МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
ЛУГАНСКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
ЛУГАНСКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ ВЛАДИМИРА ДАЛЯ»
Стахановский инженерно-педагогический институт менеджмента
Кафедра общеинженерных дисциплин

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ

по дисциплине

«ФИЗИКА»

для студентов направления подготовки
44.03.04 Профессиональное обучение (по отраслям)

В 9-и частях.
Часть 2. Молекулярная физика

Стаханов – 2021

УДК 530

Рекомендовано к изданию Учебно-методическим советом
ГОУ ВО «ЛГУ им. В. Даля»
(протокол № ___ от _______ 20 г.)

Методические указания к практическим занятиям по дисциплине **«Физика»** для студентов направления подготовки **44.03.04 Профессиональное обучение (по отраслям). В 9-и частях. Часть 2. Молекулярная физика.** /Сост.: В.И. Сафонов. − **Стаханов**: изд-во ЛГУ им. В.Даля, 2022. – 40 с.

В методических указаниях приведен минимальный объём теоретических сведений, необходимых для подготовки к практическим занятиям по разделу «Молекулярная физика» общего курса физики, примеры решения задач и задачи для самостоятельного решения.

Предназначены для студентов профиля «Экономика и управление», «Информационные технологии и системы», «Электроснабжение», «Безопасность технологических процессов и производств», «Горное дело. Подземная разработка пластовых месторождений», «Горное дело. Электромеханическое оборудование, автоматизация процессов добычи полезных ископаемых и руд», «Горное дело. Технологическая безопасность и горноспасательное дело», «Профессиональная психология», «Управление персоналом».

Составитель: доц. Сафонов В.И.

Ответственный за выпуск: доц. Сафонов В.И.

Рецензент: доц. Петров А.Г.

Учебное издание

ФИЗИКА
МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ
для студентов направления подготовки
44.03.04 Профессиональное обучение (по отраслям)
В 9-и частях.
Часть 1. Молекулярная физика

С о с т а в и т е л и:
Валентин Иванович Сафонов

Печатается в авторской редакции.
Компьютерная верстка и оригинал-макет автора.

Подписано в печать _____________
Формат 60x84[1]/16. Бумага типограф. Гарнитура Times
Печать офсетная. Усл. печ. л. _____. Уч.-изд. л. _______
Тираж 100 экз. Изд. №______. Заказ №______. Цена договорная.

Издательство Луганского государственного
университета имени Владимира Даля

Свидетельство о государственной регистрации издательства
МИ-СРГ ИД 000003 от 20 ноября 2015г.

Адрес издательства: 91034, г. Луганск, кв. Молодежный, 20а
Телефон: 8 (0642) 41-34-12, **факс:** 8 (0642) 41-31-60
E-mail: uni@snu.edu.ua **http**: www.snu.edu.ua

Содержание

РАЗДЕЛ 2
МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

2.1. Молекулярное строение вещества. Законы идеальных газов

Основные формулы

• Количество вещества тела (система) – это число структурных элементов (молекул, атомов, ионов и т.п.), содержащихся в системе или теле. Количество вещества выражается в молях. Моль равен количеству вещества системы, содержащей столько же структурных элементов, сколько содержится атомов в углероде-12 массой 0,012 кг,

$$\nu = N/N_A,$$

где N – число структурных элементов (молекул, атомов, ионов и т.п.), составляющих тело (систему);

N_A – постоянная Авогадро,

$N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$.

• Молярная масса вещества

$$M = m/\nu,$$

где m – масса однородного тела (системы);

ν – количество вещества этого тела.

• Относительная молекулярная масса вещества

$$M_r = \sum_i n_i A_{r,i},$$

где n_i – число атомов i-го химического элемента, входящего в состав молекулы данного вещества;

$A_{r,i}$ – относительная атомная масса этого элемента. Относительные атомные массы приводятся в таблице Д. И. Менделеева.

• Связь молярной массы M с относительной молекулярной массой M_r вещества

$$M = M_r k,$$

где $k = 10^{-3}$ кг/моль.

• Молярная масса смеси газов

$$M_{CM} = \frac{\sum m_i}{\sum \nu_i},$$

где m_i – масса i-го компонента смеси; ν_i – количество вещества i-го компонента смеси.

• Массовая доля i-го компонента смеси газов, т.е. безразмерная веденной формуле и по экспериментальным данным, приведенным в табл. 12, для следующих газов: 1) аргона; 2) водорода; 3) кислорода; 4) паров воды.

10.76. При нормальных условиях динамическая вязкость η воздуха равна 17,2 мкПа·с. Найти для тех же условий теплопроводность λ воздуха. Значение K вычислить по формуле, приведенной в задаче **10.75.**

10.77. Найти зависимость теплопроводности λ от температуры T при следующих процессах: 1) изобарном; 2) изохорном. Изобразить эти зависимости на графиках.

10.78. Найти зависимость теплопроводности λ от давления p при следующих процессах: 1) изотермическом; 2) изохорном. Изобразить эти зависимости на графиках.

10.79. Пространство между двумя большими параллельными пластинами, расстояние d между которыми равно 5 мм, заполнено гелием. Температура T_1 одной пластины поддерживается равной 290°K, другой – T_2 = 310°K. Вычислить плотность теплового потока $|q|$. Расчеты выполнить для двух случаев, когда давление p гелия равно: 1) 0,1 МПа; 2) 1 МПа.

величина, равная отношению массы компонента к массе смеси

$$\mu_i = m_i / m,$$

где m_i – масса i-го компонента смеси; m – масса смеси.

• Уравнение состояния идеальных газов (уравнение Клапейрона-Менделеева)

$$pV = \frac{m}{M}RT \quad \text{или} \quad pV = \nu RT,$$

где m и M – соответственно масса газа и молярная масса газа;

R – молярная газовая постоянная;

T – термодинамическая температура;

ν – количество вещества.

• Закон Дальтона

$$p = p_1 + p_2 + \ldots + p_k,$$

где p – давление смеси газов;

p_i – парциальное давление i-го компонента смеси;

k – число компонентов смеси.

2.1.1. Примеры решения задач

Пример 1. Определить молярную массу M углекислого газа CO_2.

Решение. Молярную массу данного вещества можно определить по формуле

$$M = M_r k, \qquad (1)$$

где M_r – относительная молекулярная масса вещества;

$k = 10^{-3}$ кг/моль.

Относительную молекулярную массу найдем из соотношения

$$M_r = \sum n_i A_{r,i}\,, \qquad (2)$$

где n_i – число атомов i-го химического элемента, входящих в молекулу данного вещества;

$A_{r,i}$ – относительная атомная масса i-го химического элемента.

В нашем случае для углекислого газа формула (2) примет вид

$$M_r = n_C A_{r,C} + n_O A_{r,O} \qquad (3)$$

где $n_C = 1$ (число атомов углерода в молекуле углекислого газа); $n_O = 2$ (число атомов кислорода в той же формуле);

$A_{r,C}$ и $A_{r,O}$ – относительные атомные массы углерода и кислорода.

По таблице Д.И. Менделеева найдем

$A_{r,C} = 12$; $A_{r,O} = 16$.

После подстановки в формулу (3) значений n_C, n_O, $A_{r,C}$ и $A_{r,O}$ получим

$M_r = 1 \cdot 12 + 2 \cdot 16 = 44$.

Подставив это значение относительной молекулярной массы, а также значение k в формулу (1), найдем молярную массу углекислого газа:

$M = 44 \cdot 10^{-3}$ кг/моль $= 4{,}4 \cdot 10^{-2}$ кг/моль.

Пример 2. Найти молярную массу M смеси кислорода массой $m_1 = 25$ г и азота массой $m_2 = 75$ г.

Решение. Молярная масса смеси M_{CM} есть отношение массы смеси m_{CM} к количеству вещества смеси ν_{CM} т.е.

$$M_{CM} = m_{CM} / \nu_{CM}. \quad (1)$$

Масса смеси равна сумме масс компонентов смеси $m_{CM} = m_1 + m_2$. Количество вещества смеси равно сумме количеств вещества компонентов.

Подставив в формулу (1) выражения m_{CM} и ν_{CM}, получим

$$M_{CM} = \frac{m_1 + m_2}{\dfrac{m_1}{M_1} + \dfrac{m_2}{M_2}}.$$

Применив способ, использованный в примере 1, найдем молярные массы M_1 кислорода и M_2, азота:

$M_1 = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, $M_2 = 28 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Подставим значения величин в (2) и произведем вычисления:

$$M_{CM} = \frac{25 \cdot 10^{-3} + 75 \cdot 10^{-3}}{\dfrac{25 \cdot 10^{-3}}{32 \cdot 10^{-3}} + \dfrac{75 \cdot 10^{-3}}{28 \cdot 10^{-3}}} = 28{,}9 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}.$$

Пример 3. Определить: 1) число N молекул воды, занимающей при температуре $t = 4$°C объем $V = 1$ мм^3; 2) массу m_1 молекулы воды; 3) диаметр d молекулы воды, считая, что молекулы имеют форму шариков, соприкасающихся друг с другом.

Решение. *1*. Число N молекул, содержащихся в теле некоторой массы m, равно произведению постоянной Авогадро n_a на количество вещества ν: $n = n_a \nu$. Так как $\nu = m/M$, где M – молярная масса, то $N = (m/M)n_a$. Выразив в этой формуле массу как произведение

азота при условии, что его динамическая вязкость $\eta = 17$ мкПа·с.

10.68. Найти динамическую вязкость η гелия при нормальных условиях, если диффузия D при тех же условиях равна $1{,}06 \cdot 10^{-4}$ м^2/с.

10.69. Определить зависимость динамической вязкости η от температуры T при следующих процессах: 1) изобарном; 2) изохорном. Изобразить эти зависимости на графиках.

10.70. Определить зависимость динамической вязкости η от давления p при следующих процессах: 1) изотермическом; 2) изохорном. Изобразить эти зависимости на графиках.

10.71. Цилиндр радиусом $R_1 = 10$ см и длиной $l = 30$ см расположен внутри цилиндра радиусом, $R_2 = 10{,}5$ см так, что оси обоих цилиндров совпадают. Малый цилиндр неподвижен, большой вращается относительно геометрической оси с частотой $n = 15$ с$^{-1}$. Динамическая вязкость η газа, в котором находятся цилиндры, равна 8,5 мкПа·с. Определить: 1) касательную силу f_τ, действующую на поверхность внутреннего цилиндра площадью $S = l$ м^2; 2) вращающий момент M, действующий на этот цилиндр.

10.72. Два горизонтальных диска радиусами $R = 20$ см расположены друг над другом так, что оси их совпадают. Расстояние d между плоскостями дисков равно 0,5 см. Верхний диск неподвижен, нижний вращается относительно геометрической оси с частотой $n = 10$ с$^{-1}$. Найти вращающий момент M, действующий на верхний диск. Динамическая вязкость η воздуха, в котором находятся диски, равна 17,2 мкПа·с.

10.73. В ультраразреженном азоте, находящемся под давлением $p = 1$ мПа и при температуре $T = 300$°K, движутся друг относительно друга две параллельные пластины со скоростью $u = 1$ м/с. Расстояние между пластинами не изменяется и много меньше средней длины свободного пробега молекул. Определить силу F внутреннего трения, действующую на поверхность пластин площадью $S = 1$ м^2.

10.74. Вычислить теплопроводность λ гелия при нормальных условиях.

10.75. В приближенной теории явлений переноса получается соотношение $\lambda/\eta = c_v$. Более строгая теория приводит к значению $\lambda/\eta = Kc_v$, где K – безразмерный коэффициент, равный $(9\gamma - 5) / 4$ (γ – показатель адиабаты). Найти значения K, вычисленные по при-пробега молекул кислорода при температуре $T = 250°K$ и давлении $p = 100$ Па.

10.56. Найти зависимость средней длины свободного пробега $\langle l \rangle$ молекул идеального газа от давления p при следующих процессах: 1) изохорном; 2) изотермическом. Изобразить эти зависимости на графиках.

10.57. Найти зависимость средней длины свободного пробега $\langle l \rangle$ молекул идеального газа от T температуры при следующих процессах: 1) изохорном; 2) изобарном. Изобразить эта зависимости на графиках.

10.58. Найти зависимость среднего числа столкновений $\langle z \rangle$ молекулы идеального газа в 1 с от давления p при следующих, процессах: 1) изохорном; 2) изотермическом. Изобразить эти зависимости на графиках.

10.59. Найти зависимость среднего числа столкновений молекулы идеального газа в 1 с от температуры T при следующих процессах: 1) изохорном; 2) изобарном. Изобразить эти зависимости на графиках.

Явления переноса: диффузия, вязкость, теплопроводность

10.60. Средняя длина свободного пробега $\langle l \rangle$ атомов гелия при нормальных условиях равна 180 нм. Определить диффузию D гелия.

10.61. Диффузия D кислорода при температуре $t = 0°C$ равна 0,19 см^2/с. Определить среднюю длину свободного пробега $\langle l \rangle$ молекул кислорода.

10.62. Вычислить диффузию D азота: 1) при нормальных условиях; 2) при давлении $p = 100$ Па и температуре $T = 300°K$.

10.63. Определить, во сколько раз отличается диффузия D_1 газообразного водорода от диффузии D_2 газообразного кислорода, если оба газа находятся при одинаковых условиях.

10.64. Определить зависимость диффузии D от температуры T при следующих процессах: 1) изобарном; 2) изохорном.

10.65. Определить зависимость диффузии D от давления p при следующих процессах: 1) изотермическом; 2) изохорном.

10.66. Вычислить динамическую вязкость η кислорода при нормальных условиях.

10.67. Найти среднюю длину свободного пробега $\langle l \rangle$ молекул,

плотности ρ на объем V, получим

$$N = (\rho V/M)\, n_a. \qquad (1)$$

Все величины, кроме молярной массы воды, входящие в (1), известны: $\rho = l\cdot 10^3$ кг/м (см. табл. 9), $V = 1$ мм$^3 = 1\cdot 10^{-9}$, $n_a = 6{,}02\cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ (см. табл. 24).

Зная химическую формулу воды (H_2O), найдем молярную массу воды (см. пример 1):

$$M = M_r k = (2 \cdot 1 + 1 \cdot 16)10^{-3} \text{ кг/моль} = 18\cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}.$$

Подставим значения величин в (1) и произведем вычисления:

$$N = [1 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^{-9} / (18 \cdot 10^{-3})] \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23} \text{ молекул} = 3{,}34 \cdot 10^{19} \text{ молекул}.$$

2. Массу одной молекулы воды найдем делением ее молярной массы на постоянную Авогадро: $m_1 = M / n_a$. Произведя вычисления по этой формуле, получим

$$m_1 = \frac{18\cdot 10^{-3}}{6{,}02\cdot 10^{23}} = 2{,}99\cdot 10^{-26} \text{ кг}.$$

3. Будем считать, что молекулы плотно прилегают друг к другу, тогда на каждую молекулу диаметром d приходится объем (кубическая ячейка) $V_1 = d^3$. Отсюда

$$d = \sqrt[3]{V_1}\,. \qquad (1)$$

Объем V_1 найдем, разделив молярный объем V_m вещества на число молекул в моле, т.е. на постоянную Авогадро n_a:

$$V_1 = V_m/n_a.$$

Молярный объем равен отношению молярной массы к плотности вещества, т.е. $V_m = M/\rho$. Поэтому можем записать, что $V_1 = M/(\rho n_a)$. Подставив полученное выражение V_1 в формулу (1), получим

$$d = \sqrt[3]{\frac{M}{\rho N_A}}\,. \qquad (2)$$

Проверим, дает ли правая часть выражения (2) единицу длины:

$$[d] = \left\{\frac{[M]}{[\rho]\cdot[N_A]}\right\}^{1/3} = \left\{\frac{\text{кг/моль}}{(\text{кг/м}^3)\cdot(1/\text{моль})}\right\}^{1/3} = \text{м}$$

Теперь подставим значения величин в формулу (2) и произведем вычисления:

$$d = 3{,}11\cdot 10^{-10} \text{ м}.$$

Пример 4. В баллоне объемом $V = 10$ л находится гелий под давлением $P_1 = l$ МПа при температуре $T_1 = 300°$K. После того как из баллона был израсходован гелий массой $m = 10$ г, температура в баллоне понизилась до $T_2 = 290°$K. Определить давление P_2 гелия, оставшегося в баллоне.

Решение. Для решения задачи воспользуемся уравнением Клапейрона-Менделеева, применив его дважды к начальному и конечному состояниям газа. Для начального и конечного состояния уравнение имеет вид

$$p_1V(m_1/M)RT_1, \qquad (1)$$

$$p_2V(m_2/M)RT_2, \qquad (2)$$

где m_1 и m_2 – массы гелия в начальном и конечном состояниях.

Выразим массы m_1 и m_2 гелия из уравнений (1) и (2):

$$m_1 = Mp_1V/(RT_1); \qquad (3)$$

$$m_2 = Mp_2V/(RT_2); \qquad (4)$$

Вычитая из (3) равенство (4), получим

$$m = m_1 - m_2 = \frac{MP_2V}{RT_1} - \frac{MP_2V}{RT_2}.$$

Отсюда найдем искомое давление:

$$P_2 = \frac{RT_2}{MV}\left(\frac{MP_1V}{RT_1} - m\right) = \frac{T_2}{T_1}P_1 - \frac{m}{M}\frac{RT_2}{V}.$$

Проверим, дает ли правая часть формулы (5) единицу давления. Для этого выразим все величины, входящие в нее, в соответствующих единицах. Единица, в которой выражается первое слагаемое, не вызывает сомнений, так как отношение T_2/T_1 – величина безразмерная. Проверим, в каких единицах выражается второе слагаемое:

$$\frac{[\text{m}]}{[M]}\frac{[\text{R}]\cdot[T_2]}{[\text{V}]} = \frac{\text{кг}}{\text{кг}/\textit{моль}}\frac{[\text{Дж}/(\text{К}\cdot\text{моль})]\cdot\text{К}}{\text{м}^3} = \frac{\text{кг}\cdot\text{Дж}\cdot\text{К}\cdot\text{моль}}{\text{кг}\cdot\text{м}^3\cdot\text{К}\cdot\text{моль}} =$$

$$= \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3} = \frac{\text{Н}\cdot\text{м}}{\text{м}^2\cdot\text{м}} = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = \text{Па}$$

Убедившись в том, что правая часть полученной расчетной формулы дает единицу искомой величины – давления, можем подставить в (5) значения всех величин и произвести вычисления.

В формуле (5) все величины, кроме молярной массы M гелия,

до значения, равного 0.01 ε_B (ε_B – наиболее вероятное значение кинетической энергии молекул).

10.44. Найти выражение для кинетической энергии молекул идеального газа, импульсы которых имеют наиболее вероятную Значение p_B.

10.45. Во сколько раз изменится значение максимума функции $f(\varepsilon)$ распределения молекул идеального газа по энергиям, если температура T газа увеличится в два раза? Решение пояснить графиком.

10.46. Определить, во сколько раз средняя кинетическая энергия $\langle\varepsilon_П\rangle$ поступательного движения молекул идеального газа отличается от наиболее вероятного значения $\varepsilon_П$ кинетической энергии поступательного движения при той же температуре.

Длина свободного пробега и число столкновений молекул

10.47. Найти среднюю длину свободного пробега $\langle l\rangle$ молекул водорода при давлении $p = 0{,}1$ Па и температуре $T = 100°$K.

10.48. При каком давлении p средняя длина свободного пробега $\langle l\rangle$ молекул азота равна 1 м, если температура T газа равна 300°K?

10.49. Баллон вместимостью $V = 10$ л содержит водород массой $m = 1$ г. Определить среднюю длину свободного пробега $\langle l\rangle$ молекул.

10.50. Можно ли считать вакуум с давлением $p = 100$ мкПа высоким, если он создан в колбе диаметром $d = 20$ см, содержащей азот при температуре $T = 280°$K?

10.51. Определить плотность ρ разреженного водорода, если средняя длина свободного пробега $\langle l\rangle$ молекул равна 1 см.

10.52. Найти среднее число $\langle z\rangle$ столкновений, испытываемых в течение $t = 1$ с молекулой кислорода при нормальных условиях.

10.53. Найти число N всех соударений, которые происходят в течение $t = 1$ с между всеми молекулами водорода, занимающего при нормальных условиях объем $V = 1$ мм^3.

10.54. В газоразрядной трубке находится неон при температуре $T = 300°$K и давлении $p = 1$ Па. Найти число N атомов неона, ударяющихся за время $\Delta t = 1$ с о катод, имеющий форму диска площадью $S = 1$ см^2.

10.55. Найти среднюю продолжительность $\langle\tau\rangle$ свободного поступательного движения молекул. Функцию распределения молекул по энергиям считать известной.

10.33. Преобразовать формулу распределения молекул по энергиям в формулу, выражающую распределение молекул по относительным энергиям $\omega(\omega = \varepsilon_П/\langle\varepsilon_П\rangle)$, где $\varepsilon_П$ – кинетическая энергия; $\langle\varepsilon_П\rangle$ – средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул.

10.34. Определить долю ω молекул идеального газа, энергии которых отличаются от средней энергии $\langle\varepsilon_П\rangle$ поступательного движения молекул при той же температуре не более чем на 1%.

10.35. Вывести формулу, определяющую долю ω молекул, энергия ε которых много меньше kT. Функцию распределения молекул по энергиям считать известной.

10.36. Определить долю ω молекул, энергия которых заключена в пределах от $\varepsilon_1 = 0$ до $\varepsilon_2 = 0{,}011kT$.

10.37. Число молекул, энергия которых заключена в пределах от нуля до некоторого значения ε, составляет 0,1% от общего числа молекул. Определить величину ε в долях kT.

10.38. Считая функцию распределения молекул по энергиям известной, вывести формулу, определяющую долю ω молекул, энергия ε которых много больше энергии теплового движения молекул.

10.39. Число молекул, энергия которых выше некоторого значения ε_1, составляет 0,1 от общего числа молекул. Определить величину ε_1 в долях kT, считая, что $\varepsilon_1 >> kT$.

Получающееся трансцендентное уравнение решить графически.

10.40. Используя функцию распределения молекул по энергиям, определить наиболее вероятное значение энергии ε_B.

10.41. Преобразовать функцию $f(\varepsilon)d\varepsilon$ распределения молекул по кинетическим энергиям в функцию $f(\theta)d\theta$ распределения молекул по относительным кинетическим энергиям (где $\theta = \varepsilon/\varepsilon_B$; ε_B – наиболее вероятное значение кинетической энергии молекул).

10.42. Найти относительное число ω молекул идеального газа, кинетические энергии которых отличаются от наиболее вероятного значения $\varepsilon_в$ энергии не более чем на 1%.

10.43. Определить относительное число ω молекул идеального газа, кинетические энергии которых заключены в пределах от нуля

известны. Найдем ее (см. пример 1). Для гелия как одноатомного газа относительная молекулярная масса равна его относительной атомной массе A_r.

Из таблицы Д.И. Менделеева найдем $A_r = 4$. Следовательно, молярная масса гелия $M = A_r \cdot 10^{-3}$ кг/моль = 4 – 10^{-3} кг/моль. Подставив значения величин в (5), получим

$$P_2 = \frac{290}{300}\cdot 10^6 - \frac{10\cdot 10^{-3}}{4\cdot 10^{-3}}\cdot\frac{8{,}31\cdot 290}{10\cdot 10^{-3}} = 3{,}64\cdot 10^5 \text{ Па} = 364 \text{ кПа}.$$

2.1.2. Задачи для самостоятельного решения

Молекулярное строение вещества

8.1. Определить относительную молекулярную массу M_r: 1) воды; 2) углекислого газа CO_2; 3) поваренной соли $NaCl$.

8.2. Найти молярную массу M серной кислоты H_2SO_4.

8.3. Определить массу m_1 молекулы: 1) углекислого газа; 2) поваренной соли.

8.4. В сосуде вместимостью $V = 2$ л находится кислород, количество вещества ν которого равно 0,2 моль. Определить плотность ρ газа.

8.5. Определить количество вещества ν и число N молекул азота массой $m = 0{,}2$ кг.

8.6. В баллоне вместимостью $V = 3$ л находится кислород массой $m = 4$ г. Определить количество вещества ν и число N молекул газа.

8.7. Кислород при нормальных условиях заполняет сосуд вместимостью $V = 11{,}2$ л. Определить количество вещества ν газа и его массу m.

8.8. Определить количество вещества ν водорода, заполняющего сосуд вместимостью $V = 3$ л, если плотность газа $\rho = 6{,}65\cdot 10^{-3}$ кг/моль.

8.9. Колба вместимостью $V = 0{,}5$ л содержит газ при нормальных условиях. Определить число N молекул газа, находящихся в колбе.

8.10. Сколько атомов содержится в газах массой 1 г каждый:

1) гелии, 2) углероде, 3) фторе, 4) полонии?

8.11. В сосуде вместимостью $V = 5$ л находится однородный газ количеством вещества $\nu = 0{,}2$ моль. Определить, какой это газ, если его плотность ρ = 1,12 кг/м^3.

8.12. Одна треть молекул азота массой m = 10 г распалась на атомы. Определить полное число N частиц, находящихся в газе.

8.13. Рассматривая молекулы жидкости как шарики, соприкасающиеся друг с другом, оценить порядок размера диаметра молекулы сероуглерода CS_2. При тех же предположениях оценить порядок размера диаметра атомов ртути. Плотности жидкостей считать известными.

8.14. Определить среднее расстояние $\langle l \rangle$ между центрами молекул водяных паров при нормальных условиях и сравнить его с диаметром d самих молекул (d = 0,311 нм).

8.15. В сосуде вместимостью V = 1,12 л находится азот при нормальных условиях. Часть молекул газа при нагревании до некоторой температуры оказалась диссоциированной на атомы. Степень диссоциации α = 0,3. Определить количество вещества: 1) ν – азота до нагревания; 2) $\nu_{МОЛ}$ – молекулярного азота после нагревания; 3) $\nu_{АТ}$ – атомарного азота после нагревания: 4) $\nu_{ПОЛ}$ – всего азота после нагревания.

Примечание. Степенью диссоциации называют отношение числа молекул, распавшихся на атомы, к общему числу молекул газа. Степень диссоциации показывает, какая часть молекул распалась на атомы.

Уравнение газового состояния

8.16. В цилиндр длиной l = 1,6 м, заполненный воздухом при нормальном атмосферном давлении p_0, начали медленно вдвигать поршень площадью S = 200 см^2. Определить силу F, которая будет действовать на поршень, если его остановить на расстоянии l_1 = 10 см от дна цилиндра.

8.17. Колба вместимостью V = 300 см^2, закрытая пробкой с краном, содержит разреженный воздух. Для измерения давления в колбе горлышко колбы погрузили в воду на незначительную глубину и открыли кран, в результате чего в колбу вошла вода массой m = 292 г. Определить первоначальное давление p в колбе, если атмосферное давление p_0 = 100 кПа.

8.18. В U-образный манометр налита ртуть. Открытое колено манометра соединено с окружающим пространством при нормальном атмосферном давлении ρ_0, и ртуть в открытом колене стоит

ределить среднюю арифметическую скорость $\langle v \rangle$ молекул.

10.22. По функции распределения молекул по скоростям определить среднюю квадратичную скорость $\langle v_{КВ} \rangle$

10.23. Определить, какая из двух средних величин, $\langle 1/v \rangle$ или $1/\langle v \rangle$, больше, и найти их отношение k.

10.24. Распределение молекул по скоростям в молекулярных пучках при эффузионном истечении отличается от максвелловского и имеет вид $f(v)dv = Cv^3 e^{\frac{-mv^2}{2kT}} v^3 dv$. Определить из условия нормировки коэффициент C.

Эффузионным называется истечение газов через отверстия, малые по сравнению с длиной свободного пробега молекулы.

10.25. Зная функцию распределения молекул по скоростям в некотором молекулярном пучке $f(\vartheta) = \frac{\mathrm{m}^2}{2\mathrm{k}^2T^2}\mathrm{e}^{\frac{-mv^2}{2kT}} v^3$, найти выражения для: 1) наиболее вероятной скорости v_B; 2) средней арифметической скорости $\langle v \rangle$.

10.26. Водород находится при нормальных условиях и занимает объем V = 1 см^3. Определить число N молекул в этом объеме, обладающих скоростями, меньшими некоторого значения $v_{\max}$ = 1 м/с.

10.27. Вывести формулу наиболее вероятного импульса p_B молекул идеального газа.

10.28. Найти число N молекул идеального газа, которые имеют импульс, значение которого точно равно наиболее вероятному значению p_B.

10.29. Вывести формулу, определяющую среднее значение компонента импульса $\langle p \rangle$ молекул идеального газа.

10.30. На сколько процентов изменится наиболее вероятное значение p_B импульса молекул идеального газа при изменении температуры на один процент?

10.31. Найти выражение для импульса молекул идеального газа, энергии которых равны наиболее вероятному значению энергии.

Распределение молекул по кинетическим энергиям

10.32. Найти выражение средней кинетической энергии $\langle \varepsilon_B \rangle$

ратуре $T = 300°K$ находится в газообразном состоянии вещество с относительной молекулярной массой $M_r = 10^8$. Определить отношение n_a/n_0 концентраций молекул у стенок ротора и в центре его, если ротор вращается с частотой $n = 30\ с^{-1}$.

10.12. Ротор центрифуги, заполненный радоном, вращается с частотой $n = 50\ с^{-1}$. Радиус ротора $a = 0{,}5$ м. Определить давление p газа на стенки ротора, если в его центре давление p_0 равно нормальному атмосферному. Температуру T по всему объему считать одинаковой и равной 300°K.

10.13. В центрифуге находится некоторый газ при температуре $T = 271°K$. Ротор центрифуги радиусом $a = 0{,}4$ м вращается с угловой скоростью $\omega = 500$ рад/с. Определить относительную молекулярную массу M_r газа, если давление p у стенки ротора в 2,1 раза больше давления p_0 в его центре.

10.14. Ротор ультрацентрифуги радиусом $a = 0{,}2$ м заполнен атомарным хлором при температуре $T = 3000°K$. Хлор состоит из двух изотопов: ^{37}Cl и ^{35}Cl. Доля ω_1 атомов изотопа ^{37}Cl составляет 0,25. Определить доли ω'_1 и ω'_2 атомов того и другого изотопов вблизи стенок ротора, если ротору сообщить угловую скорость вращения ω, равную 10^4 рад/с.

Распределение молекул по скоростям и импульсам

10.15. Зная функцию распределения молекул по скоростям, вывести формулу наиболее вероятной скорости v_B.

10.16. Используя функцию распределения молекул по скоростям, получить функцию, выражающую распределение молекул по относительным скоростям $u (u = v/v_B)$.

10.17. Какова вероятность W того, что данная молекула идеального газа имеет скорость, отличную от $\frac{1}{2}v_B$ не более чем на 1%?

10.18. Найти вероятность W того, что данная молекула идеального газа имеет скорость, отличную от $2v_B$ не более чем на 1%.

10.19. Зная функцию распределения молекул по скоростям, вывести формулу, определяющую долю ω молекул, скорости v которых много меньше наиболее вероятной скорости v_B.

10.20. Определить относительное число ω молекул идеального газа, скорости которых заключены в пределах от нуля до одной сотой наиболее вероятной скорости v_B.

10.21. Зная функцию распределения молекул по скоростям, оп-

выше, чем в закрытом, на $\Delta h = 10$ см. При этом свободная от ртути часть трубки закрытого колена имеет длину $l = 20$ см. Когда открытое колено присоединили к баллону с воздухом, разность уровней ртути увеличилась и достигла значения $\Delta h_1 = 26$ см. Найти давление ρ воздуха в баллоне.

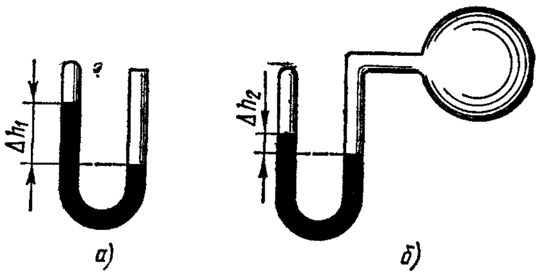

Рис. 2.1

8.19. Манометр в виде стеклянной U-образной трубки с внутренним диаметром $d = 5$ мм (рис. 2.1, *а*) наполнен ртутью так, что оставшийся в закрытом колене трубки воздух занимает при нормальном атмосферном давлении объем $V_1 = 10\ мм^3$.

При этом разность уровней Δh_1 ртути в обоих коленах трубки равна 10 см. При соединении открытого конца трубки с большим сосудом (рис. 2.1, *б*) разность Δh_2 уровней ртути уменьшилась до 1 см. Определить давление ρ в сосуде.

8.20. В баллоне содержится газ при температуре $t_1 = 100°C$. До какой температуры t_2 нужно нагреть газ, чтобы его давление увеличилось в два раза?

8.21. При нагревании идеального газа на $\Delta T = 1$ K при постоянном давлении объем его увеличился на 1/350 первоначального объема. Найти начальную температуру T газа.

8.22. Полый шар вместимостью $V = 10\ см^3$, заполненный воздухом при температуре $T_1 = 573°K$, соединили трубкой с чашкой, заполненной ртутью. Определить массу m ртути, вошедшей в шар при остывании воздуха в нем до температуры $T_2 = 293°K$. Изменением вместимости шара пренебречь.

8.23. Оболочка воздушного шара вместимостью $V = 800\ м^3$ целиком заполнена водородом при температуре $T_1 = 273°K$. На сколько изменится подъемная сила шара при повышении температуры до $T_2 = 293°K$? Считать вместимость V оболочки неизменной и внешнее давление нормальным. В нижней части оболочки имеется отверстие, через которое водород может выходить в окружающее пространство.

8.24. В оболочке сферического аэростата находится газ объемом $V = 1500$ м^3, заполняющий оболочку лишь частично. На сколько изменится подъемная сила аэростата, если газ в аэростате нагреть от $T_0 = 273$°K до $T = 293$°K? Давления газа в оболочке и окружающего воздуха постоянны и равны нормальному атмосферному давлению.

8.25. Газовый термометр состоит из шара с припаянной к нему горизонтальной стеклянной трубкой. Капелька ртути, помещенная в трубку, отделяет объем шара от внешнего пространства (рис. 2.2). Площадь S поперечного сечения трубки равна 0,1 см^2. При температуре $T_1 = 273$°K капелька находилась на расстоянии $l_1 = 30$ см от поверхности шара, при температуре $T_2 = 278$°K – на расстоянии $l_2 = 50$ см. Найти вместимость V шара.

8.26. В большой сосуд с водой был опрокинут цилиндрический сосуд (рис. 2.3). Уровни воды внутри и вне цилиндрического сосуда находятся на одинаковой высоте. Расстояние l от уровня воды до дна опрокинутого сосуда равно 40 см. На какую высоту Δh поднимется вода в цилиндрическом сосуде при понижении температуры от $T_1 = 310$°K до $T_2 = 273$°K? Атмосферное давление нормальное.

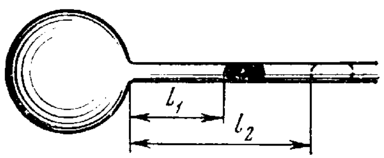

Рис. 2.2

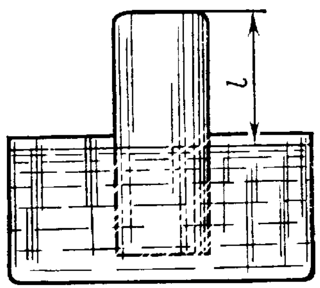

Рис. 2.3

8.27. Баллон вместимостью $V = 12$ л содержит углекислый газ. Давление p газа равно 1 МПа, температура $T = 300$°K. Определить массу m газа в баллоне.

8.28. Какой объем V занимает идеальный газ, содержащий количество вещества $v = l$ кмоль при давлении $p = 1$ МПа и температуре $T = 400$°K?

8.29. Котел вместимостью $V = 2$ м^3 содержит перегретый водяной пар массой $m = 10$ кг при температуре $T = 500$°K. Определить

ковой и равной 290°K.

10.3. Масса m каждой из пылинок, взвешенных в воздухе, равна 1 аг. Отношение концентрации n_1 пылинок на высоте $h_1 = 1$ м к концентрации n_0 их на высоте $h_0 = 0$ равно 0,787. Температура воздуха Т = 300°K. Найти по этим данным значение постоянной Авогадро N_A.

10.4. Определить силу F, действующую на частицу, находящуюся во внешнем однородном поле силы тяжести, если отношение n_1/n_2 концентраций частиц на двух уровнях, отстоящих друг от друга на $\Delta z = 1$ м, равно e. Температуру T считать везде одинаковой и равной 300°K.

10.5. На сколько уменьшится атмосферное давление $p = 100$ кПа при подъеме наблюдателя над поверхностью Земли на высоту $h = 100$ м? Считать, что температура T воздуха равна 290°K и не изменяется с высотой.

10.6. На какой высоте h над поверхностью Земли атмосферное давление вдвое меньше, чем на ее поверхности? Считать, что температура T воздуха равна 290°K и не изменяется с высотой.

10.7. Барометр в кабине летящего вертолета показывает давление $p = 90$ кПа. На какой высоте h летит вертолет, если на взлетной площадке барометр показывал давление $p_0 = 100$ Па? Считать, что температура T воздуха равна 290°K и не изменяется с высотой.

10.8. Найти изменение высоты Δh, соответствующее изменению давления на $\Delta p = 100$ Па, в двух случаях: 1) вблизи поверхности Земли, где температура $T_1 = 290$°K, давление $p_1 = 100$ кПа; 2) на некоторой высоте, где температура $T_2 = 220$°K, давление $p_2 = 25$ кПа.

10.9. Барометр в кабине летящего самолета все время показывает одинаковое давление $p = 80$ кПа, благодаря чему летчик считает высоту h полета неизменной. Однако температура воздуха изменилась на $\Delta T = 1$°K. Какую ошибку Δh в определении высоты допустил летчик? Считать, что температура не зависит от высоты и что у поверхности Земли давление $p_0 = 100$ кПа.

10.10. Ротор центрифуги вращается с угловой скоростью ω. Используя функцию распределения Больцмана, установить распределение концентрации n. частиц массой m, находящихся в роторе центрифуги, как функцию расстояния r от оси вращения.

10.11. В центрифуге с ротором радиусом $a = 0,5$ м, при темпе-

$$p = p_0 e^{\frac{-Mgh_2}{RT_2}}.$$

Найдем отношение p_0/p и обе части полученного равенства прологарифмируем:

$$\ln \frac{p_0}{p} = \frac{Mgh_1}{RT_1};$$

$$\ln \frac{p_0}{p} = \frac{Mgh_2}{RT_2}.$$

Из полученных соотношений выразим высоты h_1 и h_2 и найдем их разность:

$$\Delta h = h_2 - h_1 = \frac{R \ln \frac{p_0}{p}}{Mg}(T_2 - T_1). \tag{1}$$

Проверим, дает ли правая часть равенства (1) единицу длины:

$$\frac{[\mathrm{R}][T]}{[M][\mathrm{g}]} = \frac{[1\,\text{Дж}/(\text{моль}\cdot\text{К})]\cdot\text{К}}{(1\,\text{кг}/\text{моль})\cdot(\text{м}/\text{с}^2)} = \frac{1\,\text{Дж}}{1\,\text{Н}} 1\,\text{м}.$$

Подставим в (1) значения величин (давления в отношении p_0/p можно выразить в килопаскалях, это не повлияет на окончательный результат):

$$\Delta h = \frac{8{,}31 \cdot \ln\left(\frac{101}{79}\right)}{29 \cdot 10^{-3} \cdot 9{,}8}(1 - 5) = -28{,}5 \text{ м}.$$

Знак «–» означает, что $h_2<h_1$ и, следовательно, самолет снизился на 28,5 м по сравнению с предполагаемой высотой.

2.2.2. Задачи для самостоятельного решения

Распределение Больцмана

10.1. Пылинки, взвешенные в воздухе, имеют массу $m = 10^{-18}$ г. Во сколько раз уменьшится их концентрация n при увеличении высоты на $\Delta h = 10$ м? Температура воздуха Т = 300°K.

10.2. Одинаковые частицы массой $m = 10^{-12}$ г каждая распределены в однородном гравитационном поле напряженностью G = 0,2 мкН/кг. Определить отношение n_1/n_2 концентраций частиц, находящихся на эквипотенциальных уровнях, отстоящих друг от друга на $\Delta z = 10$ м. Температура T во всех слоях считается одина-

давление p пара в котле.

8.30. Баллон вместимостью $V = 20$ л содержит углекислый газ массой $m = 500$ г под давлением $p = 1{,}3$ МПа. Определить температуру T газа.

8.31. Газ при температуре $T = 309$°K и давлении $p = 0{,}7$ МПа имеет плотность $\rho = 12$ кг/м^3. Определить относительную молекулярную массу M_r газа.

8.32. Определить плотность ρ насыщенного водяного пара в воздухе при температуре $T = 300$°K. Давление p насыщенного водяного пара при этой температуре равно 3,55 кПа.

8.33. Оболочка воздушного шара имеет вместимость $V = 1600$ м^3. Найти подъемную силу F водорода, наполняющего оболочку, на высоте, где давление $p = 60$ кПа и температура $T = 280$°K. При подъеме шара водород может выходить через отверстие в нижней части шара.

8.34. В баллоне вместимостью $V = 25$ л находится водород при температуре $T = 290$°K. После того как часть водорода израсходовали, давление в баллоне понизилось на $\Delta p = 0{,}4$ МПа. Определить массу m израсходованного водорода.

8.35. Оболочка аэростата вместимостью $V = 1600$ м^3, находящегося на поверхности Земли, на $k = 7/8$ наполнена водородом при давлении $p_1 = 100$ кПа и температуре $T = 290$°K. Аэростат подняли на некоторую высоту, где давление $p_2 = 80$ кПа и температура $T_2 = 280$°K. Определить массу Δm водорода, вышедшего из оболочки при его подъеме.

Смеси газов

8.36. Какой объем V занимает смесь газов – азота массой $m_1 = 1$ кг и гелия массой $m_2 = 1$ кг при нормальных условиях?

8.37. В баллонах вместимостью $V_1 = 20$ л и $V_2 = 44$ л содержится газ. Давление в первом баллоне $p_1 = 2{,}4$ МПа, во втором – $p_2 = 1{,}6$ МПа. Определить общее давление p и парциальные p'_1 и p'_2 после соединения баллонов, если температура газа осталась прежней.

8.38. В сосуде вместимостью $V = 0{,}01$ м^3 содержится смесь газов – азота массой $m_1 = 7$ г и водорода массой $m_2 = 1$ г при температуре Т = 280°K. Определить давление p смеси газов.

8.39. Найти плотность ρ газовой смеси водорода и кислорода, если их массовые доли ω_1 и ω_2 равны соответственно 1/9 и 8/9. Давление p смеси равно 100 кПа, температура $T = 300°K$.

8.40. Газовая смесь, состоящая из кислорода и азота, находится в баллоне под давлением $p = 1$ МПа. Определить парциальные давления p_1 кислорода и p_2 азота, если массовая доля ω_1 кислорода в смеси равна 0,2.

8.41. Сухой воздух состоит в основном из кислорода и азота. Если пренебречь остальными составными частями воздуха, то можно считать, что массовые доли кислорода и азота соответственно $\omega_1 = 0{,}232$, $\omega_2 = 0{,}768$. Определить относительную молекулярную массу M_r воздуха.

8.42. Баллон вместимостью $V = 30$ л содержит смесь водорода и гелия при температуре $T = 300°K$ и давлении $p = 828$ кПа. Масса m смеси равна 24 г. Определить массу m_1 водорода и массу m_2 гелия.

8.43. В сосуде вместимостью $V = 15$ л находится смесь азота и водорода при температуре $t = 23°C$ и давлении $p = 200$ кПа. Определить массы смеси и ее компонентов, если массовая доля ω_1 азота в смеси равна 0,7.

8.44. Баллон вместимостью $V = 5$ л содержит смесь гелия и водорода при давлении $p = 600$ кПа. Масса m смеси равна 4 г, массовая доля ω_1 гелия равна 0,6. Определить температуру T смеси.

8.45. В сосуде находится смесь кислорода и водорода. Масса m смеси равна 3,6 г. Массовая доля ω_1 кислорода составляет 0,6. Определить количество вещества ν смеси, ν_1 и ν_2 каждого газа в отдельности.

2.2. Молекулярно-кинетическая теория газов

Основные формулы

• Концентрация частиц (молекул, атомов и т.п.) однородной системы

$$n = \frac{N}{V},$$

где V – объем системы.

• Основное уравнение кинетической теории газов

учетом этого запишем

$$L = mR^2 \cdot 2\pi n_2 = 2\pi mR^2 n_2$$

Градиент скорости $\frac{dv}{dz} = \frac{v}{z} = \frac{v}{d}$. Площадь цилиндра равна $S = 2\pi Rl$.

Подставив в (4) выражения L, $\frac{dv}{dz}$, S, получим

$$\Delta t = \frac{mdn_2}{\eta vl}.$$

Заменив здесь v по (1), найдем

$$\Delta t = \frac{mdn_2}{2\pi\eta Rl \cdot n_1} \qquad (5)$$

Динамическая вязкость воздуха $\eta = 17{,}2$ мкПа·с $= 1{,}72 \cdot 10^{-5}$ Па·с.

Подставив в (5) значения входящих в нее величин и, произведя вычисления, получим

$$\Delta t = \frac{100 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 1}{2 \cdot \pi \cdot 1{,}72 \cdot 10^{-5} \cdot 5 \cdot 10^{-2} \cdot 10 \cdot 10^{-2} \cdot 20} = 18{,}5 \text{ с}.$$

Пример 6. Барометр в кабине летящего самолета все время показывает одинаковое давление $p = 79$ кПа, благодаря чему летчик считает высоту h полета неизменной. Однако температура воздуха за бортом самолета изменилась с $t = 5°C$ до $t = 1°C$. Какую ошибку Δh в определении высоты допустил летчик? Давление p_0 у поверхности Земли считать нормальным.

Решение. Для решения задачи воспользуемся барометрической формулой

$$p = p_0 e^{-Mgh/(RT)}.$$

Барометр может показывать неизменное давление p при различных температурах T_1 и T_2 за бортом только в том случае, если самолет находится не на высоте h (которую летчик считает неизменной), а на некоторой другой высоте h_2.

Запишем барометрическую формулу для этих двух случаев:

$$p = p_0 e^{\frac{-Mgh_1}{RT_1}};$$

R большого цилиндра равен 5 см. Между цилиндрами имеется зазор размером $d = 2$ мм. Оба цилиндра находятся в воздухе при нормальных условиях. Внутренний цилиндр приводят во вращение с постоянной частотой $n_1 = 20$ с$^{-1}$. Внешний цилиндр заторможен. Определить, через какой промежуток времени с момента освобождения внешнего цилиндра он приобретет частоту вращения $n_2 = 1$ с$^{-1}$. При расчетах изменением относительной скорости цилиндров пренебречь. Масса m внешнего цилиндра равна 100 г.

Решение. При вращении внутреннего цилиндра слой воздуха увлекается им и начинает участвовать во вращательном движении. Вблизи поверхности этого цилиндра слой воздуха приобретает со временем практически такую же линейную скорость, как и скорость точек на поверхности цилиндра, т.е. $v = 2\pi n_1(R - d)$. Так как $d \ll R$, то приближенно можно считать

$$v \approx 2\pi n_1 R \qquad (1)$$

Вследствие внутреннего трения момент импульса передается соседним слоям газа и в конечном счете внешнему цилиндру. За интервал времени Δt внешний цилиндр приобретает момент импульса $L = pR$, где p – импульс, полученный за Δt внешним цилиндром. Отсюда

$$p = L / R. \qquad (2)$$

С другой стороны,

$$p = \eta \frac{dv}{dz} S \Delta t, \qquad (3)$$

где η – динамическая вязкость;

$\frac{dv}{dz}$ – градиент скорости;

S – площадь поверхности цилиндра ($S = 2\pi Rl$).

Приравняв правые части выражений (2) и (3) и выразив из полученного равенства искомый интервал Δt, получим

$$\Delta t = \frac{L}{\eta R \frac{dv}{dz} S}.$$

Найдем входящие в эту формулу величины L, $\frac{dv}{dz}$ и S. Момент импульса $L = J\omega_2$, где J – момент инерции цилиндра ($J = mR^2$); m – его масса; ω_2 – угловая скорость внешнего цилиндра ($\omega_2 = 2\pi n_2$). С

$$p = \frac{2}{3} n < \varepsilon_П >,$$

где p – давление газа;

$<\varepsilon_П>$ – средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы. Здесь и далее кинетическая энергия молекул и других частиц обозначается ε.

• Средняя кинетическая энергия:

– приходящаяся на одну степень свободы молекулы

$$< \varepsilon_1 > = \frac{1}{2} kT;$$

– приходящаяся на все степени свободы молекулы (полная энергия молекулы)

$$\varepsilon = \frac{i}{2} kT;$$

– поступательного движения молекулы

$$\varepsilon_П = \frac{3}{2} kT,$$

где k – постоянная Больцмана;

T – термодинамическая температура;

i – число степеней свободы молекулы;

– вращательного движения молекулы

$$\varepsilon_{ВР} = \frac{i-3}{2} kT.$$

• Зависимость давления газа от концентрации молекул и температуры

$$p = nkT.$$

• Скорость молекул:

– средняя квадратичная

$$< v_{КВ} > = \sqrt{\frac{3kT}{m_1}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}};$$

– средняя арифметическая

$$< v > = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_1}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}};$$

– наиболее вероятная

$$v_B = \sqrt{\frac{2kT}{m_1}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}},$$

где m_1 – масса одной молекулы.

2.2.1. Примеры решения задач

Пример 1. В баллоне вместимостью $V = 6{,}9$ л находится азот массой $m = 2{,}3$ г. При нагревании часть молекул диссоциировали на атомы. Коэффициент диссоциации $\alpha = 0{,}2$. Определить: 1) общее число N_1 молекул и концентрацию n_1 молекул азота до нагревания; 2) концентрацию n_2 молекул и n_3 атомов азота после нагревания.

Решение. По определению, концентрация частиц газа есть отношение числа частиц к вместимости сосуда, занимаемого газом:

$$n = \frac{N}{V}. \qquad (1)$$

1. Число N_1 молекул газа до нагревания найдем из соотношения

$$N_1 = \nu N_A = \frac{m}{M} N_A = \frac{m}{kM_r} N_A, \qquad (2)$$

где ν – количество вещества азота;

n_a – постоянная Авогадро;

M – молярная масса азота;

M_r – относительная молекулярная масса азота;

$k = 10^{-3}$ кг/моль.

Подставив значения величин в (2), получим

$$N_1 = \frac{2{,}3 \cdot 10^{-3}}{10^{-3} \cdot 28} \cdot 6{,}62 \cdot 10^{23} \text{молекул} = 4{,}94 \cdot 10^{23} \text{молекул}.$$

Концентрацию n_1 найдем, подставив значения величин в (1):

$$n_1 = \frac{N_1}{V} = \frac{4{,}94 \cdot 10^{23}}{6{,}9 \cdot 10^{-3}} \text{м}^{-3} = 7{,}16 \cdot 10^{25} \text{м}^{-3}.$$

2. Концентрацию после нагревания найдем из соотношения

$$n_2 = \frac{N_2}{V} = \frac{N_1(1-\alpha)}{\mathrm{V}}, \qquad (3)$$

где N – число молекул, не распавшихся на атомы.

После подстановки значений величин в (3), получим

$$\langle p^2 \rangle = \int_0^\infty p^2 f(p) dp. \qquad (3)$$

Подставим выражение $f(p)$ по уравнению (2) в формулу (3) и вынесем величины, не зависящие от p, за знак интеграла:

$$\langle p^2 \rangle = 4\pi \left(\frac{1}{2\pi mkT} \right)^{3/2} \int_0^\infty p^4 e^{\frac{-p^2}{2mkT}} dp.$$

Этот интеграл можно свести к табличному (см. табл. 2) $\int_0^\infty x^4 e^{-ax^2} dx = \frac{3}{8}\sqrt{\pi} a^{\frac{-5}{2}}$, положив $a = \frac{1}{2mkT}$.

В нашем случае это даст

$$< p^2 >= 4\pi \left(\frac{1}{2\pi mkT} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{3}{8} \sqrt{\pi} \left(\frac{1}{2mkT} \right)^{\frac{-5}{2}}.$$

После упрощений и сокращений найдем

$<p^2> = 3mkT$.

Пример 4. Средняя длина свободного пробега $<l>$ молекулы углекислого газа при нормальных условиях равна 40 нм. Определить среднюю арифметическую скорость $<v>$ молекул и число z соударений, которые испытывает молекула в 1 с.

Решение. Средняя арифметическая скорость молекул определяется по формуле

$$< v >= \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}},$$

где M – молярная масса вещества.

Подставив числовые значения, получим

$<v> = 362$ м/с.

Среднее число $<z>$ соударений молекулы в 1 с определяется отношением средней скорости $<v>$ молекулы к средней длине ее свободного пробега $<l>$:

$<z> = <v>/<l>$.

Подставив в эту формулу значения $<v> = 362$ м/с, $<l> = 40$ нм $= 4 \cdot 10^{-8}$ м, получим

$<z> = 9{,}05 \cdot 10^9$ с$^{-1}$.

Пример 5. Два тонкостенных коаксиальных цилиндра длиной $l = 10$ см могут свободно вращаться вокруг их общей оси z. Радиус чений u выражение (1) можно существенно упростить. В самом деле, для $u<<1$ имеем $e^{-2}\approx 1-u^2$. Пренебрегая значением $u^2=(0,001)^2=10^{-6}$ по сравнению с единицей, выражение (1) запишем в виде

$$dN(u)=\frac{4N}{\sqrt{\pi}}u^2du. \qquad (2)$$

Интегрируя это выражение по u в пределах от 0 до u_{max}, получим

$$\Delta N=\frac{4N}{\sqrt{\pi}}\int_0^{u_{max}}u^2du=\frac{4N}{\sqrt{\pi}}\left|\frac{u^3}{3}\right|_0^{u_{max}}=\frac{4N}{3\sqrt{\pi}}u^3_{max}. \qquad (3)$$

Выразив в (3) число молекул N через количество вещества и постоянную Авогадро, найдем расчетную формулу:

$$\Delta N=\frac{4\nu N_A}{3\sqrt{\pi}}u^3_{max}. \qquad (4)$$

Подставим в (4) значения величин ν, n_a и произведем вычисления:

$$\Delta N=\frac{4\cdot 1,2\cdot 6,02\cdot 10^{23}}{3\cdot 1,77}(10^{-3})^3 \text{ молекул} = 5,44\cdot 10^{14} \text{ молекул}.$$

Пример 3. Зная функцию $f(p)$ распределения молекул по импульсам, определить среднее значение квадрата импульса $<p^2>$.

Решение. Среднее значение квадрата импульса $<p^2>$ можно определить по общему правилу вычисления среднего:

$$<p^2>=\frac{\int_0^\infty p^2 f(p)dp}{\int_0^\infty f(p)dp}. \qquad (1)$$

Функция распределения молекул по импульсам имеет вид

$$f(p)=4\pi\left(\frac{1}{2\pi mkT}\right)^{3/2}e^{\frac{-p^2}{2mkT}}p^2. \qquad (2)$$

Эта функция распределения уже нормирована на единицу, т.е. $\int_0^\infty f(p)dp=1$. С учетом нормировки формулу (1) перепишем иначе:

$$n_2=\frac{4,94\cdot 10^{23}(1-0,2)}{6,9\cdot 10^{-3}}\text{м}^{-3}=5,73\cdot 10^{25}\text{м}^{-3}.$$

Концентрация атомов после нагревания азота

$$n_3=\frac{2N_1\alpha}{V}. \qquad (4)$$

Число 2 в формуле (4) выражает тот факт, что каждая молекула после распада дает два атома.

Подставим в (4) значения величин и произведем вычисления:

$$n_3=\frac{2\cdot 4,94\cdot 10^{23}\cdot 0,2}{6,9\cdot 10^{-3}}\text{м}^{-3}=0,286\cdot 10^{26}\text{м}^{-3}=2,86\cdot 10^{25}\text{м}^{-3}.$$

Пример 2. В колбе вместимостью $V=0,5$ л находится кислород при нормальных условиях. Определить среднюю энергию $<W_П>$ поступательного движения всех молекул, содержащихся в колбе.

Решение. Средняя энергия $<W_П>$ поступательного движения всех молекул может быть выражена соотношением

$$<W_П>=<\varepsilon_П>N, \qquad (1)$$

где $<\varepsilon_П>$ – средняя энергия поступательного движения одной молекулы;

N – число всех молекул, содержащихся в колбе.

Как известно,

$$\varepsilon_П=\frac{3}{2}kT, \qquad (2)$$

где k – постоянная Больцмана;

T – термодинамическая температура.

Число молекул, содержащихся в колбе, определим по формуле

$$N=\nu N_A, \qquad (3)$$

где ν – количество вещества кислорода;

N_A – постоянная Авогадро.

Количество вещества ν найдем из таких соображений: известно, что при нормальных условиях молярный объем V_m равен $22,4\cdot 10^{-3}$ м^3/моль. Так как, по условию задачи, кислород в колбе находится при нормальных условиях, то количество вещества кислорода в колбе выражается соотношением

$$v = \frac{V}{V_m}\ . \qquad (4)$$

Подставив выражение v по (4) в (3), получим

$$N = V\frac{N_A}{V_m}\ . \qquad (5)$$

С учетом (2) и (5) выражение (1) энергии поступательного движения молекул примет вид $W_П = \frac{3}{2}\frac{kTVN_A}{V_m}$.

Проверим, дает ли правая часть расчетной формулы единицу энергии (джоуль). Для этого вместо символов величин подставим единицы, в которых эти величины выражаются:

$$[W_{\text{П}}] = \frac{(\text{Дж/К})\cdot\text{К}\cdot\text{м}^3\cdot\text{моль}^{-1}}{\text{м}^3/\text{моль}} = \frac{\text{Дж}\cdot\text{К}\cdot\text{м}^3\cdot\text{моль}}{\text{м}^3\cdot\text{К}\cdot\text{моль}} = \text{Дж}\ .$$

Подставив значения величин в (6) и, произведя вычисления, найдем

$$W_П = \frac{3\cdot 1{,}38\cdot 10^{-23}\cdot 273\cdot 0{,}5\cdot 10^{-3}\cdot 6{,}02\cdot 10^{23}}{2\cdot 2{,}24\cdot 10^{-3}} = 75{,}9\ \text{дЖ.}$$

Пример 3. Найти среднюю кинетическую энергию одной молекулы аммиака NH_3 при температуре t = 27 °С и среднюю энергию вращательного движения этой молекулы при той же температуре.

Решение. Средняя полная энергия молекулы определяется по формуле

$$<\varepsilon> = \frac{i}{2}kT\ , \qquad (1)$$

где i – число степеней свободы молекулы;

k – постоянная Больцмана;

T – термодинамическая температура газа,

$T = t + T_0$, здесь T_0 = 273 K.

Число степеней свободы i четырехатомной молекулы, какой является молекула аммиака, равно 6.

Подставим значения величин в (l):

$$\langle\varepsilon\rangle = \frac{6}{2}\cdot 1{,}38\cdot 10^{-23}(27+273) = 1{,}242\cdot 10^{-20}\ \text{Дж.}$$

Средняя энергия вращательного движения молекулы определяется по формуле

$$dn = -n_0\frac{mg}{kT}e^{\frac{-mgz}{kT}}dz\ .$$

Так как $n_0e^{-mgz/(kT)} = n$, то

$$dn = -\frac{mg}{kT}ndz\ .$$

Отсюда находим интересующее нас изменение координаты:

$$dz = -\frac{kT}{mg}\frac{dn}{n}\ .$$

Знак минус показывает, что положительным изменениям координаты (dz>0) соответствует уменьшение относительной концентрации (dn<0). Знак минус опустим (в данном случае он несуществен) и заменим дифференциалы dz и dn конечными приращениями Δz и Δn:

$$\Delta z = -\frac{kT}{mg}\frac{\Delta n}{n}\ .$$

Подставим в эту формулу значения величин $\Delta n/n = 0{,}01$, $k = 1{,}38\cdot 10^{-23}$ Дж/К, $T = 300$°K, $m = 10^{-21}$ кг, $g = 9{,}81$ м/с^2 и, произведя вычисления, найдем

Δz = 0,00423 м.

Как видно из полученного результата, концентрация даже таких маленьких пылинок ($m = 10^{-18}$ г) очень быстро изменяется с высотой.

Пример 2. В сосуде содержится газ, количество вещества ν которого равно 1,2 моль. Рассматривая этот газ как идеальный, определить число ΔN молекул, скорости v которых меньше 0,001 наиболее вероятной скорости v_B.

Решение. Для решения задачи удобно воспользоваться распределением молекул по относительным скоростям $u (u = v/v_B)$. Число $dN(u)$ молекул, относительные скорости u которых заключены в пределах от u до du, определяется формулой

$$dN(u) = \frac{4N}{\sqrt{\pi}}e^{-u^2}u^2du\ , \qquad \mathbf{(1)}$$

где N – полное число молекул.

По условию задачи, максимальная скорость интересующих нас молекул $v_{max} = 0{,}001v_B$, откуда $u_{max} = v_{max}/v_B = 0{,}001$. Для таких зна-

• Теплопроводность (коэффициент теплопроводности) газа

$\lambda = \frac{1}{3} c_v \rho \langle v \rangle \langle l \rangle = \frac{1}{6} \langle v \rangle \langle l \rangle$,

где c_v – удельная теплоемкость газа при постоянном объеме;

ρ – плотность газа;

$\langle v \rangle$ – средняя арифметическая скорость молекулы газа;

$\langle l \rangle$ – средняя длина свободного пробега молекул.

• Закон Фика

$$\Delta m = -D\frac{dn}{dx}m_1 S\Delta t,$$

где Δm – масса газа, перенесенная в результате диффузии через поверхность площадью S за время Δt;

D – диффузия (коэффициент Эффузии);

$\frac{dn}{dx}$ – градиент концентрации молекул;

m_1 – масса одной молекулы.

• Диффузия (коэффициент диффузии)

$D = \frac{1}{3}\langle v \rangle \langle l \rangle$.

2.2.1. Примеры решения задач

Пример 1. Пылинки массой $m = 10^{-18}$ г взвешены в воздухе. Определить толщину слоя воздуха, в пределах которого концентрация пылинок различается не более чем на 1%. Температура T воздуха во всём объеме одинакова и равна 300°K.

Решение. При равновесном распределении пылинок концентрация их зависит только от координаты z по оси, направленной вертикально. В этом случае к распределению пылинок можно применить формулу Больцмана

$$n = n_0 e^{-U/(kT)}. \quad (1)$$

Так как в однородном поле силы тяжести $U = mgz$, то

$$n = n_0 e^{-mgz/(kT)} \quad (2)$$

По условию задачи, изменение Δn концентрации с высотой мало по сравнению с n ($\Delta n/n = 0{,}01$), поэтому без существенной погрешности изменение концентрации Δn можно заменить дифференциалом dn.

Дифференцируя выражение (2) по z, получим

$$\varepsilon_{BP} = \frac{i-3}{2}kT, \quad (2)$$

где число 3 означает число степеней свободы поступательного движения.

Подставим в (2) значения величин и вычислим:

$$\langle \varepsilon_{BP} \rangle = \frac{6-3}{2} \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23}(27+273) = 6{,}21 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}.$$

Заметим, что энергию вращательного движения молекул аммиака можно было получить иначе, разделив полную энергию (ε) на две равные части. Дело в том, что у трехатомных (и более) молекул число степеней свободы, приходящихся на поступательное и вращательное движение, одинаково (по 3), поэтому энергии поступательного и вращательного движений одинаковы. В данном случае

$$\langle \varepsilon_{BP} \rangle = \frac{\langle \varepsilon \rangle}{2} = \frac{1{,}242 \cdot 10^{-20}}{2} = 6{,}21 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}.$$

2.2.2. Задачи для самостоятельного решения

Концентрация молекул

9.1. В сосуде вместимостью $V = 12$ л находится газ, число N молекул которого равно $1{,}44 \cdot 10^{18}$. Определить концентрацию n молекул газа.

9.2. Определить вместимость V сосуда, в котором находится газ, если концентрация молекул $n = 1{,}25 \cdot 10^{26}$ м$^{-3}$, а общее их число $N = 2{,}5 \cdot 10^{23}$.

9.3. В сосуде вместимостью $V = 20$ л находится газ количеством вещества $\nu = 1{,}5$ кмоль. Определить концентрацию n молекул в сосуде.

9.4. Идеальный газ находится при нормальных условиях в закрытом сосуде. Определить концентрацию n молекул газа.

9.5. В сосуде вместимостью $V = 5$ л находится кислород, концентрация n молекул которого равна $9{,}41 \cdot 10^{23}$ м$^{-3}$. Определить массу m газа.

9.6. В баллоне вместимостью $V = 5$ л находится азот массой $m = 17{,}5$ г. Определить концентрацию n молекул азота в баллоне.

9.7. Определить количество вещества ν водорода, заполняющего сосуд вместимостью $V = 3$ л, если концентрация n молекул газа в сосуде равна $2 \cdot 10^{18}$ м$^{-3}$.

9.8. В двух одинаковых по вместимости сосудах находятся разные газы: в первом – водород, во втором – кислород. Найти отношение n_1/n_2 концентраций газов, если массы газов одинаковы.

9.9. Газ массой $m = 58{,}5$ г находится в сосуде вместимостью $V = 5$ л. Концентрация n молекул газа равна $2{,}2 \cdot 10^{26}$ м$^{-3}$. Какой это газ?

9.10. В баллоне вместимостью $V = 2$ л находится кислород массой $m = 1{,}17$г. Концентрация n молекул в сосуде равна $1{,}1 \cdot 10^{25}$ м$^{-3}$. Определить по этим данным постоянную Авогадро N_A.

9.11. В баллоне находится кислород при нормальных условиях. При нагревании до некоторой температуры часть молекул оказалась диссоциированной на атомы. Степень диссоциации $\alpha = 0{,}4$. Определить концентрации частиц: 1) n_1 – до нагревания газа; 2) n_2 – молекулярного кислорода после нагревания; 3) n_3 – атомарного кислорода после нагревания.

Основное уравнение кинетической теории газов. Энергия молекул

9.12. Определить концентрацию n молекул идеального газа при температуре $T = 300$ К и давлении $p = 1$ мПа.

9.13. Определить давление p идеального газа при двух значениях температуры газа: 1) $T = 3$ К; 2) $T = 1$ кК. Принять концентрацию n молекул газа равной $\approx 10^{19}$ см$^{-3}$.

9.14. Сколько молекул газа содержится в баллоне вместимостью $V = 30$ л при температуре $T = 300$ К и давлении $p = 5$ МПа?

9.15. Определить количество вещества ν и концентрацию n молекул газа, содержащегося в колбе вместимостью $V = 240$ см^3 при температуре $T = 290$ К и давлении $p = 50$ кПа.

9.16. В колбе вместимостью $V = 100$ см^3 содержится некоторый газ при температуре $T = 300$ К. На сколько понизится давление p газа в колбе, если вследствие утечки из колбы выйдет $N = 10^{20}$ молекул?

9.17. В колбе вместимостью $V = 240$ см^3 находится газ при температуре $T = 290$ К и давлении $p = 50$ кПа. Определить количество вещества ν газа и число N его молекул.

9.18. Давление p газа равно 1 мПа, концентрация n его молекул равна 10^{10} см$^{-3}$. Определить: 1) температуру T газа; 2) среднюю ки-

$$<\varepsilon> = \int_0^\infty \varepsilon f(\varepsilon) d\varepsilon .$$

• Среднее число соударений, испытываемых одной молекулой газа в единицу времени,

$$<z> = \sqrt{2}\pi d^2 n <v>,$$

где d – эффективный диаметр молекулы;

n – концентрация молекул;

$<v>$ – средняя арифметическая скорость молекул.

• Средняя длина свободного пробега молекул газа

$$<l> = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n} .$$

• Импульс (количество движения), переносимый молекулами из одного слоя газа в другой через элемент поверхности,

$$dp = \eta \frac{dv}{dz} \Delta S ,$$

где η – динамическая вязкость газа;

$\frac{dv}{dz}$ – градиент (поперечный) скорости течения его слоев;

ΔS – площадь элемента поверхности;

dt – время переноса.

• Динамическая вязкость

$$\eta = \tfrac{1}{3} \rho <v><l>,$$

где ρ – плотность газа (жидкости);

$<v>$ – средняя скорость хаотического движения его молекул;

$<l>$ – средняя длина свободного пробега молекул.

• Закон Ньютона

$$F = \frac{dp}{dt} = \eta \frac{dv}{dz} \Delta S ,$$

где F – сила внутреннего трения между движущимися слоями газа.

• Закон Фурье

$$\Delta Q = -\lambda \frac{dT}{dx} S \Delta t ,$$

где ΔQ – теплота, прошедшая посредством теплопроводности через сечение площадью S за время Δt;

λ – теплопроводность;

$\frac{dt}{dx}$ – градиент температуры.

$$dN(u) = Nf(u)du = \frac{4}{\sqrt{\pi}} Ne^{-u^2} u^2 du,$$

где $u = v/v_B$ – относительная скорость, равная отношению скорости v к наивероятнейшей скорости v_B;

$f(u)$ – функция распределения по относительным скоростям.

• Распределение молекул по импульсам. Число молекул, импульсы которых заключены в пределах от p до $p + dp$,

$$dN(p) = Nf(p)dp = 4\pi N\left(\frac{1}{2\pi mkT}\right)^{\frac{3}{2}} e^{\frac{-p^2}{2mkT}} p^2 dp,$$

где $f(p)$ – функция распределения по импульсам.

• Распределение молекул по энергиям. Число молекул, энергии которых заключены в интервале от ε до $\varepsilon + d\varepsilon$,

$$dN(\varepsilon) = Nf(\varepsilon)d\varepsilon = \frac{2}{\sqrt{\pi}} N \frac{e^{\frac{-\varepsilon}{kT}}}{(kT)^{\frac{3}{2}}} \varepsilon^{\frac{1}{2}} d\varepsilon,$$

где $f(\varepsilon)$–функция распределения по энергиям.

• Среднее значение физической величины x в общем случае

$$< x > = \frac{\int xf(x)dx}{f(x)\Delta(x)},$$

а в том случае, если функция распределения нормирована на единицу,

$<x> = \int xf(x)dx$,

где $f(x)$ – функция распределения, интегрирование ведется по всей совокупности изменений величины x.

Например, среднее значение скорости молекулы (т.е. средняя арифметическая скорость)

$$< v > = \int_0^\infty vf(v)dv;$$

средняя квадратичная скорость

$<v_{KB}> = <v^2>^{1/2}$,

где $< v^2 > = \int_0^\infty v^2 f(v)dv$;

средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы

нетическую энергию $<\varepsilon_П>$ поступательного движения молекул газа.

9.19. Определить среднюю кинетическую энергию $<\varepsilon_П>$ поступательного движения и среднее значение $<\varepsilon>$ полной кинетической энергии молекулы водяного пара при температуре $T = 600$ K. Найти также кинетическую энергию W поступательного движения всех молекул пара, содержащего количество вещества $\nu = 1$ кмоль.

9.20. Определить среднее значение $<\varepsilon>$ полной кинетической энергии одной молекулы гелия, кислорода и водяного пара при температуре $T = 400$ K.

9.21. Определить кинетическую энергию $<\varepsilon_1>$, приходящуюся в среднем на одну степень свободы молекулы азота, при температуре $T = 1$ кK, а также среднюю кинетическую энергию $<\varepsilon_П>$ поступательного движения, $<\varepsilon_{ВР}>$ вращательного движения и среднее значение полной кинетической энергии $<\varepsilon>$ молекулы.

9.22. Определить число N молекул ртути, содержащихся в воздухе объемом $V = 1$ м^3 в помещении, зараженном ртутью, при температуре $t = 20$ °C, если давление p насыщенного пара ртути при этой температуре равно 0,13 Па.

9.23. Для получения высокого вакуума в стеклянном сосуде необходимо прогревать его при откачке с целью удалить адсорбированные газы. Определить, на сколько повысится давление в сферическом сосуде радиусом $R = 10$ см, если все адсорбированные молекулы перейдут со стенок в сосуд. Слой молекул на стенках считать мономолекулярным, сечение σ одной молекулы равно 10^{-15} см^2. Температура T, при которой производится откачка, равна 600 K.

9.24. Определить температуру T водорода, при которой средняя кинетическая энергия $<\varepsilon_П>$ поступательного движения молекул достаточна для их расщепления на атомы, если молярная энергия диссоциации водорода $W_m = 419$ кДж/моль.

Прим. Молярной энергией диссоциации называется энергия, затрачиваемая на диссоциацию всех молекул газа количеством вещества $\nu = 1$ моль.

Скорости молекул

9.25. Найти среднюю квадратичную $<v_{КВ}>$, среднюю арифметическую $<v>$ и наиболее вероятную v_B скорости молекул водорода. Вычисления выполнить для трех значений температуры: 1) $T = 20$ K; 2) $T = 300$ K; 3) $T = 5$ кК.

9.26. При какой температуре T средняя квадратичная скорость атомов гелия станет равной второй космической скорости $v_2 = 11{,}2$ км/с?

9.27. При какой температуре T молекулы кислорода имеют такую же среднюю квадратичную скорость $\langle v_{KB} \rangle$, как молекулы водорода при температуре $T_1 = 100$ K?

9.28. Колба вместимостью $V = 4$ л содержит некоторый газ массой $m = 0{,}6$ г под давлением $p = 200$ кПа. Определить среднюю квадратичную скорость $\langle v_{KB} \rangle$ молекул газа.

9.29. Смесь гелия и аргона находится при температуре $T = 1{,}2$ кК. Определить среднюю квадратичную скорость $\langle v_{KB} \rangle$ и среднюю кинетическую энергию атомов гелия и аргона.

9.30. Взвешенные в воздухе мельчайшие пылинки движутся так, как если бы они были очень крупными молекулами. Определить среднюю квадратичную скорость $\langle v_{KB} \rangle$ пылинки массой $m = 10^{-10}$ г, если температура T воздуха равна 300 K.

9.31. Во сколько, раз средняя квадратичная скорость $\langle v_{KB} \rangle$ молекул кислорода больше средней квадратичной скорости пылинки массой $m = 10^{-8}$ г, находящейся среди молекул кислорода?

9.32. Определить среднюю арифметическую скорость $\langle v \rangle$ молекул газа, если их средняя квадратичная скорость $\langle v_{KB} \rangle = 1$ км/с.

9.33. Определить наиболее вероятную скорость v_B молекул водорода при температуре $T = 400$ K.

2.2. Элементы статистической физики

Основные формулы

• Распределение Больцмана (распределение частиц в силовом поле)

$$n = n_0 e^{-U/(kT)},$$

где n – концентрация частиц;

U – потенциальная энергия частиц;

n_0 – концентрация частиц в точках поля, где $U = 0$;

k – постоянная Больцмана;

T – термодинамическая температура;

e – основание натуральных логарифмов.

• Барометрическая формула (распределение давления в однородном поле силы тяжести)

$$p = p_0 e^{-mgz/(kT)} = p_0 e^{-Mgz/(RT)},$$

где p – давление газа;

m – масса частицы;

M – молярная масса;

z – координата (высота) точки по отношению к уровню, принятому за нулевой;

p_0 – давление на этом уровне;

g – ускорение свободного падения;

R – молярная газовая постоянная.

• Вероятность того, что физическая величина x, характеризующая молекулу, лежит в интервале значений от x до $x+dx$, определяется по формуле

$$dW(x) = f(x)dx,$$

где $f(x)$–функция распределения молекул по значениям данной физической величины x (плотность вероятности).

Приведенная формула выражает также долю молекул, для которых физическая величина x заключена в интервале от x до $x+dx$.

• Количество молекул, для которых физическая величина x, характеризующая их, заключена в интервале значений от x до $x+dx$,

$$dN = N\,dW(x) = N f(x)\,dx.$$

• Распределение Максвелла (распределение молекул по скоростям) выражается двумя соотношениями:

а) число молекул, скорости которых заключены в пределах от v до $v+dv$,

$$dN(v) = Nf(v)dv = 4\pi N\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} e^{\frac{-mv^2}{2kT}} v^2 dv,$$

где $f(v)$ – функция распределения молекул по модулям скоростей, выражающая отношение вероятности того, что скорость молекулы лежит в интервале от v до $v+dv$, к величине этого интервала, а также долю числа молекул, скорости которых лежат в указанном интервале;

N – общее число молекул;

m – масса молекулы;

б) число молекул, относительные скорости которых заключены в пределах от u до $u + du$,