$Q = c^2((m_A + m_a) - (m_B + m_v)),$$

$$c^2 = 931,4 \text{ MeB/a.o.z.}$$

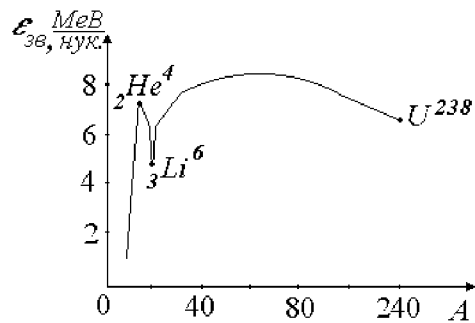
Все реакции протекают с соблюдением законов сохранения (E , p , момента импульса, электрического заряда и т.п.).

Тяжёлые ядра под действие нейтронов делятся на несколько более легких ядер (осколков) и выпускают два – три вторичных нейтрона, которые могут вызвать деление соседних ядер – *цепная реакция деления*:



В такой реакции выделяется энергия $= 0,7 \text{ MeB/a.o.z.}$

Следует заметить, что 1 кг ядерного горючего может заменить 107 кг качественного угля.



Прочность связей нуклонов в ядрах характеризуется удельной энергией связи:

$$\varepsilon_{св} = \frac{E_{св}}{A}.$$

У средних ядер ($A=60$) достигает *max*. Значит, энергетически выгодными есть: слияние легких ядер с образованием средних (*синтез*), распределение тяжелых на средние (*распад*).

Рис. 130

9.1.2. Радиоактивность.

Естественная радиоактивность – самопроизвольное (спонтанное) преобразование ядер одних элементов в ядра других элементов (радиоактивный распад). Сопровождается излучением, которое называется радиоактивным. Выявил Беккерель на солях урана.

Ядро, которое распадается, называется материнским, возникающее ядро – дочерним.

Радиоактивное излучение

α-излучение: ядра гелия: ${}_2\text{He}^4$;

γ-излучение: поток квантов электромагнитного излучения;

β-излучение: поток электронов: ${}_{-1}e^0$.

Проникающая способность:

- писчая бумага (для α-излучения);
- металлическая фольга 3 мм, алюминий толщиной 2 мм (для β-излучения);
- свинец толщиной ≈ 5 см (для γ-излучения).

Схема α-распада: $ZX^A \rightarrow {}_2\alpha^4 + {}_{Z-2}Y^{A-4}$;

Схема β-распада (электронный распад): $ZX^A \rightarrow {}_{-1}e^0 + {}_{Z+1}YA$;

Схема β+-распада (позитронный распад): $ZX^A \rightarrow {}_{+1}e^0 + {}_{Z-1}Y^A$.

В процессе β-излучения электрон (позитрон) в ядре появляется в момент распада по схеме:

$${}_0n^1 \rightarrow {}_0p^1 + {}_{-1}e^0 + {}_0\tilde{\nu}^0$$

$${}_0p^1 \rightarrow {}_0n^1 + {}_{+1}e^0 + {}_0\nu^0,$$

где ${}_0\nu^0$ (${}_0\tilde{\nu}^0$) – нейтрино (антинейтрино).

γ-излучение сопровождает α- или β-распад.

Дочернее ядро, которое образовалось, оказывается, как правило, в возбужденном состоянии, то есть с избытком энергии. Эту энергию оно отдает, излучая γ-квант.

Процесс радиоактивного распада описывается динамическим уравнением:

$$dn = -\lambda N dt,$$

действительные: $r_{1,2} = -\beta \pm \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2}$, $r_1 < 0$, $r_2 < 0$.

Если характеристическое уравнение имеет действительные разные корни, то общее решение уравнения (6.1) имеет вид: $q = C_1 e^{r_1 t} + C_2 e^{r_2 t}$. Получили аperiодический процесс, при котором q уменьшается по экспоненте, не меняя знака, то есть не переходя через нуль, а колебания при этом колебания отсутствуют.

6.2.3. Вынужденные колебания

В контуре действует внешняя ЭДС ($\sim U$), которая меняется по гармоническому закону: $U = U_0 \cos \omega t$ (см. рис. 75).

Запишем для такого контура второе правило Кирхгофа:

$$IR + \frac{q}{C} = -L \frac{dq}{dt} + U_0 \cos \omega t \Rightarrow \ddot{q} + 2\beta \dot{q} + \omega_0^2 q = A \cos \omega t = A e^{i\omega t}, \quad (6.5)$$

где $A = \frac{U_0}{L}$.

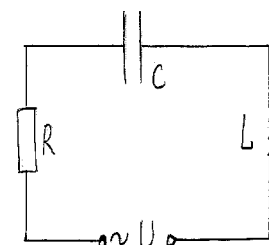


Рис. 75

Уравнение (6.5) – это неоднородное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами. Его решение ищем в виде: $q = q_1 + q_2$, где q_1 – общее решение соответствующего однородного уравнения (6.1) – описывает затухающие колебания; q_2 – частинный решение неоднородного уравнения, описывает вынужденные колебания. При $t \rightarrow \infty$ $q_1 \rightarrow 0$ и тогда

$$q = q_2.$$

Ищем это решение в виде правой части уравнения (6.5): $q = Ce^{i\omega t}$. Найдем производные:

$$\dot{q} = i\alpha C e^{i\omega t}; \quad \ddot{q} = -\alpha^2 C e^{i\omega t}.$$

q, \dot{q}, \ddot{q} подставляем у уравнения (6.5):

$$C e^{i\omega t} [-\alpha^2 + i\beta\alpha + \omega_0^2] = A e^{i\omega t}.$$

Равенство левой и правой части должна соблюдаться при любом $t \Rightarrow \alpha = \omega$. Тогда получаем:

$$C = \frac{A}{\omega_0^2 - \omega^2 + i2\beta\omega} = A \frac{(\omega_0^2 - \omega^2) - i2\beta\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2} = a + ib.$$

Здесь ввели обозначение: $a = \frac{A(\omega_0^2 - \omega^2)}{f}$, $b = -\frac{A \cdot 2\beta\omega}{f}$,

$$f = (\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2.$$

Комплексную величину C представим в показательной форме:

$$C = C_0 e^{i\varphi}, \text{ где } C_0 = \sqrt{a^2 + b^2}, \text{ } \text{tg} \varphi = \frac{b}{a}.$$

Поскольку $a^2 + b^2 = \frac{A^2 f}{f^2} = \frac{A^2}{f}$, то $C_0 = \frac{A}{\sqrt{f}}$, $\text{tg}\varphi = -\frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$.

Решение принимает вид: $q = C_0 e^{j\omega t} = C_0 e^{j(\omega t + \varphi)}$, где $C_0 = C_0(\omega)$ – амплитуда заряда, которая является функцией частоты ω внешней ЭДС, возбуждающей колебания.

Исследуем функцию $C_0(\omega)$ на максимум:

$$\frac{dC_0}{d\omega} = 0;$$

$$\frac{dC_0}{d\omega} = A * \left(-\frac{1}{2}\right) f^{-\frac{3}{2}} f'_\omega = 0 \Rightarrow f'_\omega = 2(\omega_0^2 - \omega^2)(-2\omega) + 8\beta^2\omega = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\beta^2 = \omega_0^2 - \omega_p^2 \Rightarrow \omega_p = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}.$$

При $\omega = \omega_p$ амплитуда вынужденных колебаний достигает своего максимального значения. Найдем амплитуду при резонансе.

$$C_{0p} = \frac{A}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_p^2)^2 + 4\beta^2\omega_p^2}} = \frac{A}{2\beta\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}.$$

При $\beta \rightarrow 0$ (то есть при $R \rightarrow 0$) $C_{0p} \rightarrow \infty$. Найдем также:

$$\text{tg}\varphi_p = -\frac{2\beta\omega_p}{2\beta^2} = -\frac{\sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}}{\beta}.$$

6.2.4. Методические указания и рекомендации

Обратите внимание на аналогию между механическими и электромагнитными колебаниями.

В случае механических колебаний основным уравнением для колебательной системы было дифференциальное уравнение движения точки (твердого тела), составленное на основе второго закона (основного закона) динамики точки (твердого тела).

В случае электромагнитных колебаний таким уравнением является уравнение, составленное по второму правилу Кирхгофа.

Контрольные вопросы.

1. Опишите понятия «электромагнитные колебания».
2. Свободные незатухающие электромагнитные колебания.
3. Свободные затухающие электромагнитные колебания.
4. Вынужденные колебания.

Задания для самостоятельной работы

1. Изучить материал лекции.
2. Ответить на контрольные вопросы.

Рекомендованная литература по теме лекции: [1, 2, 3]

Протон: $m_p = 1836 \text{ мe}$; $q_p = e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$. В элементарных единицах заряда: $q_p = +1$; $S = 1/2$ (собственный момент импульса).

Нейтрон: $m_n = 1839 \text{ мe}$; $q_n = 0$; $S = 1/2$.

Символическое обозначение ядра:

$${}_Z^A X^I,$$

где A – массовое число (масса в а.о.г. округленная к целому). $1 \text{ а.о.г.} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$;

Z – порядковый номер элемента, число протонов в ядре; заряд ядра в элементарных единицах заряда; число электронов в атоме.

Символическое обозначение частиц: ${}_1^1 p^1$, ${}_0^1 n^1$, ${}_{-1}^0 e^0$.

Изотопы – ядра, в которых одинаковое Z , но разные A : (${}_1^1 \text{H}^1$, ${}_1^2 \text{H}^2$, ${}_1^3 \text{H}^3$, ${}_{92}^{235} \text{U}$, ${}_{92}^{238} \text{U}$, ${}_{92}^{239} \text{U}$ и т.п.).

Изобары – ядра, в которых разные Z , но одинаковые A .

Характеристикой ядра является его размер (границы ядра размыты).

$$R = R_0 \cdot A^{1/3},$$

где $R_0 = (1,3 \dots 1,7) \cdot 10^{-15} \text{ м}$ – эмпирическая формула.

Нуклоны – фермионы, то есть $\text{спин} = \frac{\hbar}{2}$. Ядро имеет собственный момент

импульса (*спин*):

$$L_{\text{яд}} = \hbar \cdot \sqrt{I(I+1)},$$

где I – внутреннее (полное) спиновое квантовое число.

Бозоны – частицы, в которых спин целый или $=0$ (фотоны, пионы, гравитоны). Ядра в которых A парное, являются *бозонами*, A – непарное – *фермионами*.

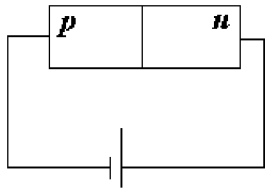
В состав ядра входят протоны, между которыми действуют кулоновские силы отталкивания. Поскольку ядро устойчивое, значит эти силы необходимо компенсировать силами притяжения. Гравитационное притяжение слабое (в 1036 раз меньше кулоновских сил). Значит, в ядре действуют силы – *ядерные силы*, которые являются частным случаем сильного взаимодействия.

Основные свойства ядерных сил:

- силы притягивания;
- короткодействующие ($r \sim 10^{-15} \text{ м}$);
- зарядонезависимы (между ${}_1^1 p^1$ и ${}_1^1 p^1$, ${}_1^1 p^1$ и ${}_0^1 n^1$ – одинаковые);
- насыщаются (каждый нуклон взаимодействует с ограниченным числом «соседей»);
- зависят от ориентации спинов взаимодействующих нуклонов;
- не являются центральными, то есть бездействуют по линии, которые соединяет центры взаимодействующих нуклонов;
- ядерное взаимодействие, как частный случай сильного взаимодействия, носит обменный характер: нуклоны в ядре обмениваются квантами взаимодействия – *глюонами*.

Энергия связи ядра: $E_{CB} = \Delta m c^2 = (Zm_p + Nm_n - M_{\text{яд}}) \cdot c^2$ – энергия, которую необходимо затратить для деления ядра на составные его нуклоны;

Δm – дефект массы ядра – равен суммарной массе квантов сильного взаимодействия, которые осуществляют ядерное притягивание между нуклонами, которые входят в состав ядра.



б) обратное (рис. 129).
Толщина контактного слоя увеличивается.

Рис. 129

Фотопроводимость полупроводника – увеличение электропроводности полупроводника под действием электромагнитного излучения.

Без примесей: при поглощении $h\nu \geq \Delta E$ (ширина запрещенной зоны) могут происходить переходы электронов из **BЗ** в **ЗП**.

С примесями: а) донорная примесь – у фотона энергия $h\nu \geq \Delta E_{\mathcal{D}}$; б) акцепторная примесь – $h\nu \geq \Delta E_A$,

где $\Delta E_{\mathcal{D}}$ – различие энергий нижнего уровня зоны проводимости и примесного донорного уровня;

ΔE_A – различие акцепторного и верхнего уровней валентной зоны.

Контрольные вопросы.

1. Понятие о квантовой статистике.
2. Теплоемкость твердых тел.
3. Элементы зонной теории.

Задания для самостоятельной работы

1. Изучить материал лекции.
2. Ответить на контрольные вопросы.

Рекомендованная литература по теме лекции: [1, 2, 3]

РАЗДЕЛ 9. ФИЗИКА АТОМНОГО ЯДРА. ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ

Лекция 25. Элементы зонной теории. Строение ядра. Радиоактивность. Элементарные частицы.

План лекции.

1. Состав ядра. Ядерные силы.
2. Радиоактивность.
3. Ядерные реакции.
4. Фундаментальные взаимодействия. Элементарные частицы.

9.1. Атомное ядро. Элементарные частицы.

9.1.1. Состав ядра. Ядерные силы.

Ядро состоит из протонов и нейтронов (нуклоны).

ЛЕКЦИЯ 19. Переменный ток.

План лекции.

1. Комплексные числа
2. Емкость и индуктивность в цепи переменного тока
3. Действующие (эффективные) значение тока и напряжения. Мощность
4. Резонанс

6.3. Переменный ток

6.3.1. Комплексные числа

В электротехнике мнимая единица обозначается буквой j : $j = \sqrt{-1}$. Комплексное число z может быть представлено в разных формах.

Алгебраическая: $z = a + jb$.

Тригонометрическая: $z = r(\cos \varphi + j \sin \varphi)$.

Показательная: $z = re^{j\varphi}$.

Здесь r и φ – соответственно модуль и аргумент комплексного числа:

$$r = |z| = \sqrt{a^2 + b^2};$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{b}{a}, \quad \cos \varphi = \frac{a}{r}, \quad \sin \varphi = \frac{b}{r}.$$

Формула Эйлера: $e^{j\alpha} = \cos \alpha + j \sin \alpha$.

Действительная часть комплексного числа: $\operatorname{Re} z = a = r \cos \varphi$.

Мнимая часть: $\operatorname{Im} z = b = r \sin \varphi$.

Сложение (вычитание) удобнее делать с комплексными числами, записанными в алгебраической или тригонометрической форме:

$$z_1 = a_1 + jb_1; \quad z_2 = a_2 + jb_2;$$

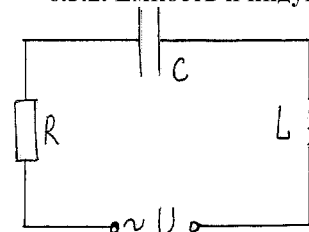
$$z_1 \pm z_2 = (a_1 \pm a_2)_m + j(b_1 \pm b_2).$$

Умножение (деление) удобно делать с числами, записанными в показательной форме:

$$z_1 z_2 = r_1 e^{j\varphi_1} r_2 e^{j\varphi_2} = r_1 r_2 e^{j(\varphi_1 + \varphi_2)};$$

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{r_1 e^{j\varphi_1}}{r_2 e^{j\varphi_2}} = \frac{r_1}{r_2} e^{j(\varphi_1 - \varphi_2)}.$$

6.3.2. Емкость и индуктивность в цепи переменного тока



Рассмотрим участок цепи переменного тока с последовательно соединенными элементами R , L и C . К участку приложено напряжение U , которое меняется по гармоническому закону (см. рис. 76).

Пусть ток меняется по закону: $i = I_0 \sin \omega t$.

Тогда $U_R = iR = RI_0 \sin \omega t = U_{OR} \sin \omega t$.

Рис. 76

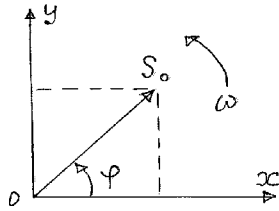
Поскольку $i = \frac{dq}{dt}$, поэтому

$$q = \int idt = I_0 \int \sin \omega t dt = \frac{1}{\omega} I_0 (-\cos \omega t) = \frac{1}{\omega} I_0 \sin(\omega t - \frac{\pi}{2});$$

$$U_C = \frac{q}{c} = \frac{1}{\omega c} * I_0 * \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) = U_{OC} * \sin(\omega t - \frac{\pi}{2});$$

$$U_L = -\varepsilon_c = L \frac{di}{dt} = \omega L I_0 \cos \omega t = U_{OL} * \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}),$$

U_C и U_L – соответственно напряжение на емкости и на индуктивности. Все эти величины (I , U_R , U_C , U_L) меняются по гармоническому закону, имеют одинаковую частоту. Представим эти величины, используя метод векторных диаграмм (метод вращающегося вектора амплитуды).



Основные положения метода.

Пусть вектор \vec{S}_0 вращается с постоянной угловой скоростью ω (см. рис. 77).

Угол φ меняется по закону: $\varphi = \omega t + \varphi_0$.

Проекции вектора \vec{S}_0 на оси x и y будут равны:

$$S_x = S_0 \cos(\omega t + \varphi_0); \quad S_y = S_0 \sin(\omega t + \varphi_0).$$

Рис. 77

Итак, величина S (S_x или S_y), меняется по гармоническому закону, и может быть представлена как проекция на одну из координатных осей вектора амплитуды \vec{S}_0 , который вращается с угловой скоростью ω . φ_0 – начальная фаза, которая определяет положение вектора \vec{S}_0 в начальный момент времени (при $t=0$).

Представим на векторной диаграмме ток и напряжения на элементах (соответственно векторы \vec{I}_0 , \vec{U}_{OC} , \vec{U}_{OL}). Положение каждого из этих векторов меняется со временем. Но, поскольку все они вращаются с одинаковой угловой скоростью ω , поэтому их относительное расположение, положение друг относительно друга не меняется со временем.

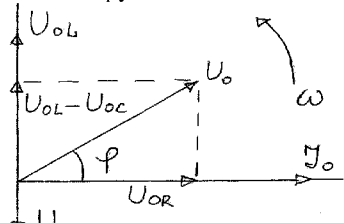


Рис. 78

Итак, для того, чтобы установить связь между этими величинами, достаточно показать соответствующие векторы на векторной диаграмме для произвольного (но единого для всех величин) момента времени t . За такое время принимаем $t=0$. На векторной диаграмме (см. рис. 78) показаны векторы амплитуд для $t=0$.

Модули (длины векторов): $U_{OR} = I_0 R$, $U_{OL} = I_0 \omega L$, $U_{OC} = \frac{I_0}{\omega C}$ (здесь I_0

– модуль вектора тока).

Модуль вектора полного напряжения:

– n -тип (лишний электрон образует примесный уровень E_d (что находится в $3Z$ вблизи «дна» $3I$) (рис. 126)). Небольшой энергии достаточно, чтобы электрон перешел в $3I$ – возможен электрический ток;

– p -тип (дырки образуют примесный уровень E_d в $3Z$ вблизи «стелы» валентной зоны) (рис. 127). Небольшой энергии достаточно, чтобы электроны Ge из BZ перешли на уровень E_d , значит во BZ появляются дырки – электрический ток возможен.

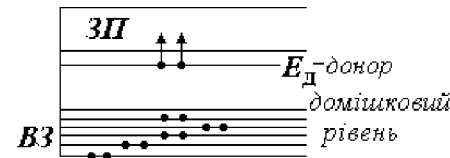


Рис. 126

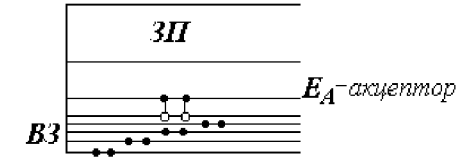


Рис. 127

Если создать контакт из двух полупроводников, один из которых n -типа, а другой p -типа (такой контакт называется p - n -переходом), тогда электроны и дырки будут диффундировать через этот контакт в полупроводник другого типа и рекомбинировать друг с другом. Процессы диффузии приводят к нарушению электрической нейтральности. Одна часть контакта, который принадлежит полупроводнику n -типа, оказывается заряженной положительно (из нее пошла часть электронов), а другая – отрицательно. Из-за этого в самом контакте возникает прыжок потенциала. Если не приложено внешнее напряжение, то ток через контакт не течет, поскольку в состоянии равновесия ток, вызванный этим потенциалом, компенсируется обратным диффузным потоком частиц.

Приложение внешнего напряжения меняет это динамическое равновесие. Если приложенное к p - n -переходу внешнее электрическое поле направлено противоположно полю контактного слоя, то оно вызывает движение электронов в n -полупроводнике и дырок в p -полупроводнике к границе p - n -перехода навстречу друг другу. В этой области они рекомбинируют, толщина контактного слоя и его сопротивление уменьшаются.

Итак, в этом направлении электрический ток проходит сквозь p - n -переход в направлении от p -полупроводника к n -полупроводнику; напряжение называется прямой. Если к p - n -переходу приложено напряжение обратного знака, то ток окажется очень малым, поскольку концентрация носителей тока в полупроводниках с противоположным основным типом носителей ничтожно мала. Такое напряжение называется обратным (запирающим).

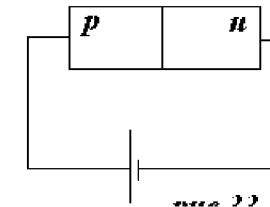


Рис. 128

Получили, если внешнее напряжение:

а) прямое (рис. 128);

Толщина контактного слоя и его сопротивление уменьшаются.

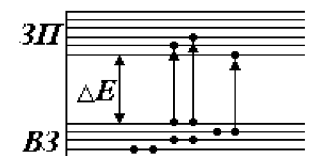


Рис. 123

С повышением температуры, вследствие термического возбуждения электронов валентной зоны, часть из них переходит в зону проводимости (ЗП). Свободные уровни, которые образовались во ВЗ, называются дырками (подобны положительным зарядам). Внешнее поле вызывает направленное движение электронов в ЗП и дырок в ВЗ, то есть появляется электрический ток.

Удельная проводимость собственно полупроводника:

$$\gamma = \gamma_0 \exp\left(-\frac{\Delta E}{2kT}\right),$$

где ΔE – ширина запрещенной зоны.

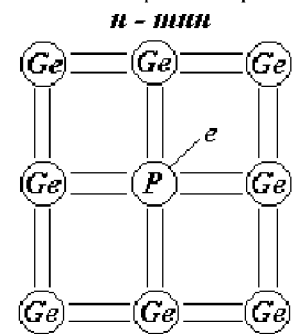


Рис. 124

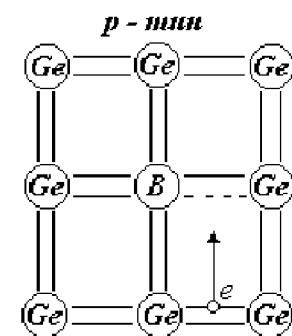


Рис. 125

Примесная проводимость (обусловленная примесями).

Проводимость полупроводников, обусловленная примесями, называется примесной проводимостью, а сами полупроводники – примесными полупроводниками. Примесями являются атомы посторонних элементов, механические дефекты и т.п. Примесная проводимость бывает двух типов: *электронная* примесная проводимость (проводимость *n-типа*) (рис. 124) и *дырочная* проводимость (проводимость *p-типа*) (рис. 125). Проводимость *n-типа* возникает, например, при внесении в Ge (4-валентный) пятивалентного фосфора P.

Один атом P замещает один атом Ge. Четыре валентных электрона атома P восстанавливают ковалентные связи с четырьмя соседними атомами Ge, а один, пятый электрон, окажется лишним. Такие электроны образуют примесный уровень E_D , расположенный в запрещенной зоне вблизи «дна» зоны проводимости. Небольшой энергии достаточно, чтобы такой электрон перешел в зону проводимости и мог стать носителем тока.

Проводимость *p-типа* возникает при замещении атома Ge атомом, валентность которого меньше, например, бор B (валентность – 3). Три электрона атома B восстанавливают ковалентные связи с тремя соседними атомами Ge, а ковалентная связь с четвертым атомом Ge оказывается не восстановленной. Эти незавершенные ковалентные связи образуют примесный уровень E_A в запрещенной зоне вблизи «стелы» валентной зоны. Небольшой энергии достаточно, чтобы электроны германия из валентной зоны перешли на этот уровень. При этом в валентной зоне появляются вакантные уровни – дырки.

Итак,

$$U_0 = \sqrt{U_{OR}^2 + (U_{OL} - U_{OC})^2} = \sqrt{(I_0 R)^2 + \left(I_0 \omega L - \frac{I_0}{\omega C}\right)^2} = I_0 \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{I_0}{\omega C}\right)^2}.$$

Обобщая закон Ома для случая переменного тока, запишем:

$$U_0 = I_0 Z, \text{ где } Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \text{ – сопротивление участка цепи.}$$

Угол ϕ сдвига фаз между током и напряжением определяется из отношения:

$$\operatorname{tg} \phi = \frac{U_{OL} - U_{OC}}{U_{OR}} = \frac{I_0 \omega L - \frac{I_0}{\omega C}}{I_0 R} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}.$$

Сопротивление отдельных элементов:

$$U_{OR} = I_0 R \Rightarrow R = R;$$

$$U_{OC} = \frac{I_0}{\omega C} \Rightarrow X_C = \frac{1}{\omega C};$$

$$U_{OL} = I_0 \omega L \Rightarrow X_L = \omega L.$$

Активное сопротивление R: переход (преобразование) энергии тока в тепловую энергию колебаний решетки. Силовой механизм: столкновение электронов с узлами решетки.

Емкостное сопротивление X_C : энергетическое соотношение: энергия тока переходит в энергию поля заряженного конденсатора. Силовой механизм: как только конденсатор начинает заряжаться, то заряд, который осел на его пластине, препятствует дальнейшей его зарядке (кулоновские силы отталкивания).

Индуктивное сопротивление X_L : энергия тока (источника) переходит в энергию магнитного поля, создаваемого током в катушке индуктивности. Силовой механизм: возникающее вихревое электрическое поле противодействует основному полю, создаваемому источником (явление самоиндукции).

Представление величин на комплексной плоскости.

$$i = I_0 e^{j\omega t} e^{j\omega t};$$

$$U_R = I_0 R e^{j\omega t} e^{j\omega t}; \quad U_C = I_0 \frac{1}{\omega C} e^{-j\frac{\pi}{2}} e^{j\omega t}; \quad U_L = I_0 \omega L e^{j\frac{\pi}{2}} e^{j\omega t},$$

здесь $I_0 e^{j\omega t}$ – комплексная амплитуда тока;

$I_0 R e^{j\omega t}$ – комплексная амплитуда напряжения на активном сопротивлении

R;

$$I_0 \frac{1}{\omega C} e^{-j\frac{\pi}{2}} \text{ – комплексная амплитуда напряжения на емкости;}$$

$$I_0 \omega L e^{j\frac{\pi}{2}} \text{ – комплексная амплитуда напряжения на индуктивности.}$$

Соответственно сопротивления:

$$R = \frac{U_R}{i} = R;$$

$$z_C = \frac{U_C}{i} = X_C e^{-j\frac{\pi}{2}} = -jX_C; \quad z_L = \frac{U_L}{i} = X_L e^{j\frac{\pi}{2}} = jX_L.$$

Комплекс полного сопротивления:

$$Z = R + Z_L + Z_C = R + j(X_L - X_C).$$

Модуль: $|Z| = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$. Сдвиг фаз: $\operatorname{tg}\varphi = \frac{X_L - X_C}{R}$.

6.3.3. Действующие (эффективные) значение тока и напряжения. Мощность

Эффективным (действующим) значением силы тока (напряжения) называется среднее квадратичное за период значение силы тока (напряжения).

Среднее квадратичное значение некоторой величины a , которое измеряется за произвольный промежуток времени $t = \Delta t_1 + \Delta t_2 + \dots$ по определению равно:

$$a_{\text{ср.кв.}} = \sqrt{\frac{a_1^2 \Delta t_1 + a_2^2 \Delta t_2 + \dots}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \dots}}.$$

Соответственно за период: $a_{\text{ср.кв.}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T a^2 dt}$.

Находим:

$$I_{\text{эф.}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I_0^2 \sin^2 \omega t dt} = I_0 \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (1 - \cos 2\omega t) dt}.$$

Вычислим интеграл:

$$\int_0^T \cos k\omega t dt = -\frac{1}{\omega k} \sin k\omega t \Big|_0^T = -\frac{1}{\omega k} \sin\left(k\omega \frac{T}{\omega}\right) = -\frac{1}{\omega k} \sin 2\pi k = 0;$$

($k=1, 2, \dots$). Тогда $I_{\text{эф.}} = I_0 \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T 1 dt} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$.

Аналогично для напряжения: $U_{\text{эф.}} = \frac{U_0}{\sqrt{2}}$.

Мощность по определению: $P = \frac{dA}{dt}$. Мгновенная мощность переменного

тока: $P = Ui$.

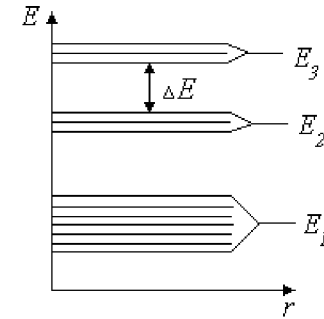
Среднее за период значение мощности:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u i dt = \frac{1}{T} \int_0^T U_0 I_0 \sin \omega t \sin(\omega t + \varphi) dt,$$

здесь φ – угол сдвига фаз между напряжением и током, $\varphi = \Psi_u - \Psi_i$, где Ψ_u – начальная фаза напряжения, Ψ_i – начальная фаза тока (см. рис. 79).

Теоретической основой физики проводников (металлов), полупроводников и диэлектриков есть зонная теория – квантовая теория электронов, которые движутся в периодическом поле кристаллической решетки.

У изолированных атомов электроны могут принимать строго определенные значения энергии (E_1, E_2, \dots).



При сближении атомов каждый энергетический уровень расщепляется на множество расположенных около энергетических уровней (рис. 119), которые образуют энергетическую зону. ΔE – запрещенная зона.

Рис. 119

Диэлектрики – кристаллы, в которых свободные состояния отделены от занятых зоной запрещенных значений энергии, которые в слабых полях электроны преодолеть не могут (рис. 120: **ЗП** – зона проводимости; **ЗЗ** – запрещенная зона, **ВЗ** – валентная зона).

Полупроводники (Ge, Si) – ширина запрещенной зоны (**ЗЗ**) небольшая (рис. 121: **ЗП** – зона проводимости; **ЗЗ** – запрещенная зона, **ВЗ** – валентная зона).

Проводники – кристаллы с частично заполненными зонами, которые имеют свободные состояния (уровни энергии), на которые электроны могут переходить за счет действия внешнего электрического поля (рис. 122: **АВ** – валентная зона; **СД** – запрещенная зона).

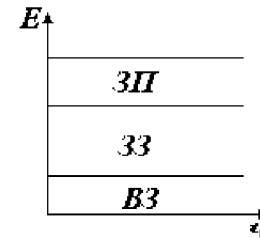


Рис. 120

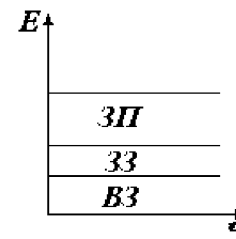


Рис. 121

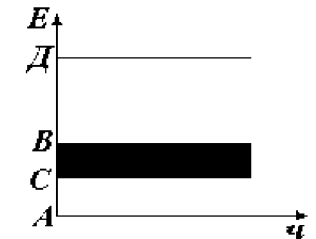


Рис. 122

Проводимость полупроводников:

собственная (*Ge, Se* и др.);

примесная (*Ge + P, Ge + B* и др.).

При $T=0$ валентная зона у собственного полупроводника укомплектована целиком, а зона проводимости – пустая, итак, проводимость нулевая.

E_F – это максимальная кинетическая энергия, которую может иметь электрон в металле при абсолютном нуле. Эту энергию имеют электроны, которые находятся на уровне Ферми (последний занятый электронами при $T = 0$, если электронов N , то согласно принципу Паули (на каждом уровне может находиться два электрона с противоположными спинами) последним занятым будет уровень $\frac{N}{2}$)).

При повышении температуры электроны переходят на более высокие энергетические уровни (тепловое возбуждение) и распределение (пунктирная линия) меняется.

Следует заметить, что кроме теплоемкости решетки C_p необходимо учитывать и теплоемкость электронного газа C_e , то есть:

$$C = C_p + C_e \approx 4,5R, \text{ где } C - \text{ теплоемкость металла.}$$

Но в действительности и металлы и диэлектрики в области высоких температур:

$$C = 3R \text{ (Закон Дюлонга и Пти).}$$

То есть, при повышении температуры металла тепловому возбуждению подвергаются не все электроны, а лишь те, которые располагаются возле уровня Ферми, значит

$$C \approx C_p \approx 3R.$$

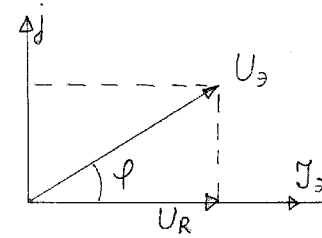
Квантовая теория электропроводности металлов рассматривает движение электронов с учетом их взаимодействия с кристаллической решеткой. Бардин, Купер и Шриффер создали (1957) квантово-механичную теорию сверхпроводимости (теория БКШ). Сверхпроводимость (выявленная на ртути в 1911 г.) – явление резкого падения к нулю электрического сопротивления некоторых веществ (металлов и сплавов) при низких температурах.

Сверхпроводимость объясняется тем, что при низких температурах в металлах образуются связанные (куперовские) пары, которые являются системой бозе-частиц. Они имеют устойчивость относительно возможного отрыва электрона и могут под действием внешнего электрического поля двигаться без сопротивления по проводнику.

Куперовские пары – два связанных электрона, которые притягиваются друг к другу, их спины противоположны, значит спин пары равен нулю. Механизм образования куперовской пары: электрон, который пролетает мимо, электрическими силами деформирует (поляризует) кристаллическую решетку; электрон решетки, окруженный положительным облаком притягивается к пролетающему электрону.

При высоких температурах интенсивное тепловое движение разбрасывает частицы, ликвидирует деформацию и поляризацию решетки, размывает «облако» положительного заряда и эффект межэлектронного притягивания прекращается.

8.2.3. Элементы зонной теории.



$$U = U_3 \sqrt{2} \sin(\omega t + \Psi_u);$$

$$i = I_3 \sqrt{2} \sin(\omega t + \Psi_i);$$

$$U_{3\phi} \cos \phi = U_{3\phi,R} = I_3^2 R.$$

Активная мощность:

$$P = U_3 I_3 \cos \phi = I_3^2 R.$$

Рис. 79

Отсюда вытекает, что эффективное значение силы переменного тока равно такому значению силы постоянного тока, при протекании которого в течении периода выделяется такое же количество теплоты.

Полную мощность представим как комплексную величину:

$$\tilde{S} = P + jQ; \quad S^2 = P^2 + Q^2,$$

где Q – реактивная мощность,

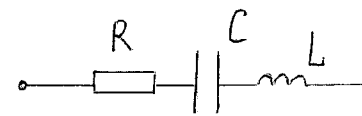
$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = U_3 I_3 \sin \phi$. Тогда $\tilde{S} = U_3 I_3^*$ (здесь знак «*» – знак комплексного сопряжения).

Мощность как физическая величина характеризует по определению $\left(P = \frac{dA}{dt} \right)$ скорость протекания процесса (осуществление работы). Поскольку в процессе осуществления работы происходит изменение (преобразование) энергии, то мощность характеризует быстроту (скорость) изменения (преобразования) энергии. Активная мощность характеризует скорость преобразования энергии тока в тепловую энергию. Этот процесс необратимый (вытекает из второго начала термодинамики; энтропия возрастает). Переход направленного движения в тепловой хаотичный – вероятный; обратный переход – маловероятный. Реактивная мощность характеризует скорость перехода энергии тока в энергию электрического поля емкости или магнитного поля индуктивности и наоборот. Эти процессы обратимые. Активная мощность всегда положительная; реактивная – как положительная, так и отрицательная ($\cos \phi$ – парная функция, $\sin \phi$ – непарная).

6.3.4. Резонанс

Последовательный резонанс.

Рассмотрим участок цепи (рис. 80).



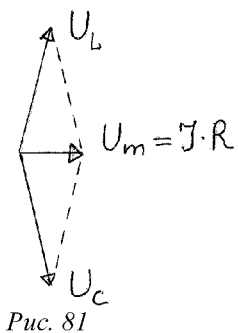
$$X_L = \omega L; \quad X_C = \frac{1}{\omega C}.$$

$$I_0 = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}.$$

Рис. 80

При заданном напряжении амплитуда тока I_0 максимальна при $X_L = X_C$.

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}. \text{ Отсюда резонансная частота: } \omega_{рез} = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$



При резонансе (при условии $R \rightarrow 0$) получаем:

$$U_L = I\omega L = \frac{U_m}{R} \cdot \frac{1}{\sqrt{LC}} \cdot L = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot U_m$$

Добротность:

$$Q = 2\pi \frac{W(t)}{W(t) - W(t-T)} = \frac{\pi}{\beta T} = \frac{\pi}{\frac{R}{2L} 2\pi \sqrt{LC}} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \gg 1.$$

Тогда получаем: $U_L = QU_m \gg U_m$. Полное напряжение равно $U = U_L$. Поскольку при резонансе $U_L = U_C$, то $U_L \gg U$, $U_C \gg U$. Явление называют резонансом напряжений.

Рис. 81

Параллельный резонанс (резонанс токов) (рис. 82).

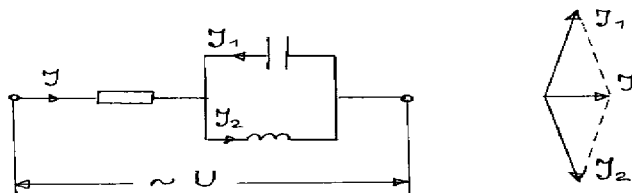


Рис. 82

Используется при индуктивном плавнении металлов. При малом общем токе получают большой ток на обмотке.

6.3.4. Методические указания и рекомендации

Этот материал детально рассматривается в курсе "Электротехника" и особенно широко в курсе "Теоретические основы электротехники".

Обратите внимание на природу сопротивлений (силовой и энергетический подход): активного R , индуктивного X_L и емкостного X_C .

Обратите внимание на энергетические преобразования, которые происходят в цепи переменного тока.

Контрольные вопросы.

1. Опишите понятие «переменный ток».
2. Емкость и индуктивность в цепи переменного тока.
3. Действующие (эффективные) значения тока и напряжения.
4. Мощность.
5. Последовательный и параллельный резонанс.

Задания для самостоятельной работы

1. Изучить материал лекции.
2. Ответить на контрольные вопросы.

Рекомендованная литература по теме лекции: [1, 2, 3]

цией распределения Бозе-Эйнштейна:

$$f(E) = \frac{1}{\exp\left(\frac{\hbar\omega}{kT}\right) - 1}; (\mu=0)$$

В теории теплоемкости Эйнштейна колебание атомов кристаллической решетки независимы (частота ω_E) и молярная теплоемкость при $V = const$:

$$C_{\mu} = 3R \left(\frac{\theta_E}{T}\right)^2 \frac{\exp\left(\frac{\theta_E}{T}\right)}{\exp\left(\frac{\theta_E}{T}\right) - 1},$$

где $\theta_E = \frac{\hbar\omega}{k}$ – характеристическая температура Эйнштейна.

Петер Дебай (Нидерландский физик) дополнил квантовую теорию теплоемкости кристаллической решетки Эйнштейна, учитывая то, что колебание атомов не являются независимыми, они происходят в определенном интервале частот $0 \leq \omega \leq \omega_D$ – частота Дебая, которая определяется из условия равенства полного числа колебаний числу колебательных степеней свободы решетки.

Применение статистики Бозе-Эйнштейна к фононному газу, привело Дебая к выводу:

– при $T \gg \theta_D$ (классическая область) теплоемкость твердых тел описывается

законом Дюлонга и Пти: $C_{\mu\nu} = 3R \frac{Дж}{моль \cdot K}$;

– при $T \ll \theta_D$ (квантовая область) – характеристическая температура Дебая:

$$\theta_D = \frac{\hbar\omega_{Dl}}{k},$$

где ω_{Dl} – предельная частота упругих колебаний кристаллической решетки:

$$C_{\mu\nu} = 234R \left(\frac{T}{\theta_{Dl}}\right)^3.$$

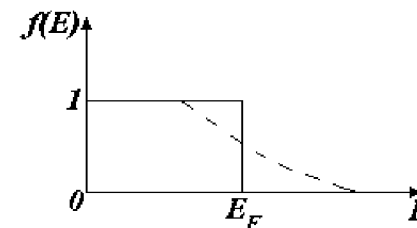


Рис. 118

При $T = 0$ функция распределения электронов (рис. 118) в металле подчиняется распределению:

$$f(E) = \frac{1}{\exp\left(\frac{W_i - \mu}{kT}\right) + 1} \text{ Ферме-Дирака,}$$

где $E_F = \frac{h^2}{2m} \cdot \left(\frac{3n}{8\pi}\right)^{\frac{2}{3}}$ – энергия Ферме, n – концентрация электронов в металле.

$$\Delta\Gamma = \Delta x \Delta y \Delta z \Delta P_x \Delta P_y \Delta P_z.$$

Из соотношения неопределенностей: $\Delta\Gamma \geq h^3$. Рассматриваем количество частиц в данной камере, а не их вид.

Разобьем элементарный объем $\Delta\Gamma$ на камеры объемом h^3 :

$$\frac{\Delta\Gamma_i}{h^3} = \Delta G_i - \text{число квантовых состояний, которые содержатся в объеме } \Delta\Gamma_i$$

с энергией от W_i до $W_i + \Delta w_i$.

Частицы с целым (в единицах \hbar) или нулевым спином описываются *статистикой Бозе – Эйнштейна*.

f_B – функция распределения Бозе-Эйнштейна – это средняя «заселенность» бозонами состояний с данной энергией;

$$f_B = \frac{\Delta N(W_i)}{\Delta g_i}$$

где $\Delta N(W_i)$ - число частиц с энергией от W_i до $W_i + \Delta W_i$;

Δg_i – число квантовых состояний в этом интервале энергий.

Если число частиц в системе и энергия системы сохраняются:

$$\sum_i \Delta N_i = N; \quad \sum_i \Delta N_i \cdot W_i = W,$$

то наиболее вероятное распределение частиц по квантовым состояниям (функция распределения Бозе-Эйнштейна):

$$f_B = \frac{1}{\exp\left(\frac{W_i - \mu}{kT}\right) - 1},$$

где μ – химический потенциал системы – работа, которая осуществляется в изобарно-изотермических условиях при увеличении числа частиц в системе на единицу (μ не зависит от энергии; определяется температурой и плотностью числа частиц).

Фермионы (полуцелый спин: $-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \dots$). Система описывается *квантовой статистикой Ферме-Дирака*.

$$\text{Функция Ферме-Дирака: } f_B = \frac{\Delta N(W_i)}{\Delta g_i}.$$

Метод неопределенных множителей Лагранжа в этом случае дает:

$$f_B = \frac{1}{\exp\left(\frac{W_i - \mu}{kT}\right) + 1}$$

8.2.2. Теплоемкость твердых тел.

Фонон – квант энергии звуковой волны. Упругим волнам в кристалле (согласно корпускулярно-волновому дуализму свойств вещества) соотносят фононы, которые имеют энергию: $E = \hbar\omega$.

Тепловое возбуждение твердого тела можно описать в виде упругих волн (фононов), которые распространяются в кристалле. Фононы описываются функ-

ЛЕКЦИЯ 20. Электромагнитные волны.

План лекции.

1. Распространение волн. Волновое уравнение. Свойства волн.
2. Энергия волны

6.4. Электромагнитные волны

6.4.1. Распространение волн. Волновое уравнение. Свойства волн.

Электромагнитными волнами называется переменное электромагнитное поле, которое распространяется в пространстве с конечной скоростью. Существование электромагнитных волн вытекает из уравнений Максвелла. Источником электромагнитных волн может быть любой электрический колебательный контур или проводник, по которому течет переменный ток, потому что для возбуждения электромагнитных волн необходимо создать в пространстве переменное магнитное поле. Излучаемая способность источника (контра) определяется его формой, размерами и частотой колебаний. Чтобы излучение играло заметную роль, необходимо увеличить объем пространства, в котором создается переменное магнитное поле. Поэтому для получения электромагнитных волн непригодны закрытые колебательные контуры, потому что в них электрическое поле сосредоточено между обкладками конденсатора, а магнитное – внутри катушки индуктивности. Герц в своих опытах, уменьшая число витков катушки и площадь пластин конденсатора, а также раздвигая их, осуществил переход от закрытого колебательного контура к открытому (*вibrator Герца*). Опыты по созданию эффективных излучателей проводились также другими физиками (П.Н. Лебедев, А.А. Глаголева-Аркадьева и др.) Наиболее эффективное излучение происходит тогда, когда размеры излучателя сравнимы с длиной волн излучения. Проводники, которые эффективно излучают (или принимают) электромагнитные волны, называются *антеннами*.

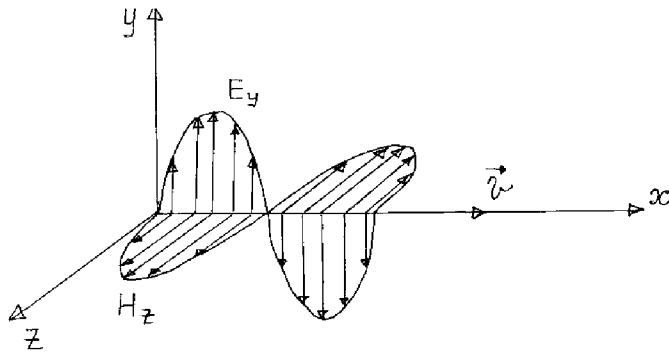
Из уравнений Максвелла следует, что векторы напряженности \vec{E} и \vec{H} переменного электромагнитного поля удовлетворяют в однородной, изотропной, непроводящей среде волновому уравнению:

$$\Delta \vec{E} = \epsilon \epsilon_0 \mu \mu_0 \frac{d^2 \vec{E}}{dt^2}, \quad \Delta \vec{H} = \epsilon \epsilon_0 \mu \mu_0 \frac{d^2 \vec{H}}{dt^2} \quad (8.1)$$

Таким образом, переменное электромагнитное поле действительно распространяется в пространстве в виде волн, фазовая скорость которых равна

$$v = \frac{C}{\sqrt{\epsilon \mu}}, \quad \text{где } C = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с.}$$

В вакууме $\epsilon = \mu = 1$. Поэтому C – скорость электромагнитных волн в вакууме.



Следствием теории Максвелла есть поперечность электромагнитных волн: $\vec{E} \perp \vec{H} \perp \vec{v}$. Векторы \vec{E} , \vec{H} и \vec{v} образуют праввинтовую систему (рис. 83).

Рис. 83

Векторы \vec{E} и \vec{H} всегда колеблются в одинаковых фазах, причем мгновенные значения E и H в любой точке связаны соотношением:

$$\sqrt{\epsilon\epsilon_0} E = \sqrt{\mu\mu_0} H \quad (8.2)$$

Волновому уравнению (8.1) удовлетворяет, в частности, плоская монохроматическая волна:

$$E_y = E_0 \cos(\omega t - kx + \varphi), \quad H_z = H_0 \cos(\omega t - kx + \varphi),$$

где E_0 и H_0 – соответственно амплитуды напряжённости электрического и магнитного полей волны, ω – круговая частота, $k = \frac{\omega}{v}$ – волновое число, φ – начальные фазы колебаний в точках с координатой $x=0$.

6.4.2. Энергия волны

Электромагнитные волны переносят энергию. Объемная плотность w энергии волны складывается из объемных плотностей электрического w_E и магнитного w_M полей:

$$w = w_E + w_M = \frac{1}{2} \epsilon\epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2} \mu\mu_0 H^2.$$

Учитывая (8.2) получаем:

$$w = \frac{1}{2} \sqrt{\epsilon\epsilon_0} E \sqrt{\mu\mu_0} H = \frac{EH}{v}.$$

Модуль плотности потока энергии: $S = wv = EH$.

В векторной форме: $\vec{S} = w\vec{v}$; $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$ – вектор плотности потока энергии (вектор «Условие Пойтинга»).

Вектор \vec{S} направлен в сторону распространения электромагнитной волны, а его модуль равен энергии, которую переносит электромагнитная волна за единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную направлению распространения волны.

Более подробно основные свойства электромагнитных волн будут рассмотрены в разделе «Волновая оптика».

6.4.3. Методические указания и рекомендации

меньшими частоты падающего света, называются *красными* (или *стоксовыми*) *спутниками* (*сателлитами*); линии с частотами $\nu_0 + \nu_1, \nu_0 + \nu_2, \dots$, большими ν_0 – *фиолетовыми* (или *антистоксовыми*) *спутниками* (*сателлитами*), причем все частоты $\nu_1, \nu_2, \nu_3, \dots$ характерны для данного кристалла (или жидкости) и не зависят от частоты ν_0 падающего света.

Комбинационное рассеяние света позволяет находить собственные частоты колебаний сложных многоатомных молекул и сделать выводы о составе и строении таких молекул. С помощью спектров комбинационного рассеяния проводят, например, количественный спектральный анализ состава разных органических смесей.

Контрольные вопросы.

1. Теория Бора.
2. Гипотеза де Бройля. Соотношение неопределенностей.
3. Волновая функция. Уравнение Шредингера.
4. Некоторые простейшие задачи квантовой механики.
5. Атом водорода.
6. Спин электрона. Принцип Рафаэля.
7. Рентгеновские и молекулярные спектры.

Задания для самостоятельной работы

1. Изучить материал лекции.
2. Ответить на контрольные вопросы.

Рекомендованная литература по теме лекции: [1, 2, 3]

ЛЕКЦИЯ 24. Элементы квантовой статистики и физики твердого тела.

План лекции:

1. Понятие о квантовой статистике.
2. Теплоемкость твердых тел.
3. Элементы зонной теории.

8.2. Элементы квантовой статистики и физики твердого тела.

8.2.1. Понятие о квантовой статистике.

Квантовая статистика – статистический метод исследования, который применяется к системам, которые состоят из большого числа частиц и подчиняются законам квантовой механики.

Квантовая статистика строится на принципе неотличимости тождественных частиц, то есть все одинаковые частицы полагают принципиально неразличимыми одна от одной.

Основная задача квантовой статистики: распределение частиц по координатам и скоростям, то есть задача распределения частиц по камере фазового объема $\Delta\Gamma$:

Если электроны в ускоряющем поле приобретают довольно высокую скорость, достаточную чтобы проникнуть внутрь атома анода и выбить один из электронов его внутреннего слоя, то на его место переходит электрон из более отдаленного слоя с излучением кванта большой энергии. Такое рентгеновское излучение имеет строго определенные длины волн, характерные только для данного химического элемента, поэтому оно называется *характеристическим*. Характеристическое излучение имеет линейчатый спектр, который накладывается на сплошной спектр тормозного излучения.

Итак, подытожим: при увеличении U (анодное напряжение) появляется характеристическое излучение, спектр которого линейчатый. Механизм: столкновение с атомом в узле решетки. Электрон, который налетает, выбивает электрон из одной из внутренних оболочек атома. На вакансию, которая появилась, переходит электрон из более отдаленной оболочки. При этом излучается квант, частота которого определяется *законом Мозли*:

$$\nu = R(Z - \sigma)^2 \cdot \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right),$$

где Z – порядковый номер элемента; σ – постоянная экранирования.

Характеристическое излучение разбивают на серии:

K – серия: $n = 1, m = 2, 3, \dots$ ($\sigma = 1$)...

L – серия: $n = 2, m = 3, 4, \dots$

Характеристическое излучение используют для зондирования (изучения) внутренних оболочек атомов.

Строение молекул и свойства их энергетических уровней оказываются в *молекулярных спектрах* – спектрах излучения (поглощения), которые проявляются при квантовых переходах между уровнями энергии молекул. При разных типах переходов между уровнями возникают разные типы молекулярных спектров. Обычные *молекулярные спектры* – *полосатые*, представляющие собой совокупность более или менее узких полос в ультрафиолетовых, видимых и инфракрасной областях.

Энергия молекулы (точнее электронов в молекуле) в первом приближении может быть представлена так: $E = E_{Эл} + E_{Кол} + E_{Вращ}$,

где $E_{Эл}$ – энергия электрона в своем атоме;

$E_{Кол}$ – поправка, обусловленная колебательным движением атома в молекуле;

$E_{Вращ}$ – поправка, обусловленная вращением молекулы.

$E_{Эл} \sim 1 \dots 10 \text{ эВ}$; $E_{Кол} \sim 0,1 \dots 0,01 \text{ эВ}$; $E_{Вращ} \sim 10^{-3} \dots 10^{-5} \text{ эВ}$.

При исследовании спектрального состава излучения, рассеянного кристаллами кварца, Л.И.Мандельштам и Г.С.Ландсберг нашли *комбинационное рассеяние света* (1928 г.) – изменение частоты монохроматического света, который рассеивается веществом. То есть, если есть ряд собственных частот ν_1, ν_2, ν_3 колебаний молекул, то в спектре рассеянного света должны появиться все «комбинационные частоты»: $\nu_0 \pm \nu_1, \nu_0 \pm \nu_2, \nu_0 \pm \nu_3$ и т.п. (где ν_0 – частота падающего света).

Линии в спектре комбинационного рассеяния с частотами $\nu_0 - \nu_1$ и т.п.,

Электромагнитное поле (свободное) рассматривается как целиком самостоятельный физический объект.

К уравнению (8.1) и его решению мы еще будем обращаться. Внимательно выучите и проанализируйте их.

Контрольные вопросы.

1. Опишите понятие «электромагнитные волны».
2. Волновое уравнение.
3. Свойства волн.
4. Энергия волны.

Задания для самостоятельной работы

1. Изучить материал лекции.
2. Ответить на контрольные вопросы.

Рекомендованная литература по теме лекции: [1, 2, 3]

РАЗДЕЛ 7. ОПТИКА.

ЛЕКЦИЯ 21. Волновая оптика.

План лекции.

1. Интерференция света.
2. Дифракция света.
3. Дисперсия света.
4. Поляризация света.

7.1. Волновая оптика

Оптика – раздел физики, который занимается изучением природы света, закономерностей его излучения, распространением и взаимодействием с веществом.

Волновая оптика рассматривает оптические явления, в которых наблюдается волновая природа света (например: явления интерференции, дифракции, поляризации и дисперсии света). Поскольку свет представляет собой электромагнитные волны, то в основе волновой оптики лежат уравнения Максвелла и вытекающие из них соотношения для электромагнитных волн. То есть, можно сказать, что исследуемый объект в волновой оптике – электромагнитное излучение (в основном, оптического диапазона).

Базовая модель – монохроматическая волна – волна со строго определенной фиксированной частотой. Такая волна должна быть бесконечна во времени и в пространстве, т.е. идеализированная модель.

Производная модель (следующее приближение) – волновой пакет с длинами волн от $\omega - \Delta\omega$ до $\omega + \Delta\omega$.

Основные уравнения волновой оптики – волновые уравнения + начала + предельные условия.

7.1.1. Интерференция света.

Интерференция света – пространственное перераспределение светового потока, в результате чего возникают в одних местах максимумы, а в другие минимумы интенсивности при наложении двух (или нескольких) когерентных световых волн. Из определения вытекает, что волны должны быть *когерентными*, то есть иметь одну частоту и постоянное различие фаз. Лишь в этом случае, можно получить усиление (max) или ослабление (min) интенсивности.

При различии фаз:

условие усиления: $\Delta\phi = 2m\pi$,

условие ослабления: $\Delta\phi = (2m+1)\pi$, где $m = 0, 1, 2, \dots$

Тогда, если ввести различие (разность) хода: $\Delta = x_2 - x_1$,

$$(\Delta\phi = \phi_1 - \phi_2 = \frac{2\pi\Delta}{\lambda}):$$

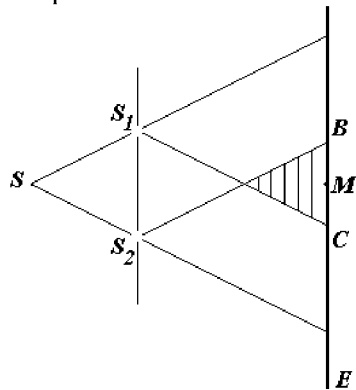
$$\Delta = 2m \frac{\lambda}{2} = m\lambda - \text{max},$$

$$\Delta = (2m+1) \frac{\lambda}{2} - \text{min}.$$

Для получения интерференционной картины, которую можно наблюдать, нужно разделить волновой пакет на две «половинки» (достичь когерентности). Потом на экране в точке наблюдения M складываем «половинки» (того же самого!!! волнового пакета). Различие хода Δ не должно быть большим ($\Delta < 0,5l$, где l – длина волнового пакета).

Получить когерентные световые пучки можно с помощью лазеров, а также – с помощью экранов и щелей, зеркал и преломляющих тел.

Рассмотрим некоторые методы: метод Юнга, метод зеркал Френеля, бипризма Френеля.



Метод Юнга (см. рис. 84)
источник – ярко освещенная щель S ;
 разделяем – с помощью двух щелей S_1 и S_2 ;
 получаем – на экране (E) интерференционную картину BC .

Рис. 84

воположный при перестановке частиц системы: $\Psi_{I,II} = -\Psi_{II,I}$. Такие частицы называются *фермионами*. Частицы с целым спином описываются симметричной волновой функцией и называются *бозонами*. Можно показать, что вероятность состояния системы фермионов, в котором хотя бы две частицы имеют одинаковый набор четырех квантовых чисел, тождественно равняется нулю – *принцип Паули*.

Заполнение оболочек. Максимальное число электронов в атоме на оболочке с номером n : $Z(n) = 2 \sum_{l=0}^{n-1} (2l+1) = 2 \cdot \frac{1+2(n-1)+1}{2} \cdot n = 2n^2$.

В атомной физике состояние с $l=0$ называется S ; $l=1-P$; $l=2-d$; $l=3-f$.

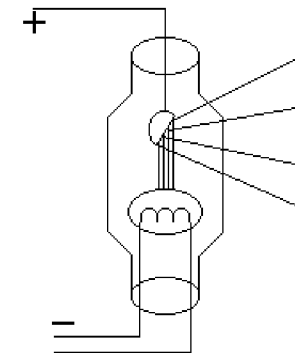
Соответственно максимальное число электронов: $S-2$; $P-6$; $d-10$; $f-14$.

n	$Z(n)$	l
1	2	0
2	8	0, 1
3	18	0, 1, 2
4	32	0, 1, 2, 3

Пример: ${}_{19}K: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^1$.

8.1.7. Рентгеновские и молекулярные спектры.

В 1895 г. немецкий физик В. Рентген открыл электромагнитные волны, менее короткие чем ультрафиолету. Они получили название рентгеновских, или *X-лучи*. Получить рентгеновские лучи можно с помощью специальных двухэлектродных ламп. На рис. 117 схематично показана современная рентгеновская трубка. В вакуумной колбе находятся электроды: катод, который подогревается, и антикатод. Поверхность антикатада скошена, она не параллельна катоду. Катод присоединяют к отрицательному, а антикатод к положительному полюсу источника высокого напряжения – порядка десятков и сотен тысяч вольт. Электроны, которые выпускаются раскаленным катодом рентгеновской трубки, ускоряются сильным электрическим полем в промежутке между катодом и антикатодом и с большой скоростью ударяются об антикатод.



При этом скорость электрона практически мгновенно уменьшается к нулю, то есть замедление будет очень резким. Во время такого резкого торможения электрон излучает короткие электромагнитные волны (от 10^{-8} м до 10^{-11} м) – рентгеновские лучи. Поскольку электроны, которые бомбардируют антикатод, имеют разные скорости, то во время их торможения возникают рентгеновские лучи разной длины: $e \cdot U = h \cdot \nu$ (ν – коротковолновая граница). Тормозное излучение рентгеновской трубки имеет сплошной спектр.

Решение уравнения для f дает результаты: $E_n = -\frac{E_i}{n^2}$,

где E_i – энергия ионизации (совпадает с тем, что получил Бор).

$f(\psi) = C \cdot e^{-r/a}$ – волновая функция основного состояния ($n = 1$), a – боровский радиус.

Одним из результатов решения уравнения Шредингера для функции Φ есть значения орбитального момента импульса электрона:

$$L = \hbar \cdot \sqrt{l \cdot (l + 1)}, \quad l = 0, 1, 2, \dots, n - 1.$$

Одним из результатов решения для F есть проекция орбитального магнитного момента электрона на направление внешнего магнитного поля:

$$P_{mz} = m \cdot \hbar, \quad m = 0; \pm 1; \pm 2; \dots \pm l, \text{ всего } 2l + 1 \text{ значений.}$$

Таким образом: $n = 1, 2, \dots$ – *главное квантовое число*. Определяет номер оболочки (состояние); в основном – энергию электрона.

l – *орбитальное квантовое число*. Определяет форму электронной тучи, величину орбитального механического и магнитного моментов.

m – *магнитное квантовое число*. Определяет ориентацию электронного облака относительно внешнего магнитного поля (проекцию магнитного момента).

8.1.6. Спин электрона. Принцип Рафаэле.

Штерн и Герлах провели опыты по измерению магнитных моментов атомов. Схема опытов: пучок атомов пропускается сквозь неоднородное магнитное поле. На атом действует сила, проекция которой равна:

$$F_z = -P_{mz} \cdot \frac{\partial B}{\partial z}.$$

Результаты опытов: наблюдается действие атомов на экран в виде разделенного на несколько узких полос, итак, магнитный момент атома квантуется (меняется дискретно). Атомы 1-й *группы* дают на экране две симметричные полосы, объяснить которые взаимодействием магнитных орбитальных моментов с внешним полем невозможно, потому что у атомов 1-й *группы* все внутренние оболочки заполнены, моменты компенсированы, а на внешней оболочке – один электрон с $l=0$, значит, и орбитальный магнитный момент = 0.

Вывод: кроме орбитального механического и магнитного моментов электрон имеет также собственный механический и магнитный моменты (*спин*). Объяснить существование спина в рамках классических моделей невозможно. Вводится *спиновое квантовое число S* – аналог *орбитального квантового числа l*. Вводится *магнитное спиновое число m* (аналог m), что определяет проекцию магнитного спинового момента. Всего $2S+1$ значений ($2S+1$ проекций). С другой стороны, опыты дают две проекции: $2S+1=2$. Отсюда:

$$S = \frac{1}{2}; \quad m_s = \pm \frac{1}{2}.$$

Состояние электрона в атоме задается *набором четырёх квантовых чисел: n, l, m, m_s*.

Можно показать, что состояние системы частиц с половинным спином описывается антисимметричной волновой функцией, которая меняет знак на проти-

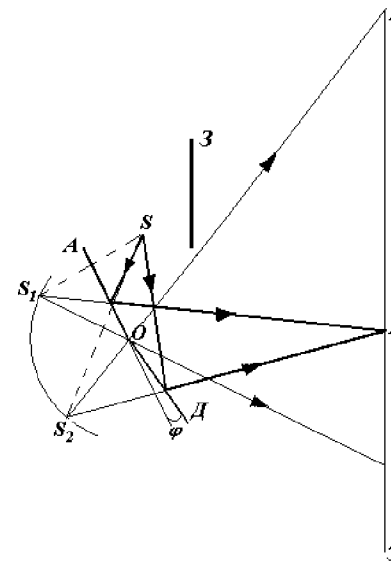


Рис. 85

Метод зеркал Френеля (см. рис. 85): источник S ; разделяем – два плоских зеркала AO и BO ($\varphi \approx 180^\circ$); получаем – на экране (E), защищенном от прямого попадания света заслонкой (C), интерференционную картину BC .

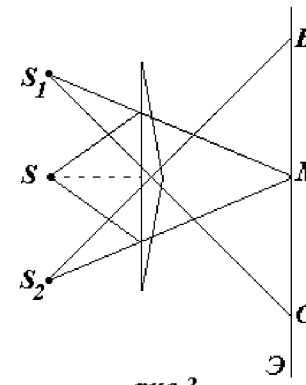
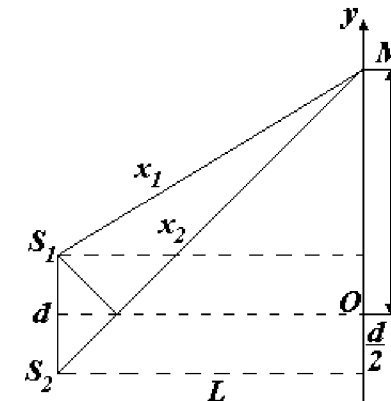


Рис. 86

Бипризма Френеля (см. рис. 86): источник – S ; разделяем – две одинаковые призмы, составленные основаниями с малыми преломляющими углами; получаем – интерференционную картину BC .



Расчеты интерференционной картины (рис. 87) сводится к нахождению Δ .

Мы получили картину от двух источников S_1 и S_2 .

$L \gg d$, O – симметричная относительно щелей, тогда интенсивность в любой точке M определяется оптическим различием хода: $\Delta = x_2 - x_1$.

Учтем, что

$$x_2^2 = L^2 + \left(y + \frac{d}{2}\right)^2$$

$$x_1^2 = L^2 + \left(y - \frac{d}{2}\right)^2,$$

тогда

$$x_2^2 - x_1^2 = \left(y + \frac{d}{2}\right)^2 - \left(y - \frac{d}{2}\right)^2 = y^2 + \frac{2yd}{2} + \frac{d^2}{2} - y^2 + \frac{2yd}{2} - \frac{d^2}{2} = 2yd.$$

То есть: $\Delta = \frac{2yd}{x_1 + x_2}$

Далее: $x_1 + x_2 \approx 2L$ т.к. $L \gg d$. Тогда $\Delta = \frac{yd}{L}$.

Тогда условие усиления из-за различия хода $\Delta = \frac{2m\lambda}{2} = m\lambda$ примет вид

$$\frac{yd}{L} = m\lambda \Rightarrow y = \frac{L\lambda}{d} m = \max.$$

Условие ослабления:

$$\Delta = (2m+1)\lambda/2;$$

$$\frac{yd}{L} = \frac{(2m+1)\lambda}{2} \Rightarrow y = \frac{L\lambda}{2d}(2m+1) = \frac{L\lambda}{d}\left(m + \frac{1}{2}\right) = \min.$$

Расстояние между двумя соседними максимумами (или минимумами) называется *шириной интерференционной полосы*:

$$\Delta y = y_{m+1} - y_m = \frac{L\lambda}{d} m - \frac{L\lambda}{d} (m+1) = \frac{L\lambda}{d}.$$

Рассмотрим интерференционные картины, которые получены от плоскопараллельной пластины, от пластины переменной толщины (клин) и от плосковыпуклой линзы с большим радиусом кривизны. В первом случае получаем *полосы равного наклона*.

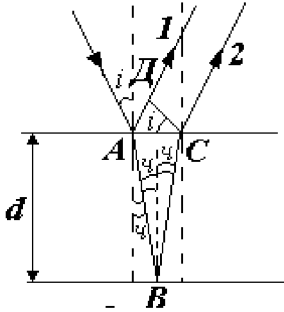


Рис. 88

Пусть на плоскопараллельную прозрачную пленку с показателем преломления n и толщиной d под углом u падает плоская монохроматическая волна (рис. 88). Используя законы отражения и преломления, получаем лучи 1 и 2, которые будут когерентными. Если на их пути поставить собирательную линзу, то они сойдутся в одной из точек фокальной плоскости линзы и дадут интерференционную картину, которая определяется оптическим различием хода между лучами.

Оптическое различие хода:

$$\Delta = n(AB + BC) - \left(AD - \frac{\lambda}{2}\right)n_0 = 2ABn - AD + \frac{\lambda}{2},$$

где n_0 – показатель преломления окружающей среды ($n_0=1$);

$$D \approx \exp\left(-\frac{2}{\hbar} \int_0^l \sqrt{2m(U(x) - E)} dx\right).$$

Туннельный эффект лежит в основе многих явлений физики твердого тела (явления в контактном слое на границе двух полупроводников), атомной и ядерной физики (α -распад, термоядерные реакции) и другие явления.

Квантовый осциллятор. Классический аналог – пружинный маятник. Потенциальная энергия: $U = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$. Уравнение Шредингера:

$$\psi'' + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E - \frac{m\omega^2 x^2}{2}\right) \psi = 0 \quad (7)$$

В теории дифференциальных уравнений приходится, что (7) решается только при собственных значениях энергии:

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega, \quad (n = 0, 1, 2, \dots),$$

то есть энергия квантового осциллятора квантуется.

Модель такого осциллятора используют в физике твердого тела (узлы решетки). При $n = 0$: $E_0 = \frac{1}{2}\hbar\omega$ – энергия нулевых колебаний (при $T = 0$).

8.1.5. Атом водорода.

Рассмотрим систему, которая состоит из неподвижного ядра с зарядом Ze и электрона, который движется вокруг него. Z – порядковый номер элемента в таблице Менделеева. Тогда потенциальная энергия взаимодействия электрона с ядром:

$$U = -\kappa \frac{Ze^2}{r}, \quad \kappa = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{M}{\Phi}.$$

Уравнение Шредингера: $\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E + \kappa \frac{Ze^2}{r}\right) \psi = 0.$

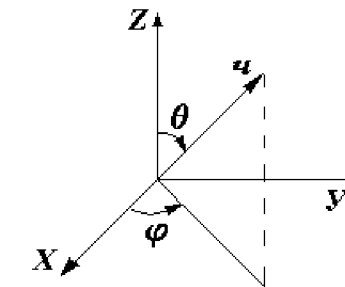


Рис. 116

Схема решения. Задача имеет сферическую симметрию. Переходим к сферическим координатам:

$$x = r \sin \theta \cos \varphi, \quad y = r \sin \theta \sin \varphi, \quad z = r \cos \theta.$$

В общем случае уравнения Шредингера не допускает деления переменных. Лишь в основном состоянии можно применить метод Фурье:

$$\psi = f(r) \cdot \Phi(\theta) \cdot F(\varphi).$$

Тогда уравнение Шредингера распадается на три уравнения (для f, Φ, F – соответственно).

В области I движение электрона рассматриваем как движение свободной частицы, значит:

$$\psi'' + \frac{2mE}{\hbar^2} \psi = 0 \text{ и его решение:}$$

$$\psi_I = A_1 \cdot e^{-i(\omega t - kx)} + B_1 \cdot e^{-i(\omega t + kx)} \text{ (первое слагаемое – падающая волна, второе}$$

– отраженная волна), где $k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$.

$$\text{В области II: } \psi'' + \frac{2mE}{\hbar^2} (E - U) \psi = 0.$$

Рассмотрим две ситуации, если:

а) $E > U$, тогда $\psi'' + g^2 \psi = 0$, где $g^2 = \frac{2m(E - U)}{\hbar^2}$ и решение:

$$\psi_{II} = A_2 \cdot e^{igx} + B_2 \cdot e^{-igx}.$$

б) $E < U$, тогда $\psi'' + \frac{2mE}{\hbar^2} (E - U) \psi = 0$,

$$\lambda^2 + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) = 0,$$

$$\lambda_{1,2} = \pm \sqrt{-\frac{2m}{\hbar^2} (E - U)} = \pm \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (U - E)} = \pm \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m(U - E)} = \pm q,$$

значит решение: $\psi_{II} = A_2 \cdot e^{-qx} + B_2 \cdot e^{qx}$.

В области III имеем волну, которая прошла сквозь барьер и распространяется слева направо, тогда: $\psi_{III} = A_3 \cdot e^{ikx}$.

Итак, решение уравнения Шредингера для трех областей:

$$\psi_I = A_1 \cdot e^{-i(\omega t - kx)} + B_1 \cdot e^{-i(\omega t + kx)}$$

$$\psi_{II} = A_2 \cdot e^{-qx} + B_2 \cdot e^{qx} \quad (B_2 \rightarrow 0, \text{ иначе } \psi_{II} \xrightarrow{x \rightarrow \infty} \infty).$$

$$\psi_{III} = A_3 \cdot e^{ikx}$$

То есть, мы получили, что волновая функция внутри барьера (II) не равна нулю, а в области III снова имеет вид волн ДеБройля. Значит, частица имеет отличную от нуля вероятность прохождения сквозь потенциальный барьер конечной ширины – туннельный эффект.

Введем коэффициент прозрачности потенциального барьера D – отношение плотности потока частичек, которые прошли сквозь барьер, к плотности потока падающих частиц:

$$D = \frac{|\psi(l)|^2}{|\psi(0)|^2} \sim \frac{\exp\left(-\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m(U - E)} \cdot l\right)}{e^0} = \exp\left(-\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m(U - E)} \cdot l\right).$$

Для барьера произвольного профиля:

$\frac{\lambda}{2}$ – обусловлено потерей полуволны при отражении света от границы раздела.

Из рис. 5: $AB = \frac{d}{\cos r}$; $AD = AC \sin i = 2d \operatorname{tgr} \sin i$. Т.к. $\sin i = n \sin r$, то:

$$\begin{aligned} \Delta &= \left(2 \frac{d}{\cos r} n - 2d \operatorname{tgr} \sin i\right) + \frac{\lambda}{2} = \left(2 \frac{d}{\cos r} n - 2d \operatorname{tgr} n \sin r\right) + \frac{\lambda}{2} = \\ &= \left(2 \frac{d}{\cos r} n - 2d \frac{\sin r}{\cos r} \sin r n\right) + \frac{\lambda}{2} = 2 \frac{d}{\cos r} n (1 - \sin^2 r) + \frac{\lambda}{2} = \frac{2d}{\cos r} \\ &= \frac{2d}{\cos r} n \cos^2 r + \frac{\lambda}{2} = 2dn \cos r + \frac{\lambda}{2} = 2dn \sqrt{1 - \sin^2 r} + \frac{\lambda}{2}. \end{aligned}$$

То есть: $\Delta = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 i} + \lambda/2 = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 i} + \lambda/2$.

Итак, в точке будет максимум, если $\Delta = m\lambda$ и будет минимум, если $\Delta = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}$ (здесь $m=0, 1, 2, \dots$).

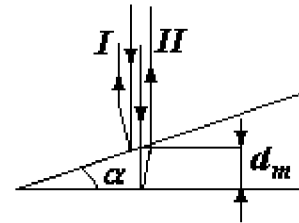


Рис. 89

Полосы **равной толщины** (интерференция от пластинки переменной толщины, рис. 89).

Клинообразная пленка с очень малым углом α и показателем преломления n . Интерferируют лучи, отраженные от двух граней клина.

$$\Delta = 2d_m \sqrt{n^2 - \sin^2 i} + \lambda/2 \approx 2d_m n + \lambda/2 \quad (\text{лучи перпендикулярные одной из граней}).$$

Кольца Ньютона.

Лучи перпендикулярные к плоской поверхности линзы (рис. 90). Интерferируют лучи, отраженные от кривой поверхности линзы и от поверхности пластины.

$$\Delta = 2d_m n + \lambda/2.$$

Применение интерференции: приборы, действие которых основано на явлении интерференции – интерферометры. Для измерения малых расстояний (мкм) и малых скоростей. Контроль чистоты обработки поверхности. Шахтный интерферометр.

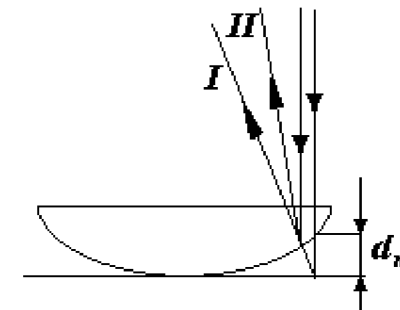
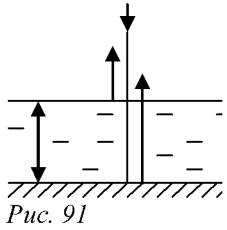


Рис. 90

Пример 1. Для уменьшения потерь света при отражении от стекла на поверхность объектива ($n_2=1,7$) нанесена тонкая прозрачная пленка ($n=1,3$). При какой наименьшей толщине пленки наблюдается максимальное ослабление отраженного света? Длина волны $\lambda=0,56$ мкм. Лучи падают нормально к поверхности объектива.



Решение (см. рис. 91).
 Луч света частично отражается от верхней грани пленки (луч 1) и частично от нижней (луч 2).
 Оптическое различие хода лучей 1 и 2: $\Delta = 2dn$, (1)
 где d – толщина пленки.
 Условие минимума интенсивности света при интерференции

$$\Delta = (2k + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (k = 0, 1, 2, \dots) \quad (2)$$

Из (1) и (2) находим толщину пленки: $d = (2k + 1) \frac{\lambda}{4\pi}$

Значению d_{\min} отвечает $k = 0$:

$$d_{\min} = \frac{\lambda}{4\pi} = 0,11 \text{ мкм.}$$

7.1.2. Дифракция света.

Дифракция – огибание волнами препятствий, которые встречаются на их пути, или в более широком содержании – любые отклонения распространения волн близ препятствий от законов геометрической оптики.

Решение задач сводится к расчетам интерференционной картины в точке M . Основные уравнения: волновые уравнения + начальные условия + предельные условия.

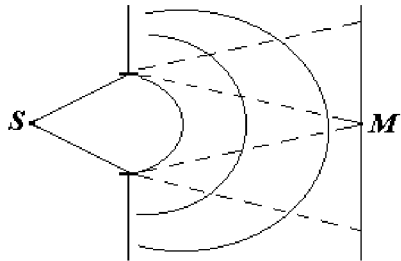


Рис. 92

Математическое решение дифракционных задач, которое базируется на волновых уравнениях с предельными условиями, которые определяются характеристиками препятствий, неудобны. Френель предложил упрощенное, но формальное решение, в основе которого положен принцип Гюйгенса-Френеля.

Пусть S – источник света, σ произвольная замкнутая поверхность, которая охватывает S , M – точка наблюдения (рис. 92).

Основные положения принципа Гюйгенса-Френеля:

1. Действие фронта волны источника S в точке M равно сумме действий отдельных участков $d\sigma$ этого фронта.
2. Амплитуда dA колебаний возбужденных в точке M вторичным источником (см. рис. 93):

$$dA = f(\alpha) \frac{a d\sigma}{r},$$

$\hat{P}_x = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}$ – оператор проекции импульса, значит:

$$\hat{P}_x \psi = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x} (C_1 \sin kx) = -i\hbar k C_1 \cos(kx).$$

Тогда среднее значение проекции импульса:

$$\begin{aligned} \langle P_x \rangle &= \int_0^l \psi^* \hat{P}_x \psi dx = -i\hbar k C_1^2 \frac{1}{2} \int_0^l \sin 2kx dx = i\hbar k l^2 \frac{1}{2} \frac{1}{2k} \cos 2kx \Big|_0^l = \\ &= 0,25 i \hbar l^2 (\cos(2\pi n) - \cos(0)) = 0. \end{aligned}$$

То есть, частица может двигаться в этой потенциальной яме (колебаться), меняя направление своего движения, значит среднее значение проекции импульса равно нулю.

Туннельный эффект.

Туннельный эффект – проникновение частицы сквозь потенциальный барьер, высота U которого больше энергии E частицы.

Классический аналог потенциального барьера (рис. 114):

Пусть шарик $m = 1 \text{ кг}$ движется со скоростью $V = 4 \text{ м/с}$; на его пути расположенная горка высотой $H = 1 \text{ м}$. Сможет ли она достичь ее вершины?

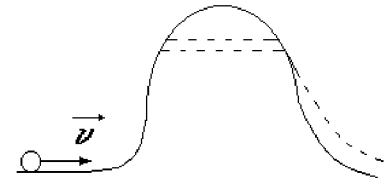


Рис. 114

$$W = E_k + U,$$

$$\frac{mV^2}{2} = E_k + mg,$$

$$8 = E_k + 10 \Rightarrow E_k = -2 \text{ (Дж)}.$$

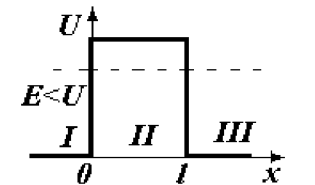
То есть получили $E_k < 0$, что противоречит самому определению кинетической энергии. Шарик не может достичь вершины. Проникновение шара за барьер исключен. Иначе выглядит так, будто бы шар движется через туннель.

Учитывая квантовую механику: $\Delta P \cdot \Delta x \geq \hbar$. Учтем также, что $\Delta E_k \sim \Delta P$, $\Delta U \sim \Delta x$, значит:

$$W = (E_k \pm \Delta E_k) + (U \pm \Delta U).$$

То есть за счет неопределенности ΔE_k можно получить на вершине:

$$E_k + \Delta E_k > 0.$$



Идеализированная модель
 Рис. 115

Итак, для потенциального барьера прямоугольной формы высоты U и ширины l получим (см. рис. 115):

$$U(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ U, & 0 \leq x \leq l \\ 0, & x > l, \end{cases}$$

Определяем C_1 и C_2 из предельных условий: $\psi(0)=0 \Rightarrow C_2=0$.

$\psi(l)=0 \Rightarrow 0=C_1 \sin(kl)$. Если считать, что $C_1 \neq 0$, то $\sin(kl)=0$,

$kl=n\pi \Rightarrow k=\frac{n\pi}{l}$, где $n=1, 2, \dots$

Тогда: $\frac{2mE}{\hbar^2}=\frac{\pi^2 n^2}{l^2} \Rightarrow E_n=\frac{\pi^2 \hbar^2}{2m l^2} n^2$ – энергия частицы квантована, то есть

меняется не непрерывно, а принимает ряд дискретных значений. С классической точки зрения это невозможно.

Найдем $\Delta E_{n,n-1}$ – расстояние между соседними энергетическими уровнями:

$$\Delta E_{n,n-1}=\frac{\pi^2 \hbar^2}{2m l^2} [(n+1)^2-n^2]=\frac{\pi^2 \hbar^2}{2m l^2} (2n+1).$$

Если рассчитать: $\frac{\Delta E}{E}=\frac{2n+1}{n^2} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0$,

то есть при больших значениях квантового числа n энергетический спектр частицы становится практически непрерывным, значит, результаты квантовой теории совпадают с результатами классической (*принцип соответствия Бора*).

Найдем C_1 . Используем для этого условие нормирования:

$$\int_0^l |\psi|^2 dx=1.$$

Поскольку ψ – действительная, то $|\psi|^2=\psi^2$. Мы получим, что $\psi=C_1 \sin(kx)$,

тогда учтем что $k=\frac{n\pi}{l}$ и получим:

$$C_1^2 \int_0^l \sin^2 kx dx=1,$$

возьмем этот интеграл (самостоятельно) и получим:

$$C_1^2 \frac{l}{2}=1 \Rightarrow C_1=\sqrt{\frac{2}{l}}.$$

Значит:

$\psi=\sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{n\pi x}{l}$ – волновая функция, которая описывает состояние частицы

в прямоугольном потенциальном ящике.

Нашли ψ , значит, можем определить вероятность выявления частицы в той или другой части ящика. Была получена и энергия. Чтобы найти импульс, используем соотношение неопределенностей Гейзенберга: $\Delta p_x x \geq \hbar$.

Если принять $\Delta p_x=0$, тогда $\Delta x \geq \frac{\hbar}{0}=\infty$, что противоречит условию задачи:

$\Delta x \leq l$. Значит, задача не допускает точного определения проекции импульса. Найдем его среднее значение:

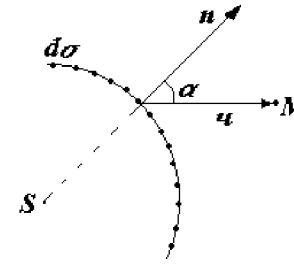


Рис. 93

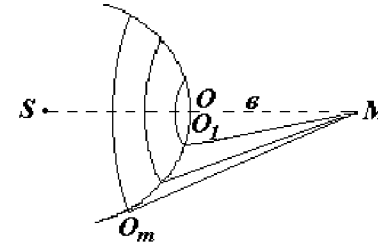


Рис. 94

где a – величина, пропорциональная амплитуде первичной волны в точках элемента $d\sigma$; $f(\alpha)$ – монотонно уменьшается от 1 при $\alpha=0$ до 0 при $\alpha \geq \pi/2$ (вторичные источники не излучают назад);

$d\sigma$ – площадь участка волновой поверхности;

r – расстояние от участка до M .

3. Элементы поверхности, закрытые препятствием, не излучают.

Метод зон Френеля.

Френель предложил разбить волновую поверхность σ на конечные зоны таких размеров, чтобы расстояния от краев зон до точки M отличались на $\lambda/2$ (см. рис. 94), то есть:

$$B M = v,$$

$$B_1 M = v + \lambda/2.$$

Если m – парное $\rightarrow \min$; $O B_m M = v + m \frac{\lambda}{2}$.

Если m – нечетное $\rightarrow \max$.

Можно показать, что при не очень больших m (число зон) площади зон почти одинаковые. Следует учесть, что колебание, возбуждаемые в точке M соседними зонами противоположны по фазе. При наложении они ослабляют друг друга.

Амплитуда результирующего светового колебания в точке M :

$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots \pm A_m =$ [поскольку $A_1 > A_2 > A_3 \dots$, n общее число зон Френеля, которые уместятся на полусфере, очень большое, поэтому можно считать, что амплитуда колебания A_m от некоторой m -й зоны Френеля равно среднему арифметическому от амплитуд зон, которые примыкают к ней, то есть:

$$A_m = \frac{A_{m-1} + A_{m+1}}{2}, \text{ тогда:}$$

$$= \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2}\right) + \left(\frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2}\right) + \dots \pm \frac{A_m}{2} = \frac{A_1}{2} \pm \frac{A_m}{2}.$$

Следует учесть, что $\frac{A_m}{2}$ очень малое, значит: $A = \frac{A_1}{2}$.

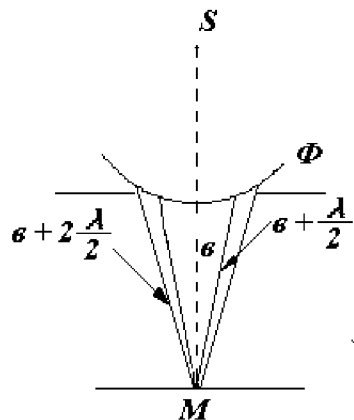


Рис. 95

Круглое отверстие.

Разобьём на зоны Френеля открытую часть волновой поверхности Φ (рис. 95). Амплитуда результирующего колебания, возбужденного в M всеми зонами:

$$A = \frac{A_1}{2} \pm \frac{A_m}{2},$$

где «+» отвечает нечетным $m \rightarrow \max$,
«-» отвечает четным $m \rightarrow \min$.

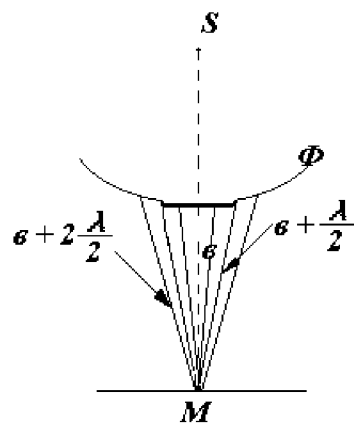


Рис. 96

Дифракция на диске.

Исключаем m первых зон Френеля, которые закрыты диском (рис. 96). Тогда амплитуда результирующего колебания в M :

$$A = \frac{A_m}{2} \text{ – в точке } M \text{ всегда max.}$$

Дифракция Фраунгофера на одной щели.

Наблюдается, когда источник света и точка наблюдения бесконечно отдалены от препятствия, которые послужили причиной дифракции (рис. 97). Оптическое различие хода между лучами 1 и 2, которые идут от щели в произвольном направлении φ :

$$\Delta = BC = a \sin \varphi.$$

Рис. 97

Разобьем открытую часть волновой поверхности в плоскости щели AB на зоны Френеля, которые имеют вид полос, параллельных ребру щели A . Ширина каждой зоны такая, чтобы различие хода от краев этих зон равна $\frac{\lambda}{2}$, то есть всего на ширине щели их поместится:

$$N = \frac{BC}{\lambda/2} = \frac{a \sin \varphi}{\lambda/2}$$

Вычислив, получаем $U=15,1$ кВ.

8.1.4. Некоторые простейшие задачи квантовой механики.

Свободная частица. В этом случае потенциальная энергия $U=0$. Движение прямолинейное, одномерное (вдоль оси ox), уравнение Шредингера имеет вид:

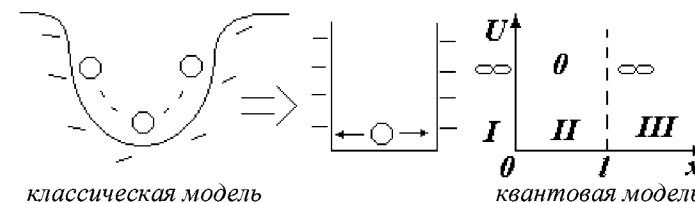
$$\psi'' + \frac{2mE}{\hbar^2} \psi = 0, \text{ здесь мы учли, что } \Delta \psi = \frac{d^2 \psi}{dx^2} = \psi''.$$

Функция $\psi(x) = Ae^{ikx}$, где $A = const$, $k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$ решение этого уравнения.

В свою очередь $\psi(x) = Ae^{ikx}$ есть независимой от времени координатной частью полной волновой функции свободной частицы.

$\psi(x, t) = Ae^{-i(\omega t - ikx)} = Ae^{-i(\omega t - kx)}$ – плоская монохроматическая волна (k – волновое число).

Примечание: Не надо этот результат принимать за задачу квантовой механики, потому что результат «свободная частица – плоская волна», Шредингер использовал при конструировании своего уравнения.



Первая задача (рис. 113): частица (электрон) в прямоугольном потенциальном ящике.

Такая «яма» описывается потенциальной энергией вида:

$$U(x) = \begin{cases} \infty, & x < 0 \\ 0, & 0 \leq x \leq l \\ \infty, & x > l, \end{cases}$$

где l – ширина «ямы».

Движение одномерное. Пусть частица находится в области II. Тогда она не может проникнуть в область I и III, потому что при $x=l$ и $x=0$ на нее будет действовать бесконечно большая сила отталкивания: $F_x = -F_x = -\frac{\partial U}{\partial x} = -\text{tg} \frac{\pi}{2} = -\infty$.

Тогда $\psi(I) = \psi(III) = 0$ – вероятность равна нулю. В пределах «ямы» ($0 \leq x \leq l$), то есть область II: $U=0$ и уравнение Шредингера:

$$\psi'' + \frac{2mE}{\hbar^2} \psi = 0 \tag{3}$$

$$\text{Пусть } k^2 = k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}, \tag{4}$$

тогда $\psi'' + k^2 \psi = 0$.

Поскольку решение характеристического уравнения $\lambda^2 + k^2 = 0$, имеет комплексно соединенные корни $\lambda = \pm ik$, значит, решение ищем в виде:

$$\psi = C_1 \sin(kx) + C_2 \cos(kx) \tag{6}$$

оператор энергии: $\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \cdot \Delta + U;$

оператор импульса: $\hat{P} = -i\hbar \vec{\nabla}.$

Среднее значение физической величины L : $\langle L \rangle = \int \psi^* \hat{L} \psi dV.$

Если система в заданном состоянии может иметь точные значения некоторой величины, например, энергии, то эти значения находятся из уравнения:

$$\hat{H} \psi = E_n \cdot \psi.$$

Будем рассматривать стационарные состояния, то есть такие, в которых энергия не зависит от времени. В этом случае уравнения Шредингера допускает неизменность переменных (метод Фурье): $\psi(\vec{r}, t) = e^{-i\omega t} \psi(\vec{r})$ подставляем его в (1), тогда получим (самостоятельно):

$$\Delta \psi + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi = 0 \quad (2)$$

где E – энергия частицы, U – потенциальная энергия.

Итак, формула (1) – общее (временное) уравнение Шредингера,

(2) – стационарное уравнение Шредингера.

Пример 5. Найти напряжение на рентгеновской трубке с никелевым анодом ($Z = 28$), если различие длин волн $\Delta\lambda$ между K_I – линией и коротковолновой границей сплошного рентгеновского спектра равен $8,4 \cdot 10^{-11}$ м.

Решение.

Коротковолновая граница сплошного рентгеновского спектра

$$\lambda_{\min} = c \cdot h / (I \cdot U). \quad (1)$$

Из закона Молзи, для линии K_I

$$\frac{c}{\lambda_I} = R \cdot (z-1)^2 \cdot \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) = \frac{3}{4} R \cdot (z-1)^2,$$

откуда

$$\lambda_I = \frac{4c}{3R(z-1)^2} = \frac{4}{3R'(z-1)^2},$$

где $R' = R/C = 1,1 \cdot 10^7 \cdot \text{м}^{-1}$ – постоянная Ридберга.

По условию задачи, $\lambda_{\min} = \lambda_I - \Delta\lambda$

Тогда

$$\lambda_{\min} = \frac{4}{3R'(z-1)^2} - \Delta\lambda. \quad (2)$$

Подставляя (2) в (1), находим:

$$U = \frac{c \cdot h}{e \cdot \left(\frac{4}{3R'(z-1)^2} - \Delta\lambda \right)}$$

Усиление, если N – нечетное: $\frac{a \sin \varphi}{\lambda/2} = (2m+1)$, то есть: $a \sin \varphi = (2m+1) \frac{\lambda}{2}$;

Послабление, если N – четное: $a \sin \varphi = m\lambda = 2m \frac{\lambda}{2}$.

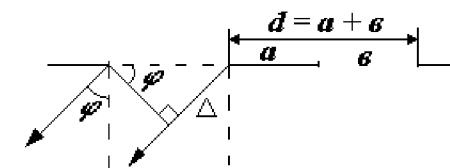


Рис. 98

Дифракция Фраунгофера на дифракционной решетке.

Дифракционная решетка – оптический прибор; $d = a + b$ – постоянная дифракционной решетки. Различие хода лучей: $\Delta = d \sin \varphi$ (см. рис. 98). Положение главных максимумов интенсивности света (там, где подобные точки усиливают друг друга): $d \sin \varphi = m\lambda$, ($m = 0, 1, 2, \dots$)...

Разделительная способность: $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = mN$, где m – порядок спектра; N –

количество щелей; $\Delta\lambda$ – наименьшее различие длин волн двух соседних спектральных линий (λ и $\lambda + \Delta\lambda$), при которой эти линии могут быть видны отдельно в спектре.

Дифракция на пространственной решетке.

Кристалл – совокупность параллельных кристаллографических плоскостей, которые отдалены одна от одной на расстояние d . Пучок монохроматических рентгеновских лучей ($I, 2$) падает под углом θ (угол скольжения) и возбуждает атомы кристаллической решетки, которые становятся источниками когерентных вторичных волн $I', 2'$ которые интерферируют между собой, подобно вторичным волнам, от щелей дифракционной решетки.

Различие хода: $\Delta = BC + CD = 2d \sin \theta$.

Максимумы интенсивности удовлетворяют формуле Вульфа-Брегга:

$$2d \sin \theta = m\lambda, \quad (m = 1, 2, 3, \dots)$$

Применение дифракции: дифракционные приборы (решетки) с известными параметрами используются для спектрального анализа. Изучение известного спектрального состава используется для определения параметров некоторой периодической структуры (кристалла).

Пример 2. Дифракционная решетка длиной $l = 5$ мм может разделить в первом порядке две спектральных линии натрия ($\lambda_1 = 589$ нм и $\lambda_2 = 589,6$ нм). Определить, под каким углом в спектре третьего порядка будет наблюдаться свет с $\lambda_3 = 600$ нм.

Решение

В единицах СИ:

$$l = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}, \quad \lambda_1 = 5,89 \cdot 10^{-7} \text{ м},$$

$$\lambda_2 = 5,896 \cdot 10^{-7} \text{ м}, \quad \lambda_3 = 6 \cdot 10^{-7} \text{ м}.$$

Запишем условие дифракционного максимума

$$d \sin \varphi = m_3 \lambda_3 \quad (m_3 = 3)$$

Отсюда получаем

$$\sin \varphi = \frac{m_3 \lambda_3}{d} \quad (1)$$

Период дифракционной решетки $d = l/N$, где N – общее число штрихов решетки.

Разделительная способность решетки:

$$R = \frac{\lambda_1}{\Delta \lambda} = m_1 N \quad (m_1 = 1)$$

где $\Delta \lambda = \lambda_2 - \lambda_1$.

Тогда $N = \lambda_1 / (m_1 \Delta \lambda)$ и $d = m_1 l \Delta \lambda / \lambda_1$ (2)

Подставляя (2) в (1), находим:

$$\varphi = \arcsin \frac{m_3 \lambda_1 \lambda_3}{m_1 l \Delta \lambda}$$

Вычисляя, получим $\varphi = 20^\circ 42'$.

7.1.3. Дисперсия света.

Дисперсия – зависимость показателя преломления n от длины волны λ (частоты ν): $n = f(\lambda)$.

Явление дисперсии – группа оптических эффектов (явлений), обусловленных этой зависимостью.

Дисперсией вещества называют величину: $D = \frac{dn}{d\lambda}$.

Дисперсия оптического прибора: $D = \frac{d\varphi}{d\lambda}$.

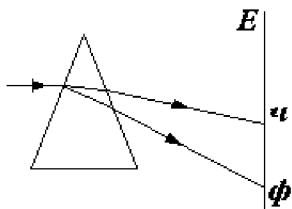


Рис. 99

Одно из проявлений *дисперсии* – разложение белого света (рис. 99) при пропускании его сквозь стеклянную призму (опыт Ньютона). Здесь мы наблюдаем проявление *нормальной дисперсии*: с увеличением λ показатель преломления n уменьшается. *Аномальная дисперсия* – обратная зависимость, то есть с увеличением λ показатель преломления n возрастает.

Дисперсия объясняется вращением электронов в атомах вещества под действием электрического поля световой волны и внутреннего поля в этом веществе. Электроны излучают вторичные волны.

По Максвеллу: $n = \sqrt{\epsilon \mu}$. Для большинства прозрачных веществ $\mu \approx 1$ и тогда $n = \sqrt{\epsilon}$. В теории Максвелла $\epsilon = const$, определенная для каждого вещества экспериментально.

Лоренц дополнил теорию Максвелла электронной теорией, рассмотрел ме-

x и $x + dx$, y и $y + dy$, z и $z + dz$:

$$|\psi|^2 = \psi \cdot \psi^*, \quad (\psi^* - \text{функция, комплексно сопряженная с } \psi).$$

$$W \approx |\psi(x, y, z, t)|^2.$$

Итак, в квантовой механике состояние микрочастиц описывается с помощью волновой функции, что является основным носителем информации о них корпускулярное и волновое свойства. Вероятность пребывания частицы в элементе объемом d равно: $d = |\psi|^2 d$, то есть вероятность найти частицу в момент времени t в конечном объеме V :

$$W = \int_V dW = \int_V |\psi|^2 dV.$$

Нормируем волновую функцию ψ так, чтобы *вероятность достоверного события* = 1, если за объем V принять бесконечный объем всего пространства, то есть частица находится где-то в пространстве. Отсюда условие нормирования ψ :

$$\iiint_V |\psi|^2 dV = 1 \quad \text{или} \quad \int_{-\infty}^{+\infty} |\psi|^2 dV = 1.$$

ψ подчиняется принципу суперпозиции: если система может находиться в нескольких состояниях, которые задаются соответственно ψ_1, ψ_2, \dots , то она также может находиться в состоянии, которое является линейной комбинацией (суперпозицией) этих состояний:

$$\psi = \sum C_{ii} \psi_{ii}$$

где C_{ii} – коэффициенты, которые определяют «частицу» (удельный вес) составных состояний ψ_{ii} .

Уравнения, которые описывают изменение состояния, то есть динамическое уравнение, сконструировал Шредингер:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi + U(\vec{r}, t) \cdot \psi = i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad (1)$$

где $u = \sqrt{-1}$; Δ – оператор Лапласа.

Решаем уравнение Шредингера, то есть, находим $\psi(\vec{r}, t)$. Теперь можно вычислить вероятность того или другого состояния, например, вероятность того, что электрон будет находиться в заданном объеме.

А как вычислить другие характеристики (энергию, импульс)? В общем случае можно говорить лишь о вероятности того, что система будет иметь значения энергии или импульса в заданном интервале. Другими словами, определить можно средние значения этих величин.

Каждой физической величине в квантовой механике отвечает оператор этой величины. Оператор – это действие, которое может превратить одну функцию в другую. Так, например:

$$\text{оператор координаты: } \hat{x} \psi = x \psi \Rightarrow \hat{x} = x;$$

$$\text{оператор проекции импульса: } \hat{P}_x = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x} \Rightarrow \hat{P}_x \psi = -i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial x};$$

где $h = h/2\pi$ – постоянная планка; l – орбитальное квантовое число. Для d -состояния $l=2$.

Проекция момента импульса на направление z внешнего магнитного поля

$$L_{Lz} = h \cdot m_l,$$

где $m_l = 0, \pm 1, \dots, \pm l$ – магнитное квантовое число.

$$(L_{Lz})_{\max} = h \cdot (m_l)_{\max},$$

где, с условия задачи $(m_l)_{\max} = 2$

Вычисляя, получаем :

$$1) L_l = 2.45 \cdot h;$$

$$2) (L_{Lx})_{\max} = 2 \cdot h.$$

8.1.3. Волновая функция. Уравнение Шредингера.

Квантовая механика – теория движения микрочастиц и их систем, теория явлений субатомного масштаба и их влияния на макропроцессы. (квантовая механика в основном построена в 1900...1931 г.)

Рассмотрим классическую механику (теория Ньютона). Объект – тело. Модель – материальная точка. Состояние объекта (модели) задается радиусом-вектором \vec{r} (вектор состояния). Изменение состояния во времени описывается динамическим (дифференциальным) уравнением:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = -\vec{\nabla}U, (U = m\varphi - \text{потенциальная энергия; } \vec{F} = -\vec{\nabla}U).$$

$$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k} - \text{оператор Гамильтона (Наббла)}.$$

Классическая электродинамика (теория Максвелла). Объект – излучение (поле). Модель – монохроматическая волна. Состояние объекта задается:

$\vec{E} = \vec{E}(\vec{r}; t), \vec{H} = \vec{H}(\vec{r}; t)$ – для фиксированного t . Изменение состояния описывается динамическими уравнениями:

$$\Delta \vec{E} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}; \Delta \vec{H} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}.$$

$$\Delta - \text{оператор Лапласа } (\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}).$$

Ервин Шредингер – австрийский физик – теоретик, пользуясь методом аналогий, используя данные по дифракции микрочастиц, сформулировал (1926 г.) начала квантовой теории. Объект (микрообъект) – электрон, протон и т.д. Модель объекта – наглядная модель отсутствует. Состояние объекта задается волновой функцией ψ – вектор состояния (в общем случае комплексная). ψ – величина, ненаблюдаемая (не динамическая переменная); невозможно измерить приборами.

Волновую функцию ψ – называют амплитудой вероятности, то есть физическое содержание имеет квадрат модуля волновой функции, которая определяет вероятность пребывания частицы в момент времени t , в области с координатами:

механизм взаимодействия электромагнитного излучения (волны) с электронами вещества (в первую очередь с валентными).

Из раздела электростатики поле в диэлектриках:

$$n^2 = \epsilon = 1 + \chi = 1 + \frac{P}{\epsilon_0 E} \quad (1)$$

где χ – диэлектрическая восприимчивость;

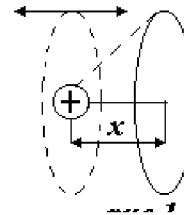
P – поляризованность вещества;

E – напряженность внешнего поля.

Найдем P . Пусть $E = E_0 \cdot \cos(\omega t)$.

$$P = n_0 \Gamma_l$$

n_0 – концентрация валентных электронов.



$P_l = e \cdot x$ (наведенный дипольный момент электрона, который совершает принудительные колебания) (рис. 100).

Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний электронов:

$$m\ddot{x} = -kx + eE \Rightarrow \ddot{x} + \omega_0 x = \frac{eE_0}{m} \cdot \cos \omega t \quad (3)$$

Рис. 100

Решение дифференциального уравнения:

$$x = x_{\text{общ.однород.}} + x_{\text{частное неоднор.}}$$

Поскольку $x_{\text{общ.однород.}} \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$.

Значит $x = x_{\text{частное неоднор.}} = A \cos \omega t \Rightarrow$ подставить в (3) полученное \Rightarrow в (2), а потом в (1) \Rightarrow :

$$\Rightarrow n^2 = 1 + \frac{n_0 e^2}{\epsilon_0 m (\omega_0^2 - \omega^2)} \quad (\text{учли, что } A = \frac{eE_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}).$$

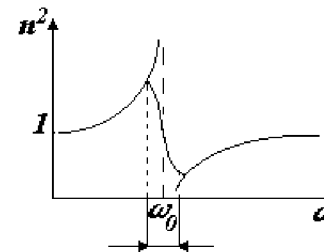


Рис. 101

Построим графическую зависимость (рис. 101): при $\omega \rightarrow 0, n^2 \rightarrow 1$; при $\omega \rightarrow \infty, n^2 \rightarrow 1$.

При $\omega \rightarrow (\omega_{0,0}), n^2 \rightarrow \infty \Rightarrow$ не учли затухания (диссипация энергии). Иначе: если учесть:

$$m\ddot{x} = -kx + \gamma \dot{x} + eE.$$

Аномальная дисперсия наблюдается в пределах полос резонансного поглощения (частота падающего света близкая к частоты собственных колебаний ω_0).

Пример 3. Определить угловую дисперсию дифракционной решетки для $\lambda = 0,589$ мкм в спектре первого порядка. Период решетки равен 2,5 мкм.

Решение

$$\text{Имеем } d \sin \varphi = k\lambda, (k=1) \quad (1)$$

Дифференцируем (1), получаем

$$d \cdot \cos \varphi \cdot d\varphi = k \cdot d\lambda, \text{ или } \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{k}{d \cos \varphi}$$

Подставляя числовые данные задачи, находим с (1) $\sin \varphi = 0.236$, откуда

$\varphi = 13^\circ 38'$. Тогда $\cos \varphi = 0.972$ и $\frac{d\varphi}{d\lambda} = 4,1 \cdot 10^5$ рад/м.

7.1.4. Поляризация света.

Вспомним: \vec{E} – световой вектор: плоскость колебаний \vec{E} – плоскость поляризации. Элементарная волна плоскополяризованная. *Естественный свет* – совокупность очень большого числа волн с разными равновероятными ориентациями плоскости поляризации.

Степень поляризации:

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}},$$

где I_{\max} , I_{\min} – интенсивность света, которая отвечает двум взаимноперпендикулярным компонентам вектора \vec{E} .

Для естественного света: $P = 0$, для плоскополяризованного: $P = 1$.

Поляризация света – выделение из пучка естественного света частично или целиком поляризованного.

Учтем, что $I \sim E^2 \Rightarrow$ (с рис. 102): $E_2 = E_1 \cdot \cos^2 \alpha \Rightarrow$

$I_2 = I_1 \cdot \cos^2 \alpha$ – закон Малюса.

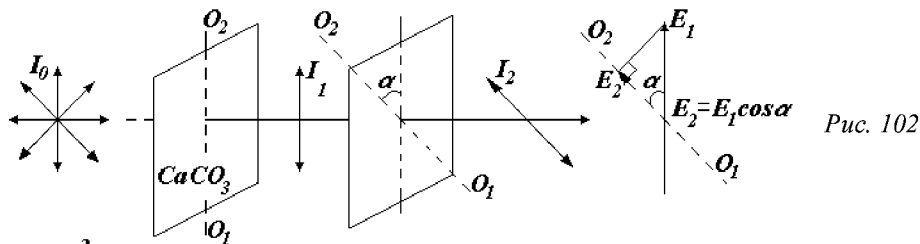


Рис. 102

Частичная поляризация наблюдается также при отражении света от диэлектрика. В отраженном пучке выделяем две составляющих (I_{\perp} и I_{\parallel}).

Из предельных условий получаем формулы Френеля:

$$I_{\perp} = 0,5 I_0 \cdot \left(\frac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)} \right)^2, \quad I_{\parallel} = 0,5 I_0 \cdot \left(\frac{\operatorname{tg}(i-r)}{\operatorname{tg}(i+r)} \right)^2,$$

где I_0 – интенсивность падающего света; i и r – угол падения и преломления соответственно.

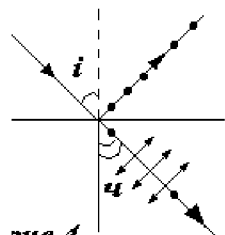


Рис. 103

При $i + r = 90^\circ \Rightarrow I_{\parallel} = 0$ (рис. 103) отраженный луч плоскополяризован (колебание перпендикулярно плоскости падения), а преломленный поляризован максимально, но не целиком. Условие максимальной поляризации при отражении:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n \Rightarrow \operatorname{tg} i = n - \text{закон Брюстера.}$$

Во многих случаях даже при нормальном падении луча на кристалл наблю-

$$\begin{cases} \Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar \\ \Delta y \cdot \Delta p_y \geq \hbar \\ \Delta z \cdot \Delta p_z \geq \hbar \end{cases} \quad (1)$$

$$\Delta E \cdot \tau \geq \hbar \quad (2)$$

(1) ограничивает применение механики Ньютона;

(2) ограничивает применение теории Максвелла.

Физическое содержание соотношения (1): материальная точка движется по траектории, а, значит, в любой момент времени имеет строго определенные значения координаты и импульса. Электрон нельзя моделировать точкой. Понятие траектории для электрона теряет содержание, т.е., он не может иметь строго определенные значения координаты x и проекции импульса p_x ; Δx – неопределенность координаты; Δp_x – неопределенность проекции импульса на ось x .

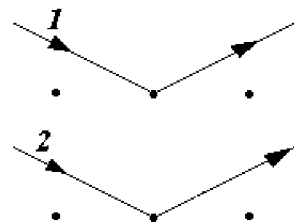


Рис. 112

Физическое содержание соотношения (2): если некоторая квантово-механическая система (например, атом) находится в заданном состоянии на протяжении времени τ , то неопределенность энергии системы ΔE определяется соотношением (2).

Упрощенный вывод соотношения (2): объект – электромагнитное излучение. Модель – монохроматическая волна. Ее главная характеристика – частота ν (индивидуальная, как «отражения пальцев»).

Проведем воображаемый эксперимент по определению ν . Рассмотрим волновой процесс (переход атома из возбужденного состояния в основное $\tau \approx 10^{-8}$ с). Тогда частота излучаемой электромагнитной волны:

$$\nu = \frac{N}{\tau},$$

где N – количество колебаний. Найдем частотную размытость $\Delta \nu$. Поскольку эксперимент воображаем, то $\Delta N = \pm 1$ – неточность в отсчете колебаний. Значит:

$$\Delta \nu \approx \frac{1}{\tau}.$$

Получаем, что $\Delta \nu \rightarrow 0$ при $\tau \rightarrow \infty$, однако по условию эксперимента $\tau \approx 10^{-8}$ с, тогда: $\Delta \nu \cdot \tau \approx 1$ или $\Delta(h\nu) \cdot \tau \approx h$.

Значит $\Delta E \cdot \tau \approx h$, что и требовалось доказать.

Пример 4. Электрон в атоме находится в d -состоянии. Определить: 1) момент импульса электрона. 2) максимальное значение проекции момента импульса и направление внешнего магнитного поля.

Решение.

Момент импульса электрона

$$L_l = \hbar \cdot \sqrt{l \cdot (l+1)}$$

$$W = \frac{1}{l} \left[\int_a^b dx - \int_a^b \cos \frac{8\pi x}{l} dx \right] = \frac{1}{l} \left[(b-a) - \frac{l}{8\pi} \sin \frac{8\pi}{l} x \Big|_a^b \right] =$$

$$= \frac{1}{l} \left[\frac{l}{4} - \frac{l}{8\pi} (\sin 2\pi - \sin 0) \right] = 0.25$$

8.1.2. Гипотеза де Бройля. Соотношение неопределенностей.

В 1923 г. Луи де Бройль, развивая представление о двойственной корпускулярно-волновой природе света:

$$\begin{cases} \vec{P} = \hbar \cdot \vec{k} \\ \varepsilon = \hbar \cdot \omega \end{cases} \quad (\text{Планк + Эйнштейн, см. тему: «Квантовая природа излучения»})$$

выдвинул гипотезу об универсальности корпускулярно-волнового дуализма. Согласно де Бройлю: любую частицу с импульсом \vec{P} и энергией E можно также смоделировать волной, которая имеет частоту ω и волновой вектор \vec{k} . Таким образом, любой частице, которая имеет импульс, сопоставляют волновой процесс с длиной волны, которую можно вычислить по формуле де Бройля:

$$\lambda = \frac{h}{P} \quad (\text{длина волны де Бройля}).$$

Гипотеза де Бройля означает следующее: классическая ньютоновская механика и классическая электродинамика Максвелла не могут описывать состояние микрообъекта (электрон, протон, атом и т.п.), а также процессы при участии микрообъектов. Нужна качественно новая теория, новая модель. Механика Ньютона и теория Максвелла должны входить в новую теорию как предельные случаи.

Гипотеза де Бройля казалась физикам невероятной, (Эйнштейн обозвал де Бройля богохульником), потому что не было ни одного эксперимента, опыта, которые бы указывали на то, что электрон имеет волновые свойства. Именно поэтому физики наперегонки бросились проводить опыты, целью которых была проверка гипотезы.

Первые результаты опытов опубликовали американцы К.Девиссон и Л.Джермер. Они показали, что пучок электронов, ускоренных в электрическом поле, рассеивается на естественных дифракционных решетках кристалла никеля. Анализируя распределение плотности электронов в отраженном пучке

$$e\varphi = \frac{P^2}{2m}; \quad P = \sqrt{2me\varphi},$$

можно заметить, что оно согласуется с формулой Вульфа – Брегга, если принять для электрона: $\lambda = \frac{h}{P}$.

Итак, получаем новую (квантовую) теорию, соответственно – квантовую модель объекта (электрона, электромагнитного излучения).

Количественными ограничителями применимости старых теорий являются соотношения неопределенностей Гейзенберга:

дается расщепления луча на два. *Луч e* – *обычный*, для него законы преломления выполняются. *Луч e* – *необыкновенный*, законы преломления – не выполняются. Это явление называется *двойное лучепреломление*.

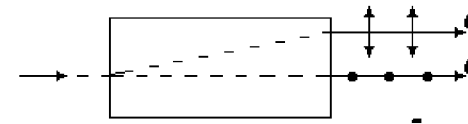


Рис. 104

На рис. 104 рассмотрена ситуация нормального падения света на поверхность пластинки (необыкновенный луч преломляется).

Его используют для получения и анализа поляризованного света. Для этого используют призмы Николя (Nicol) (рис. 105).

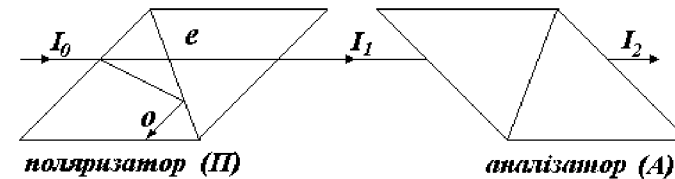


Рис. 105

$$I_1 = \frac{1}{2} I_0; \quad I_2 = I_1 \cdot \cos^2 \alpha.$$

Оптическая анизотропия (например, двойное лучепреломление) может наблюдаться и у тех кристаллов (например, стекло), которые в обычных условиях изотропны. Это возможно под действием механического напряжения, внешнего электрического или магнитного поля:

$$n_o - n_e = \kappa_1 \cdot \sigma; \quad n_o - n_e = \kappa_2 \cdot E^2; \quad n_o - n_e = \kappa_3 \cdot H^2,$$

где n_o и n_e – показатели преломления соответственно обычного и необыкновенного лучей; σ – механическое напряжение; E – напряженность внешнего электрического поля; H – напряженность внешнего магнитного поля; $\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3$ – постоянные, которые характеризуют вещество.

Некоторые вещества имеют свойство вращать плоскость поляризации поляризованного света на некоторый угол φ .

$$\text{В твердых телах: } \varphi = [\alpha] \cdot d;$$

$$\text{в растворах: } \varphi = c \cdot [\alpha] \cdot d,$$

где $[\alpha]$ – удельное вращение, α – численно равно углу поворота плоскости поляризации света слоем оптически активного вещества единичной толщины (единичной концентрации – для раствора); d – длина пути луча в кристалле (в растворе); c – концентрация раствора.

Пример 4. Чему равен угол между главными плоскостями поляризатора и анализатора, если интенсивность естественного света, который прошел через поляризатор и анализатор, уменьшается в четыре раза? Поглощением света пренебречь.

Решение

Обозначим интенсивность естественного света через I_0 . После прохождения через поляризатор луч имеет интенсивность $I_1 = 0,5 I_0$. После прохождения луча через анализатор его интенсивность будет

$$I_2 = I_1 \cdot \cos^2 \alpha = 0,5 \cdot I_0 \cdot \cos^2 \alpha.$$

По условию $\frac{I_2}{I_0} = 0.25$, и тогда $\cos^2 l = \frac{0.25}{0.5} = \frac{1}{2}$ и $l = 45^\circ$.

Контрольные вопросы.

1. Что изучается в разделе физики «Оптика»?
2. Интерференция света.
3. Как получить интерференционные картины?
4. Дифракция света.
5. Как получить дифракционные картины?
6. Дифракция Френеля и Фраунгофера.

Задания для самостоятельной работы

1. Изучить материал лекции.
2. Ответить на контрольные вопросы.

Рекомендованная литература по теме лекции: [1, 2, 3]

ЛЕКЦИЯ 22. Тепловое излучение. Фотоэффект. Давление света

План лекции.

1. Тепловое излучение. Его характеристики и закономерности.
2. Ультрафиолетовая катастрофа. Гипотеза Планка. Оптическая пирометрия.
3. Фотоэффект.
4. Эффект Комптона.
5. Давление света.
6. Корпускулярно-волновой дуализм электромагнитного излучения.

7.2. Квантовая природа излучения.

Исследуемые физические объекты – электромагнитное излучение, в основном, оптического диапазона. Принятая модель – квантовая.

7.2.1. Тепловое излучение. Его характеристики и закономерности.

Тепловое излучение – электромагнитное излучение, которое осуществляется за счет энергии теплового движения частиц вещества. Излучают все тела при $T > 0$. Единое излучение, которое может быть равновесным, то есть, тело в единицу времени поглощает столько же энергии, сколько и излучает (нагретое тело в пустоте с идеально преломляющей оболочкой).

Характеристики теплового излучения.

Энергетическая интегральная характеристика R_T – интегральная светимость:

$$R_T = \frac{dE^{CBET}}{S \cdot dt}, \quad [R_T] = \frac{Вт}{м^2} - \text{энергия, которая излучается в единицу времени}$$

единицей поверхности тела во всем интервале длин волн (мощность излучения с

$$\text{значения: } E_n = -\frac{1}{n^2} \cdot \frac{Z^2 m_e e^4}{8h^2 \epsilon_0^2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots),$$

« – » – электрон в связанном состоянии.

n – номер орбиты.

Энергетическое состояние с $n=1$ – основное (нормальное); с $n>1$ – возбужденное.

При переходе атома водорода ($Z=1$) из стационарного состояния n с большей энергией в стационарное состояние m с меньшей энергией излучается квант:

$$h\nu = E_m - E_n = -\frac{m_e e^4}{8h^2 \epsilon_0^2} \cdot \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \nu = \frac{m_e e^4}{8h^3 \epsilon_0^2} \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) = R' \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

$$\text{или } \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) - \text{формула Бальмера,}$$

$$R' = R \cdot c = 3,29 \cdot 10^{15} \frac{1}{с} - \text{постоянная Ридберга.}$$

Недостатки: описывает водород (H); неточно – водородоподобные ионы; гелий (He) – уже не описывает.

Главный недостаток: модели «точка» задаются условия, которые противоречат сущности самой модели.

Пример 3. Электрон в одномерной прямоугольной «потенциальной яме» шириной l с бесконечно высокими «стенками» находился в возбужденном состоянии ($n=4$). Определить вероятность W нахождения электрона в первой четверти «ямы».

Решение.

Вероятность пребывания электрона в интервале $a < x < b$

$$W = \int_a^b |\psi_n(x)|^2 dx,$$

где $\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \cdot \sin \frac{n\pi}{l} x$ ($n=1,2,3,\dots$) – нормированная собственная волновая

функция, которая отвечает данному состоянию.

Поскольку $n=4$, то

$$\psi_m(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \cdot \sin \frac{4\pi}{l} x.$$

По условию: $a=0$ и $b=l/4$. Тогда

$$W = \frac{2}{l} \int_0^{l/4} \sin^2 \frac{4\pi}{l} x dx.$$

Поскольку $\sin^2 \frac{4\pi x}{l} = \frac{1}{2} (1 - \cos \frac{8\pi x}{l})$, то

1) согласно электродинамике электроны, которые ускоренно движутся, должны излучать электромагнитные волны (терять энергию) → а значит упасть на ядро;

2) из уравнения движения электрона по окружности под действием кулоновской силы: $\frac{Zee}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{m_e v^2}{r}$, можно сделать вывод, что существует бесчисленное

множество r и v , которые удовлетворяют этому уравнению. Значит величины r и v (или энергия E) могут меняться непрерывно, то есть может выпускаться любая порция энергии ⇒ спектры атомов должны быть сплошными, а не линейчатыми.

В 1913 г. Нильс Бор сделал попытку построить квантовую теорию атома. Базируясь на информации по излучению (Планк + Эйнштейн), информации из вещественных объектов (Бальмер, Резерфорд) он предложил постулаты:

1. В атоме существуют стационарные состояния, которым отвечают стационарные орбиты, по которым электроны, которые движутся, не излучают, и не поглощают энергии.

2. Излучение (поглощение) энергии происходит при переходе электронов с одной стационарной орбиты на другую, при этом энергия, излучаемого (поглощенного) фотона:

$$h\nu = E_n - E_m.$$

3. В стационарном состоянии атома электрон, двигаясь по круговой орбите, имеет дискретные квантовые значения момента импульса:

$$m_e v r_n = n \hbar \quad (n = 1, 2, 3) \quad \hbar = \frac{h}{2\pi}.$$

Некоторые следствия:

$$\begin{cases} m_e \cdot \frac{v^2}{r} = k \cdot \frac{Z \cdot e^2}{r^2} \Rightarrow \text{радиус } n\text{-ой стационарной орбиты:} \\ m_e \cdot v \cdot r_n = n \hbar \end{cases}$$

$$r_n = n^2 \cdot \frac{\hbar^2 \cdot 4\pi\epsilon_0}{m_e Z e^2}. \quad (\text{Для атома водорода } Z = 1, n = 1; r_1 = a = 0,528 \text{ \AA}).$$

Полная энергия в водородоподобной системе состоит из его кинетической

$$E_{кин} = \frac{m_e v^2}{2} \text{ и потенциальной:}$$

$$E_{пот} \text{ в электрическом поле ядра: } E_{пот} = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}, \text{ то есть:}$$

$$E = -\frac{1}{2} \cdot \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}.$$

Учитывая, квантование для радиуса n -й стационарной орбиты значения

$$r_n = n^2 \cdot \frac{\hbar^2 \cdot 4\pi\epsilon_0}{m_e Z e^2}, \text{ получим, что энергия электрона может принимать дискретные}$$

единицы площади поверхности тела).

Энергетическая спектральная характеристика $R_{\nu,T}$ – спектральная светимость:

$$R_{\nu,T} = \frac{dE^{CBET}(\nu, \nu+d\nu)}{S \cdot t \, d\nu} - \text{энергия, которая излучается в единицу времени единицей поверхности тела в узком интервале длин волн } (\lambda, \lambda+d\lambda) \text{ соответственно}$$

частот $(\nu, \nu+d\nu)$.

Спектральная светимость $R_{\nu,T}$ – характеризует спектральный состав излучения; распределение энергии по спектру; по длинам волн $R_{\lambda,T}$ (по частотам: $R_{\nu,T}$).

Поскольку: $\nu = \frac{c}{\lambda}$, $d\nu = -\frac{c}{\lambda^2} d\lambda$ (“–“ – с ростом одной величины другая уменьшается).

$$R_{\nu,T} = \frac{dE}{St \, d\lambda} \cdot \frac{\lambda^2}{c} = R_{\lambda,T} \cdot \frac{\lambda^2}{c}.$$

$$\text{Интегральная и спектральная светимость связанные: } R_T = \int_0^{\infty} R_{\nu,T} \, d\nu.$$

Спектральная поглотительная способность тела $A_{\nu,T}$ – показывает, какая часть энергии, принесенной чем единица времени на единицу площади поверхности тела падающими на нее электромагнитными волнами с частотами от ν до $\nu+d\nu$, поглощается телом:

$$A_{\nu,T} = \frac{dE^{погл}(\nu, \nu+d\nu)}{dE^{пад}(\nu, \nu+d\nu)}.$$

Введем модель – **абсолютно черное тело АЧТ** (сажа, черный бархат, платиновая чернь – близкие в определенном интервале частот) – тело, способное поглощать при любой температуре падающее излучение любой частоты.

$$A_{\nu,T}^r \equiv 1.$$

Серое тело – тело, поглотительная способность которого меньше единицы, но одинаковая для всех частот и зависит только от температуры, материала и состояния поверхности тела.

$$Acc_{\nu,T} = A_{\nu,T}^c = const < 1.$$

Законы теплового излучения.

Закон Кирхгофа: отношение спектральной лучеиспускательной способности к спектральной поглотительной способности является величиной постоянной для всех тел при данной температуре и для данной длины волны:

$$\frac{R_{\nu,T}}{A_{\nu,T}} = r_{\nu,T} - \text{универсальная функция Кирхгофа.}$$

Поскольку для АЧТ: $A_{\nu,T}^r \equiv 1$, то $R_{\nu,T}^r = r_{\nu,T}$, тогда для всех тел отношения спектральной светимости к спектральной поглотительной способности равно спектральной светимости АЧТ при той же температуре и частоте.

$$\text{Для серого тела: } R_{\nu,T}^c = A_{\nu,T}^c \cdot r_{\nu,T}.$$

Из закона Кирхгофа вытекает:

а) спектральная светимость любого тела в любой области спектра всегда меньше спектральной светимости АЧТ (при тех же значениях T и ν), поскольку:

$$A_{\nu,T} < 1 \Rightarrow R_{\nu,T} < r_{\nu,T}.$$

б) если тело не поглощает электромагнитные волны определенной частоты, то оно их и не излучает, потому что: $A_{\nu,T} = 0, R_{\nu,T} = 0$.

$$\text{Можно получить: } R_T^U = \int_0^{\infty} \nu_{\nu,T} d\nu, R_T^C = A^C \int_0^{\infty} \nu_{\nu,T} d\nu = A^C \cdot R_T^U$$

где R_T^r – энергетическая светимость АЧТ (зависит только от температуры).

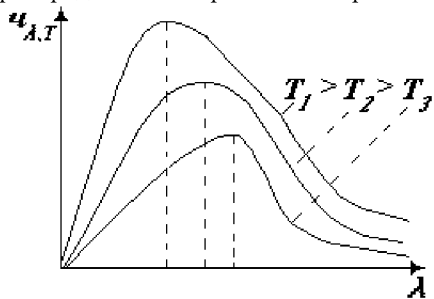
Закон Стефана-Больцмана: $R_T^U = \sigma T^4$ – энергетическая светимость АЧТ пропорциональна четвертой степени его термодинамической температуры;

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4} \text{ – постоянная Стефана-Больцмана.}$$

Из экспериментальных кривых зависимости функции

$$r_{\lambda,T} (r_{\lambda,T} = \frac{c}{\lambda^2} r_{\nu,T}) \text{ от длины волны } \lambda \text{ при разных температурах вытекает, что}$$

распределение энергии в спектре АЧТ есть неравномерным.



Все кривые имеют явным образом выраженный максимум, который при повышении температуры смещается в сторону более коротких волн (рис. 106). Согласно закону немецкого физика Вильгельма Вина:

$$\lambda_{max} = \frac{b}{T} \text{ – закон смещения Вина (в } = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К),}$$

Рис. 106

то есть длина волны λ_{max} , что отвечает максимальному значению спектральной плотности энергетической светимости $\nu_{\lambda,T}$ АЧТ, обратно пропорциональна его термодинамической температуре.

Пример 1. Найти какое количество энергии из 1 см^2 поверхности за 1 сек излучает абсолютно черное тело, если известно, что максимальная спектральная плотность его энергетической светимости приходится на длину волны в $0,484 \text{ мкм}$.

Решение.

Воспользуемся законом Стефана-Больцмана

$$R^r = \sigma \cdot T^4$$

И законом смещения Вина

$$\lambda_0 \cdot T = b$$

Из (1) и (2) получаем:

РАЗДЕЛ 8. ФИЗИКА АТОМОВ И МОЛЕКУЛ. КВАНТОВАЯ СТАТИСТИКА И ФИЗИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА.

ЛЕКЦИЯ 23. Элементы квантовой механики.

План лекции.

1. Теория Бора.
2. Гипотеза де Бройля. Соотношение неопределенностей.
3. Волновая функция. Уравнение Шредингера.
4. Некоторые простейшие задачи квантовой механики.
5. Атом водорода.
6. Спин электрона. Принцип Рафаэля.
7. Рентгеновские и молекулярные спектры.

8.1. Физика атомов и молекул.

Спин электрона. Принцип Рафаэля. Рентгеновские и молекулярные спектры.

8.1.1. Теория Бора.

В начале XX века было известно, что каждому газу присущ определенный линейчатый спектр (излучение разреженных газов), который состоит из отдельных спектральных линий. Самый изученный спектр атома водорода. Бальмер вывел формулу, которая описывает все известные к тому времени линии атома водорода в видимой области спектра:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 3, 4, 5 \dots$$

где $R = 1,1 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$ – постоянная Ридберга.

Согласно модели атома Джозефа Джона Томсона (открыл электрон (1897 г.) и определил его заряд (1898 г.)) – «пудинг с изюмом» (1903 г.): атом – положительно заряженный шар радиусом $\approx 10^{-10} \text{ м}$, внутри которой, как вкрапление, находятся электроны; в целом атом нейтральный. опыты Резерфорда опровергли эту модель.

Рассеяние α -частичек ($q=2e, m_\alpha > m_e$ в 7300 раз, скорость $\approx 10^7 \text{ м/с}$) золотой фольгой толщиной $\approx 1 \text{ мкм}$ показало, что приблизительно одна из 20000 α -частичек отражается на 180° от первоначального направления. Это означает, что в атоме есть зона, которая намного меньше размеров самого атома и в ней сконцентрирован положительный заряд. В 1911 г. он предложил ядерную (планетарную) модель атома:

Вокруг положительного ядра ($q = Ze$) размером $\approx 10^{-15} \text{ м}$ и массой \approx равной массе атома, в области с линейными размерами $\approx 10^{-10} \text{ м}$ по замкнутым орбитам двигаются электроны – электронная оболочка атома (их количество = Z).

Недостатки модели атома Резерфорда:

как волновые, так и квантовые свойства. Причем давление и преломления света можно объяснить как волновой, так и квантовой теорией. Таким образом, можно считать, что электромагнитное излучение выявляет как свойства волны, так и свойства корпускул (дуализм).

$$\text{Совокупная гипотеза Планка и Эйнштейна} \begin{cases} \vec{P} = \hbar \cdot \vec{k} \\ \varepsilon = \hbar \cdot \omega \end{cases}, \text{ где } \hbar = \frac{h}{2\pi}, |\vec{k}| = \frac{2\pi}{\lambda}$$

объединяет как корпускулярные характеристики (энергия и импульс) излучение так и волновые характеристики (частота, длина волны). То есть, получили: любой волновой объект (любая волна) с волновым вектором \vec{k} и частотой ω может быть также смоделирована как поток фотонов (квантов) с импульсом \vec{P} и энергией ε каждый.

Пример 2. Электрон ускоряется разностью потенциалов $U=500$ В. Считая, что неопределенность импульса составляет 0,1% от числового значения импульса, найти неопределенность координаты электрона.

Решение.

Кинетическая энергия T электрона

$$T = |e| \cdot U = 500 \text{ эВ.}$$

То есть электрон нужно считать нерелятивистской частицей.

Импульс электрона

$$p = \sqrt{2mT} = \sqrt{2m|e| \cdot U}.$$

Вычисления дают: $p=1,24 \cdot 10^{-23}$ кг·м/с.

Неопределенность импульса

$$\Delta P_X = 0,001 \cdot P_X = 1,24 \cdot 10^{-26} \text{ кг·м/с.}$$

Соотносительность неопределенностей для координаты X и проекции импульса P_X :

$$\Delta X \cdot \Delta P_X \geq \hbar, \text{ где } \hbar = h/2\pi.$$

Отсюда находим

$$\Delta X = \frac{\hbar}{\Delta P_X}.$$

Вычисляя, получаем $\Delta X = 53,5 \cdot 10^{-9}$ м.

Контрольные вопросы.

1. Тепловое излучение. Его характеристики и закономерности.
2. Ультрафиолетовая катастрофа. Гипотеза Планка. Оптическая пирометрия.
3. Фотоэффект.
4. Эффект Комптона.
5. Давление света.
6. Корпускулярно-волновой дуализм электромагнитного излучения.

Задания для самостоятельной работы

1. Изучить материал лекции.
2. Ответить на контрольные вопросы.

$$R^r = \sigma \cdot \left(\frac{b}{\lambda_0}\right).$$

Количество энергии W , что излучается с поверхности S за время t , равняется

$$W = S \cdot T \cdot R^r = S \cdot t \cdot \sigma \cdot \left(\frac{b}{\lambda_0}\right)^4$$

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4),$$

$$b = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$$

Кроме того, по условию задачи $S = 10^{-4} \text{ м}^2, t = 1 \text{ сек}, \lambda_0 = 0,484 \cdot 10^{-6} \text{ м}$

Вычисляя получаем : $W = 7350 \text{ Дж}$

7.2.2. Ультрафиолетовая катастрофа. Гипотеза Планка. Оптическая пирометрия.

Экспериментальные законы Стефана-Больцмана, Вина не позволяют решить задачу (общей картины распределения энергии по частотам при разных температурах не дают), поскольку остается неизвестным явный вид функции спектральной светимости.

Релей, Джинс, опираясь на законы термодинамики, используя аппарат статистической физики и, приняв за базовую – волновую модель излучения (другой к тому времени не существовало), получили для спектральной светимости $A_{\nu T}$:

$$r_{\nu, T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \langle \varepsilon \rangle = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT,$$

где $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$ – стала Больцмана;

$\langle \varepsilon \rangle$ – средняя энергия классического одномерного осциллятора.

$$\text{Отсюда: } R_T^q = \int_0^{\infty} r_{\nu, T} d\nu = \frac{2\pi}{c^2} kT \cdot \frac{1}{3} \nu^3 \Big|_0^{\infty} = \infty !!!$$

Этот результат получил название ультрафиолетовой катастрофы. (По закону Стефана-Больцмана R_T^q – энергетическая светимость пропорциональна четвертой степени температуры). Физически это означает, что с увеличением частоты мощность излучения возрастает неограниченно (рис. 107). Вся энергия теплового движения частиц, отдается в виде излучения. Термодинамическое равновесие в принципе невозможная; тепловое движение частичек (молекул, электронов) прекращается – тепловая смерть Вселенной.

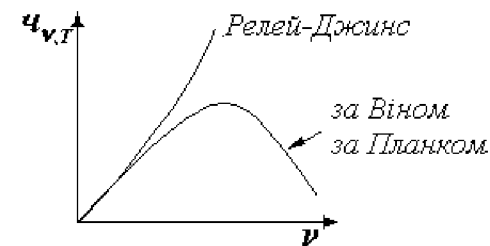


Рис. 107

Таким образом, необходима другая теория, которая смогла бы дополнить

уже существующие, отсюда – гипотеза Планка.

Гипотеза Планка: электромагнитное излучение испускается веществом (молекулами) не непрерывно в виде волны, а в виде дискретных порций – корпускул (квантов, фотонов). Соответственно, появляется квантовая модель излучения, добавим к ней те же законы термодинамики и статистической физики и получим формулу Планка:

$$\mathbf{u}_{\nu T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \langle \varepsilon \rangle = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1}, \text{ где } h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с}$$

34 Дж·с – постоянная Планка.

В области низких частот формула Планка переходит в формулу Релея-Джинса:

$$\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) \approx 1 + \frac{h\nu}{kT} + \dots$$

Из формулы Планка можно получить закон Стефана-Больцмана:

$$\mathbf{R}_T^{\nu} = \int_0^{\infty} \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \cdot \frac{h\nu}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1} d\nu = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3} \cdot T^4 = \sigma T^4$$

Можно получить и закон смещения Вина: $\mathbf{u}_{\nu T} \rightarrow \mathbf{u}_{\lambda T}$:

$$\mathbf{u}_{\lambda T} = \frac{c}{\lambda^2} \mathbf{u}_{\nu T} = \frac{c}{\lambda^2} \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/kT\lambda} - 1}$$

найдем максимум функции, то есть значение λ_{max} , при котором функция максимальная:

$$\frac{d\mathbf{u}_{\lambda T}}{d\lambda} = 0 \Rightarrow \lambda_{max} = \frac{b}{T}$$

Закономерности теплового излучения используются, в частности, при бесконтактном измерении температуры. Оптическая пирометрия – методы измерения высоких температур, которые используют зависимость спектральной плотности энергетической светимости или интегральной энергетической светимости тел от температуры. Пирометры – приборы для измерения температуры нагретых тел по интенсивности их теплового излучения в оптическом диапазоне спектра. Вводится:

а) радиационная температура – это такая температура $AЧТ$, при котором его энергетическая светимость \mathbf{R}_T^{ν} равна энергетической светимости исследуемого тела:

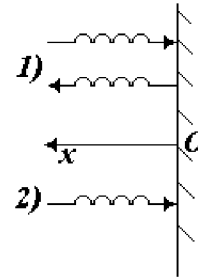
$$\sigma T_p^4 = A_{\text{св}} \cdot \sigma T^4$$

б) цветовая температура определяется по совпадению максимумов спектральной светимости $AЧТ$ и исследуемого тела:

$$\lambda_{max} \cdot T_k = B$$

в) яркостная температура – такая температура $AЧТ$, при которой его спектральная светимость равна спектральной светимости исследуемого тела: $\mathbf{u}_{\lambda T} = \mathbf{R}_{\lambda T}$.

Пример 2. Натрий освещается монохроматическим светом с длиной волны $\lambda=0,04 \text{ мкм}$.



Рассмотрим более подробно взаимодействие фотона с поверхностью:

1) зеркальной (рис.111(1));

2) черной (рис.111(2)).

Так изменение импульса фотона в первом случае:

$$\Delta P_{\phi 1} = P_{\phi}^{\text{после}} - P_{\phi}^{\text{до}} = P_{\phi} - (-P_{\phi}) = 2P_{\phi}$$

$$\text{Во втором случае: } \Delta P_{\phi 2} = 0 - (-P_{\phi}) = P_{\phi}$$

Если за время Δt на единицу площади поверхности тела падает N фотонов, то при коэффициенте отражения света ρ от поверхности тела: ρN – отразится, а $(1-\rho)N$ – поглотится.

Рис. 111

Тогда суммарное изменение импульса:

$$\Delta P_{\phi} = \rho N \Delta P_{\phi 1} + (1-\rho) N \Delta P_{\phi 2} = N \cdot P_{\phi} \cdot (1+\rho)$$

Вспомним, что с другой стороны: $\Delta P_{\phi} = F \cdot \Delta t$.

Учтем, что энергия фотона: $\varepsilon = mc^2$, а импульс фотона:

$$P_{\phi} = mc = \frac{\varepsilon}{c}. \text{ Тогда: } N \cdot \frac{\varepsilon}{c} (1+\rho) = F \cdot \Delta t$$

Разделим обе части на: $S \cdot \Delta t$ и получаем, что давление p будет равно:

$$p = \frac{N}{S c \Delta t} \cdot \varepsilon (1+\rho)$$

Или, если ввести объемную плотность энергии излучения w :

$w = n \cdot \varepsilon$, тогда:

$$p = n \cdot \varepsilon (1+\rho) = w \cdot (1+\rho)$$

Согласно волновой модели давление света можно объяснить так: электроны под действием электромагнитного поля световой волны начинают упорядоченно двигаться. Со стороны магнитного поля на электроны действует сила Лоренца: она служит причиной давления.

Пример 1. Определить длину волны где Бройля λ электрона, который прошел ускоряющую разность потенциалов 700 кВ.

Решение.

Кинетическая энергия электрона, который прошел ускоряющую разность потенциалов U ,

$$T = |e|U = 0,7 \text{ МэВ,}$$

а энергия покоя электрона $E_e = m_0 c^2 = 0,51 \text{ МэВ}$. Итак, электрон нужно считать релятивистской частицей, тогда импульс электрона

$$p = \sqrt{(2E_0 + T) \cdot T} / c$$

Длина волны де Бройля

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{hc}{\sqrt{(2E_0 + T)T}}$$

Вычисляя получаем $\lambda = 1,13 \cdot 10^{-12} \text{ м}$.

7.2.6. Корпускулярно-волновой дуализм электромагнитного излучения. Рассматривая электромагнитное излучение можно заметить, что оно имеет

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0c}(1 - \cos\theta) \text{ – формула Комптона.}$$

Или запишем ее в другой форме: $\Delta\lambda = 2\lambda_C \sin^2 \frac{\theta}{2}$, где $\lambda_C = \frac{h}{m_0c}$ – компто-

невская длина волны (при рассеянии фотона на электроне: $\lambda_C = 2,426$ пм).

Пример 4. Давление монохроматического света ($\lambda = 0,5$ мкм) на поверхность с коэффициентом отражения $\rho = 0,3$, расположенную перпендикулярно падающим лучам, равно $0,2$ мкПа. Найти количество фотонов N , которые падают на единицу площади поверхности за 1 сек.

Решение.

Давление при нормальном падении света на поверхность

$$P = \frac{E_e}{c} \cdot (1 + \rho),$$

где E_e – облучение поверхности, то есть энергия всех фотонов, которые падают в единицу времени на единицу площади поверхности.

$$E_e = N \cdot \frac{hc}{\lambda}.$$

$$\text{Тогда } p = \frac{Nh(1 + \rho)}{\lambda}$$

$$\text{Отсюда } N = \frac{p\lambda}{(1 + \rho)h}$$

Вычисляя, находим $N = 1,16 \cdot 10^{20} \text{ м}^{-2} \text{ с}^{-1}$

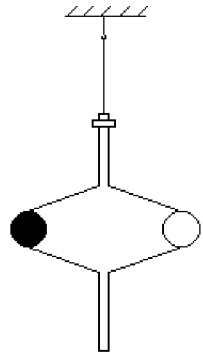


Рис. 110

7.2.5. Давление света

Электромагнитное излучение осуществляет давление на поверхность, которое можно объяснить как с точки зрения волновой модели, так и с точки зрения квантовой.

Экспериментально давление света было определено П.Н. Лебедевым с помощью следующей установки (рис. 110): легкие металлические диски (один – зеркальный, другой – черный) подвешивались на тонкой нити и располагались в сосуде с высоким вакуумом. При одновременном освещении двух дисков происходило вращение относительно вертикальной оси. По величине угла, на который закручивалась нить, определялось давление света.

Определить наименьшую задержку направления U , при которой фототок исчезает. «Красная граница» фотоэффекта для натрия $\lambda = 0,584$ мкм.

Решение.

Задерживая напряжение определяем с условия

$$e \cdot U = \frac{m \cdot v_{\max}^2}{2} \quad (1)$$

($e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$), кинетическую энергию электрона – из уравнения Эйнштейна

$$\frac{h \cdot c}{\lambda} = A + \frac{m \cdot v_{\max}^2}{2} \quad (2)$$

Работа выхода

$$A = \frac{h \cdot c}{\lambda_0} \quad (3)$$

Подставляя (3) в (2), получаем

$$\frac{m \cdot v_{\max}^2}{2} = \frac{h \cdot c \cdot (\lambda_0 - \lambda)}{\lambda_0 \cdot \lambda} \quad (4)$$

Подставляя (4) в (1), находим

$$U = \frac{h \cdot c \cdot (\lambda_0 - \lambda)}{e \cdot \lambda \cdot \lambda_0}.$$

Вычисляя, получаем $U = 28,9 \text{ В}$.

7.2.3. Фотоэффект.

Фотоэлектрический эффект был открыт Герцем в 1887 г. Фотоэффект бывает трех видов: а) внешний; б) внутренний; в) вентильный.

Внешний фотоэффект – это испускания электронов веществом под действием электромагнитного излучения.

Внутренний фотоэффект – переходы электронов внутри полупроводника или диэлектрика из связанных состояний в свободные без вылета наружу под действием электромагнитного излучения.

Вентильный фотоэффект – возникновение ЭДС (фото-эдс) при освещении контакта двух разных полупроводников или полупроводника и металла (при отсуствии внешнего электрического поля).

Явление фотоэффекта применяется при изготовлении фотоэлементов (фотоэлектрические экспонометры, люксметры); фотосопротивлений (автоматическое управление электрическими цепями с помощью световых сигналов); солнечные батареи (кремниевые фотоэлементы); фотореле, фотометрия (сигнализация, военная техника, озвучивание фильмов).

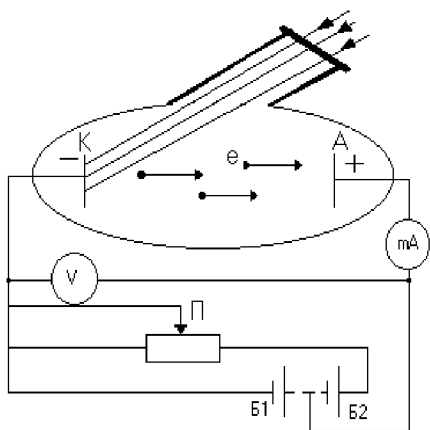


Рис. 108

В исследовании закономерностей фотоэффекта большое значение имеют выводы российского физика Столетова А.Г., которые были установлены экспериментально (рис. 108):

- 1) количество фотоэффектов пропорционально интенсивности света;
- 2) максимальная кинетическая энергия электронов не зависит от интенсивности света, а определяется его частотой;
- 3) для каждого вещества существует такая частота (красная граница фотоэффекта) – минимальная частота, ниже которой фотоэффект не возникает;
- 4) фотоэффект практически безинерционен.

Явление фотоэффекта с точки зрения волновой модели электромагнитного излучения объяснить невозможно. Поскольку с точки зрения волновой модели, излучение электронов веществом возможно, допустимо, но закономерности (законы Столетова 2), 3) и 4) должны читаться с точностью до наоборот. В 1905 году А. Эйнштейн дает некоторые ограничения: электромагнитное излучение не только излучается молекулами вещества в виде дискретных порций, квантов, но и распространяется и взаимодействует с частицами вещества как поток квантов. Тогда уравнения, которые описывает фотоэффект, имеет вид:

$$\varepsilon = A + E_{k \max},$$

где $\varepsilon = h\nu$ – энергия фотона;

A – работа выхода электронов из вещества;

$E_{k \max}$ – максимальная кинетическая энергия электронов, которые вылетают из вещества.

Уравнение Эйнштейна – это закон сохранения энергии для процесса фотоэффекта. Если принять гипотезу Эйнштейна, то законы Столетова элементарно объясняются:

- 1) интенсивность света пропорциональна числу фотонов, а число фотонов пропорционально числу фотоэлектронов;
- 2) $E_{k \max}$ пропорциональна $h\nu$, а значит пропорциональна частоте ν и не зависит от числа фотонов;
- 3) $h\nu = A$, то есть существует минимальная частота, которой недостаточно для сообщения кинетической энергии электронам;
- 4) время взаимодействия фотона с электроном очень мало.

При исследовании фотоэффекта использовался задерживающий потенциал. Условие прекращения фотоэффекта:

$$e \cdot \varphi_3 = E_{k \max},$$

где φ_3 – задерживающий потенциал.

Пример 3. Определить энергию электрона отдачи в эффекте Комптона, если фотон ($\lambda = 0,1$ нм) был рассеян на угол $\varphi = 180^\circ$.

Решение.

Энергия электрона отдачи равняется различию энергий падающего и рассеянного фотонов:

$$W = E - E'' = \frac{h \cdot c}{\lambda} - \frac{h \cdot c}{\lambda'} = \frac{h \cdot c \cdot \Delta\lambda}{\lambda \cdot \lambda'}, \quad (1)$$

где $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ – изменение длины волны фотона в эффекте Комптона:

$$\Delta\lambda = \frac{2h}{m_0 \cdot c} \cdot \sin^2 \frac{\varphi}{2}, \quad (2)$$

Где $m_0 = 9.1 \cdot 10^{-31}$ кг – масса покоя электрона.

Подставляя (2) в (1) и учитывая, что $\lambda' = \lambda + \Delta\lambda$, находим

$$W = \frac{2 \cdot h^2 \cdot \sin^2(\varphi/2)}{m_0 \lambda (\lambda + \frac{2h}{m_0 c} \cdot \sin^2(\varphi/2))}$$

Вычисляя, получаем $W = 9.2 \cdot 10^{-17}$ Дж.

7.2.4. Эффект Комптона.

Эффект Комптона заключается в том, что при рассеянии рентгеновских или γ -квантов на свободных (валентных, слабосвязанных) электронах (рис. 109) наблюдается изменение длины волны излучения (θ – угол рассеяния). Длина волны λ' рассеянного фотона $>$ длины волны λ падающего. С точки зрения волновой модели это объяснить невозможно.

Модель излучения – квантовая; модель процесса – упругое рассеяние кванта на свободном электроне.

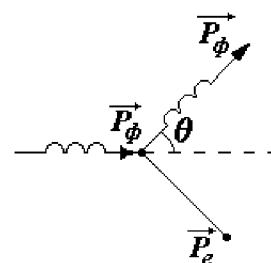


Рис. 109

Запишем для такого взаимодействия закон сохранения импульса и закон сохранения энергии:

$$\begin{cases} \vec{P}_\phi = \vec{P}'_\phi + \vec{P}_e, \\ \varepsilon_\phi + m_0 c^2 = \varepsilon'_\phi + m c^2 \end{cases},$$

где $P_\phi = \frac{h\nu}{c}$, $P'_\phi = \frac{h\nu'}{c}$ – импульс фотона до и после рассеяния на электро-не;

$$P_e = m v \text{ – импульс электрона, учтем, что масса электрона: } m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}};$$

$\varepsilon_\phi = h\nu$, $\varepsilon'_\phi = h\nu'$ – энергия фотона до и после рассеяния на электро-не.

Подставив выше приведенные формулы в систему уравнений, можно полу-чить: