МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
ЛУГАНСКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
ЛУГАНСКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ ВЛАДИМИРА ДАЛЯ»
Стахановский инженерно-педагогический институт менеджмента
Кафедра общеинженерных дисциплин

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к практическим занятиям по дисциплине

«ФИЗИКА»

для студентов направления подготовки
Профессиональное обучение (по отраслям), профили:
«Экономика и управление», «Информационные технологии и системы», «Электроснабжение», «Безопасность технологических процессов и производств», «Горное дело. Подземная разработка пластовых месторождений», «Горное дело. Электромеханическое оборудование, автоматизация процессов добычи полезных ископаемых и руд», «Горное дело. Технологическая безопасность и горноспасательное дело», «Профессиональная психология», «Управление персоналом», в 9-и частях.
Часть 5. Магнетизм

Луганск 2022

УДК 530

Рекомендовано к изданию Учебно-методическим советом
ГОУ ВО «ЛГУ им. В. Даля»
(протокол № ___ от _______ 20 г.)

Методические указания к практическим занятиям по дисциплине **«Физика»** для студентов направления подготовки **Профессиональное обучение (по отраслям)**, профили: «Экономика и управление», «Информационные технологии и системы», «Электроснабжение», «Безопасность технологических процессов и производств», «Горное дело. Подземная разработка пластовых месторождений», «Горное дело. Электромеханическое оборудование, автоматизация процессов добычи полезных ископаемых и руд», «Горное дело. Технологическая безопасность и горноспасательное дело», «Профессиональная психология», «Управление персоналом», в 9-и частях. Часть 5. Магнетизм. /Сост.: В.И. Сафонов. − **Стаханов**: изд-во ЛГУ им. В.Даля, 2022. – 86 с.

В методических указаниях приведен минимальный объём теоретических сведений, необходимых для подготовки к практическим занятиям по разделу «Магнетизм» общего курса физики, примеры решения задач и задачи для самостоятельного решения.

Предназначены для студентов профиля «Экономика и управление», «Информационные технологии и системы», «Электроснабжение», «Безопасность технологических процессов и производств», «Горное дело. Подземная разработка пластовых месторождений», «Горное дело. Электромеханическое оборудование, автоматизация процессов добычи полезных ископаемых и руд», «Горное дело. Технологическая безопасность и горноспасательное дело», «Профессиональная психология», «Управление персоналом».

Составитель: доц. Сафонов В.И.

Ответственный за выпуск: доц. Сафонов В.И.

Рецензент: доц. Петров А.Г.

Учебное издание

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
к практическим занятиям по дисциплине
«ФИЗИКА»

для студентов направления подготовки
Профессиональное обучение (по отраслям), профили:
«Экономика и управление», «Информационные технологии и системы», «Электроснабжение», «Безопасность технологических процессов и производств», «Горное дело. Подземная разработка пластовых месторождений», «Горное дело. Электромеханическое оборудование, автоматизация процессов добычи полезных ископаемых и руд», «Горное дело. Технологическая безопасность и горноспасательное дело», «Профессиональная психология», «Управление персоналом», в 9-и частях. Часть 5. Магнетизм

С о с т а в и т е л и:
Валентин Иванович Сафонов

Печатается в авторской редакции.
Компьютерная верстка и оригинал-макет автора.

Подписано в печать ______________
Формат 60x84$^1/_{16}$. Бумага типограф. Гарнитура Times
Печать офсетная. Усл. печ. л. _____. Уч.-изд. л. _______
Тираж 100 экз. Изд. №______. Заказ №______. Цена договорная.

Издательство Луганского государственного
университета имени Владимира Даля

Свидетельство о государственной регистрации издательства
МИ-СРГ ИД 000003 от 20 ноября 2015 г.

Адрес издательства: 91034, г. Луганск, кв. Молодежный, 20а
Телефон: 8 (0642) 41-34-12, **факс:** 8 (0642) 41-31-60
E-mail: izdat.lguv.dal@gmail.com **http:** //izdat.dahluniver.ru/

Рекомендованная литература

1. Старостина И.А., Краткий курс физики для бакалавров: учебное пособие / И.А. Старостина, Е.В. Бурдова, Р.С. Сальманов - Казань: Издательство КНИТУ, 2016. - 364 с. - ISBN 978-5-7882-2035-2 - Текст: электронный // ЭБС «Консультант студента»: [сайт]. - URL: http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785788220352.html

2. Полянская Е.Е., Зайковский О.И. Курс физики. 2-е изд., испр. и доп. − Оренбург: Изд-во ОГПУ, 2016. − 148 с. − ISBN 978-5-85859-643-1. Режим доступа: https://www.twirpx.com/file/2170493/

3. Варава А.Н., Общая физика: учебное пособие для вузов / Варава А.Н. - М.: Издательский дом МЭИ, 2017. - ISBN 978-5-383-01085-3 - Текст: электронный // ЭБС «Консультант студента»: [сайт]. - URL: http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785383010853.html

4. Варава А.Н., Лабораторный практикум по общей физике: учеб. пособие / Варава А.Н., Губкин М.К. - М.: Издательский дом МЭИ, 2017. - ISBN 978-5-383-01108-9 - Текст : электронный // ЭБС «Консультант студента»: [сайт]. - URL: http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785383011089.html

5. Цаплев В.М. Курс физики для дистанционного обучения. Физические основы механики. Молекулярная физика и термодинамика. СПб.: Изд-во СЗТУ, 2015. − 144 с. Режим доступа: https://www.twirpx.com/file/1713586/

6. Трофимова Т.И., Фирсов А.В. Курс физики с примерами решения задач. В 2 томах. Том 1. М.: КноРус, 2015. − 568 с. − ISBN 978-5-406-04253-3. Режим доступа: https://www.twirpx.com/file/1991197/

7. Повзнер А.А., Андреева А.Г., Шумихина К.А. Физика. Базовый курс. Часть 1. Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2016. − 168 с. − ISBN 978-5-7996-1701-1. Режим доступа: https://www.twirpx.com/file/2061058/

8. Повзнер А.А., Андреева А.Г., Шумихина К.А. Физика. Базовый курс. Часть 2. Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2017. − 144 с. − ISBN 978-5-7996-1948-0. Режим доступа: https://www.twirpx.com/file/2242224/

Содержание

РАЗДЕЛ 5
МАГНЕТИЗМ

5.1. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Основные формулы

• Закон Био-Савара-Лапласа

$$dB = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}[d\vec{l}\vec{r}]\frac{I}{r^3},$$

где dB – магнитная индукция поля, создаваемого элементом проводника с током;

μ – магнитная проницаемость;

μ_0 – магнитная постоянная ($\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}$ Гн/м);

dl – вектор, равный по модулю длине dl проводника и совпадающий по направлению с током (элемент проводника);

I – сила тока;

r – радиус-вектор, проведенный от середины элемента проводника к точке, магнитная индукция в которой определяется.

Модуль вектора dB выражается формулой

$$dB = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}\frac{I\sin(\alpha)}{r^2}dl,$$

где α – угол между векторами dl и r.

• Магнитная индукция B связана с напряженностью H магнитного поля (в случае однородной, изотропной среды) соотношением

$B = \mu_0\mu H$

или в вакууме

$B_0 = \mu_0 H$.

• Магнитная индукция в центре кругового проводника с током

$$B = \frac{\mu_0\mu}{2}\frac{I}{R},$$

где R – радиус кривизны проводника.

• Магнитная индукция поля, создаваемого бесконечно длинным прямым проводником с током,

$$B = \frac{\mu_0\mu}{2\pi}\frac{I}{r},$$

где r – расстояние от оси проводника.

Магнитная индукция поля, создаваемого отрезком проводника

$V = 10$ см^3 приобрел в магнитном поле напряженностью $H = 800$ А/м магнитный момент $p_m = 0{,}8$ А·м^2. Определить магнитную проницаемость μ ферромагнетика.

27.20. Вычислить среднее число $\langle n \rangle$ магнетонов Бора, приходящихся на один атом железа, если при насыщении намагниченность железа равна 1,84 МА/м.

27.21. На один атом железа в незаполненной $3d$-оболочке приходится четыре неспаренных электрона. Определить теоретическое значение намагниченности $J_{НАС}$ железа при насыщении.

27.11. Удельная парамагнитная восприимчивость $\chi_{уд}$ трехоксида ванадия (V_2O_3) при $t = 17°C$ равна $1{,}89 \cdot 10^{-1}$ м^3/кг. Определить магнитный момент μ_M (в магнетонах Бора), приходящийся на молекулу V_2O_3, если плотность ρ трехоксида ванадия равна $4{,}87 \cdot 10^3$ кг/м^3.

27.12. Молекула кислорода имеет магнитный момент $\mu_M = 2{,}8\ \mu_B$ (где μ_B – магнетон Бора). Определить намагниченность J газообразного кислорода при нормальных условиях в слабом магнитном поле ($B_0 = 10$ мТл) и в очень сильном поле.

27.13. Определить, при каком наибольшем значении магнитной индукции B уже следует пользоваться не приближенным выражением функции Ланжевена $L(a) \approx a/3$, а точным, чтобы погрешность вычислений не превышала 1 %. Для расчетов принять магнитный момент молекул равным магнетону Бора. Температура $T = 300°K$.

27.14. Определить наибольшее значение величины a, при котором погрешность, вызванная заменой точного выражения функции Ланжевена приближенным $L(a) \approx a/3$, не превышает 1 %.

27.15. Определить температуру T, при которой вероятность того, что данная молекула имеет отрицательную проекцию магнитного момента на направление внешнего магнитного поля, будет равна 10^{-3}. Магнитный момент молекулы считать равным одному магнетону Бора, а магнитную индукцию B поля – равной 8 Тл.

27.16. Определить, во сколько раз число молекул, имеющих положительные проекции магнитного момента на направление вектора магнитной индукции внешнего поля ($B = 1$ Тл), больше числа молекул, имеющих отрицательную проекцию, в двух случаях: 1) $T_1 = 300°K$; 2) $T_2 = 1°K$. Магнитный момент молекулы принять равным магнетону Бора.

27.17. При температуре $T_1 = 300°K$ и магнитной индукции $B_1 = 0{,}5$ Тл была достигнута определенная намагниченность J парамагнетика. Определить магнитную индукцию B_2, при которой сохранится та же намагниченность, если температуру повысить до $T_2 = 450°K$.

Ферромагнетизм

27.18. Кусок стали внесли в магнитное поле напряженностью $H = 1600$ А/м. Определить намагниченность J стали.

27.19. Прямоугольный ферромагнитный брусок объемом

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I}{r_0} \left(\cos(\varphi_1) - \cos(\varphi_2) \right).$$

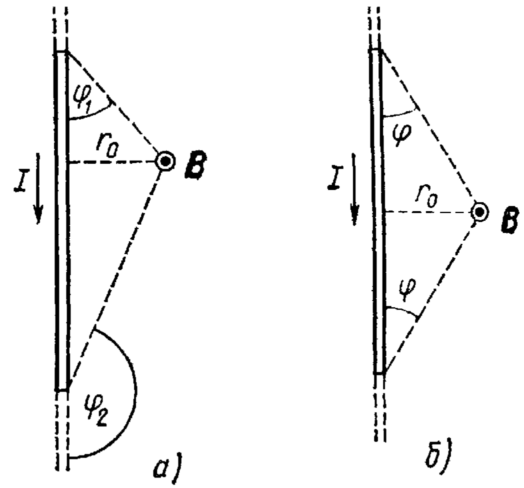


Рис. 5.1

Обозначения ясны из рис. 5.1, *а*. Вектор индукции B перпендикулярен плоскости чертежа, направлен к нам и поэтому изображен точкой.

При симметричном расположении концов проводника относительно точки, в которой определяется магнитная индукция (рис. 5.1, *б*),

$$-\cos(\varphi_2) = \cos(\varphi_1) = \cos(\varphi)$$

и, следовательно,

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{2\pi} \frac{I}{r_0} \cos(\varphi).$$

• Магнитная индукция поля, создаваемого соленоидом в средней его части (или тороида на его оси),

$$B = \mu_0 \mu n I,$$

где n – число витков, приходящихся на единицу длины соленоида;

I – сила тока в одном витке.

• Принцип суперпозиции магнитных полей: магнитная индукция B результирующего поля равна векторной сумме магнитных индукций $B_1, B_2, \ldots, B_n$ складываемых полей, т.е.

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^{n} \vec{B}_i .$$

В частном случае наложения двух полей

$$B = B_1 + B_2,$$

а модуль магнитной продукции

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1 B_2 \cos(\alpha)},$$

где α – угол между векторами B_1 и B_2.

5.1.1. Примеры решения задач

Пример 1. Два параллельных бесконечно длинных провода, по которым протекают в одном направлении токи $I = 60$ А, расположены на расстоянии $d = 10$ см друг от друга. Определить магнитную индукцию B в точке, отстоящей от одного проводника на расстоянии $r_1 = 5$ см и от другого – на расстоянии $r_2 = 12$ см.

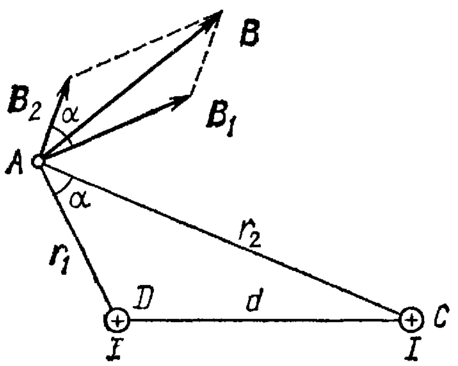


Рис. 5.2

Решение. Для нахождения магнитной индукции в указанной точке A (рис. 5.2) определим направления векторов индукций B_1 и B_2 полей, создаваемых каждым проводником в отдельности, и сложим их геометрически, а затем определим его модуль.

Значения индукций B_1 и B_2 выражаются соответственно через силу тока I и расстояния r_1 и r_2 от провода до точки, индукция в которой вычисляется:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_1}; \qquad B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_2}.$$

Подставляя B_1 и B_2 в формулу (1) и вынося $\frac{\mu_0 I}{2\pi}$ за знак корня, получим

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} + \frac{2}{r_1 r_2}\cos(\alpha)}. \tag{2}$$

Убедимся в том, что правая часть этого равенства дает единицу магнитной индукции (Тл):

$$\frac{\mu I}{[r^2]^{\frac{1}{2}}} = \frac{1Гн/м \cdot 1А}{1м} = \frac{1Гн \cdot [1А]^2}{1А \cdot [1м]^2} = \frac{1Дж}{1А[1м]^2} = \frac{1Н}{1А \cdot 1м} = 1Тл.$$

Здесь мы воспользовались определяющей формулой для магнитной индукции ($B = \frac{M\max}{p_n}$). Откуда следует, что

$$1Тл = \frac{1Н \cdot 1м}{1А \cdot [1м]^2} = \frac{1Н}{1А \cdot 1м}.$$

Вычисляем $\cos(\alpha)$. Заметим, что $\alpha = \angle DAC$. Поэтому по теоре-

Намагниченность. Магнитная восприимчивость

27.1. Определить намагниченность J тела при насыщении, если магнитный момент каждого атома равен магнетону Бора $\mu_б$ и концентрация атомов $6 \cdot 10^{28}$ м$^{-3}$.

27.2. Магнитная восприимчивость χ марганца равна $1{,}21 \cdot 10^{-4}$. Вычислить намагниченность J, удельную намагниченность $J_{УД}$ и молярную намагниченность J_m марганца в магнитном поле напряженностью $H = 100$ кА/м. Плотность марганца считать известной.

27.3. Найти магнитную восприимчивость χ соединения AgBr, если его молярная магнитная восприимчивость $\chi_m = 7{,}5 \cdot 10^{-10}$ м^3/моль.

27.4. Определить магнитную восприимчивость χ и молярную магнитную восприимчивость χ_m платины, если удельная магнитная восприимчивость $\chi_m = 1{,}30 \cdot 10^{-9}$ м^3/кг.

27.5. Магнитная восприимчивость χ алюминия равна $2{,}1 \cdot 10^{-5}$. Определить его удельную магнитную $\chi_{УД}$ и молярную χ_m восприимчивости.

27.6. Висмутовый шарик радиусом $R = 1$ см помещен в однородное магнитное поле ($B_0 = 0{,}5$ Тл). Определить магнитный момент p_m приобретенный шариком, если магнитная восприимчивость χ висмута равна $-1{,}5 \cdot 10^{-4}$.

27.7. Напряженность H магнитного поля в меди равна 1 МА/м. Определить намагниченность J меди и магнитную индукцию B, если известно, что удельная магнитная восприимчивость $\chi_{УД} = -1{,}1 \cdot 10^{-9}$ м^3/кг.

Диа- и парамагнетизм

27.8. Определить частоту ω_L ларморовой прецессии электронной орбиты в атоме, находящемся в магнитном поле Земли ($B = 50$ мкТл).

27.9. Атом водорода находится в магнитном поле с индукцией $B = 1$ Тл. Вычислить магнитный момент μ_M, обусловленный прецессией электронной орбиты. Принять, что среднее значение квадрата расстояния $\langle r^2 \rangle$ электрона от ядра равно $2/3\, r_1^2$ (r_1 – радиус первой боровской орбиты).

27.10. Молярная магнитная восприимчивость χ_m оксида хрома CrO_3 равна $5{,}8 \cdot 10^{-8}$ м^3/моль. Определить магнитный момент μ_M молекулы Cl_2O_3 (в магнетонах Бора), если температура T = 300°K.

k – постоянная Больцмана;

T – термодинамическая температура.

Удельная магнитная восприимчивость $\chi_{УД}$ связана с магнитной восприимчивостью χ соотношением

$$\chi_{УД} = \frac{\chi}{\rho}.$$

Заменив в этом выражении χ согласно (1), получим

$$\chi_{уд} = \mu_0 \frac{M_l^2}{3kT}\frac{n}{\rho}.$$

Заметим, что концентрацию молекул и плотность газа можно выразить следующим образом:

$$n = \frac{N_A}{V_m};$$

$$\rho = \frac{M}{V_m},$$

где N_A – постоянная Авогадро;

M – молярная масса;

V_m – молярный объем.

Тогда $\dfrac{n}{\rho} = \dfrac{N_A}{M}$, и

$$\chi_{УД} = \mu_0 \frac{N_A M_J^2}{3kTM}.$$

Убедимся в том, что правая часть равенства дает единицу удельной магнитной восприимчивости (м^3/кг):

$$\frac{[\mu_0][N_A][M_J^2]}{[k][T][M]} = \frac{\left(1\frac{Гн}{м}\right)\cdot(1 моль^{-1})\cdot(1A^2\cdot м^4)}{\left(1\frac{Дж}{K}\right)\cdot(1K)\cdot\left(1\frac{кг}{моль}\right)} = \frac{(1Гн)\cdot(1A^2\cdot м^3)}{(1Дж\cdot кг)} = 1\frac{м^3}{кг}.$$

Произведем вычисления (учтем, что $1\ \mu_в = 9{,}27\cdot10^{-24}$ А·м^2 и $M = 30\cdot10^{-3}$ кг/моль):

$$\chi_{УД} = 4\pi\cdot10^{-7}\cdot\frac{6{,}02\cdot10^{23}\cdot(1{,}8\cdot9{,}27\cdot10^{-24})^2}{3\cdot1{,}38\cdot10^{-23}\cdot273\cdot30\cdot10^{-3}} = 6{,}2\cdot10^{-7}\ \text{м}^3/\text{кг}.$$

5.7.2. Задачи для самостоятельного решения

ме косинусов запишем $d^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2\cos(\alpha)$, где d – расстояние между проводами. Отсюда

$$\cos(\alpha) = \frac{1_1^2 + r_2^2 - d^2}{2r_1r_2}.$$

Подставив данные, вычислим значение косинуса: $\cos(\alpha) = 0{,}576$.

Подставив в формулу (2) значения μ_0, I, r_1, r_2 и $\cos(\beta)$, найдем $B = 286$ мкТл.

Пример 2. По двум длинным прямолинейным проводам, находящимся на расстоянии $r = 5$ см друг от друга в воздухе, протекают токи $I = 10$ А каждый. Определить магнитную индукцию B поля, создаваемого токами в точке, лежащей посередине между проводами, для случаев: 1) провода параллельны, токи протекают в одном направлении (рис. 5.3, *а*); 2) провода параллельны, токи протекают в противоположных направлениях (рис. 5.3, *б*); 3) провода перпендикулярны, направление токов указано на рис. 5.3, *в*.

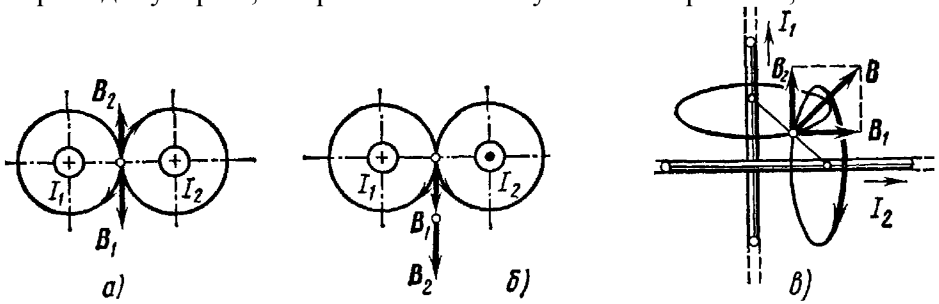


Рис. 5.3

Решение. Результирующая индукция магнитного поля равна векторной сумме: $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$, где $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ – индукции поля, создаваемые токами I_1 и I_2.

Если $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ направлены по одной прямой, то векторная сумма может быть заменена алгебраической суммой:

$B = B_1 + B_2$. (1)

При этом слагаемые B_1 и B_2 должны быть взяты с соответствующими знаками. В данной задаче во всех трех случаях модули индукций B_1 и B_2 одинаковы, так как точки выбраны на равных расстояниях от проводов, по которым протекают равные токи. Вычислим эти индукции по формуле

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}. \qquad (2)$$

Подставив значения величин в формулу (2), найдем модули B_1 и B_2:

$B_1 = B_2 = 80$ мкТл.

1-й случай. Векторы B_1 и B_2 направлены по одной прямой (рис. 3, *а*); следовательно, результирующая индукция B определяется по формуле (1). Приняв направление вверх положительным, вниз – отрицательным, запишем: $B_1 = -80$ мкТл, $B_2 = 80$ мкТл.

Подставив в формулу (1) эти значения B_1 и B_2, получим

$B = B_1 + B_2 = 0$.

2-й случай. Векторы B_1 и B_2 направлены по одной прямой в одну сторону (рис. 3, *б*). Поэтому можем записать

$B_1 = B_2 = -80$ мкТл.

Подставив в формулу (1) значения B_1 и B_2, получим

$B = B_1 + B_2 = -160$ мкТл.

3-й случай. Векторы индукций магнитных полей, создаваемых токами в точке, лежащей посередине между проводами, взаимно перпендикулярны (рис. 3, *в*). Результирующая индукция по модулю и направлению является диагональю квадрата, построенного на векторах B_1 и B_2. По теореме Пифагора найдем

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2}, \qquad (3)$$

Подставив в формулу (3) значения B_1 и B_2 и, вычислив, получим

$B = 113$ мкТл.

момента вектор $\vec{L}_l$ получит приращение $d\vec{L}_l = Mdt$ в направлении, совпадающем с M, в результате чего плоскость, содержащая векторы $\vec{M}_l$ и $\vec{B}$, повернется на угол $d\varphi$. Из рис. 1 видно, что

$$d\varphi = \frac{dL_l}{L_l \sin\vartheta}.$$

Тогда угловая скорость прецессии (ларморова частота)

$$\omega_l = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{dL_l}{L_l \sin\vartheta dt}.$$

Так как $dL_l = Mdt$, а $M = M_l B \sin(\vartheta)$, то

$$\omega_l = \frac{M_l B \sin\vartheta dt}{L_l \sin\vartheta dt} = \frac{M_l}{L_l} B.$$

Воспользовавшись гиромагнитным отношением $\frac{M_l}{L_l} = \frac{|e|}{2m}$, получим

$$\omega_l = \frac{1|e|}{2m} B.$$

Убедимся в том, что правая часть равенства дает единицу угловой скорости ($с^{-1}$):

$$\frac{[e][B]}{[m]} = \frac{(1Кл)\cdot(1Тл)}{(1кг)} = \frac{(1Кл)\cdot(1Н)}{(1кг)\cdot(1А\cdot м)} = \frac{(1Н\cdot c)}{(1кг\cdot м)} = \frac{(1кг\cdot м\cdot c)}{(1кг\cdot c^2\cdot м)} = 1c^{-1}.$$

Произведем вычисления:

$$\omega_l = \frac{1}{2}\cdot\frac{1{,}6\cdot 10^{-19}}{9{,}1\cdot 10^{-31}}\cdot 1 = 8{,}8\cdot 10^{-1}\ \text{с}.$$

Пример 3. Молекула NO имеет магнитный момент $M_l = 1{,}8\ \mu_в$. Определить удельную парамагнитную восприимчивость $\chi_{УД}$ газообразного оксида азота при нормальных условиях.

Решение. По теории Ланжевена, магнитная восприимчивость парамагнитного вещества определяется выражением

$$\chi = \mu_0 \frac{nM_J}{3kT}, \qquad (1)$$

где μ_0 – магнитная постоянная ($\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}$ Гн/м);

n – концентрация молекул (число молекул в единице объема);

M_J – магнитный момент атома;

найдем отношение

$$\frac{\chi_m}{\chi_{УД}} = \frac{J_m}{J_{УД}} = \frac{m}{v} = M\,,$$

где M – молярная масса.

Тогда

$\chi_m = M\chi_{УД}$.

Убедимся в том, что правая часть этого равенства дает единицу молярной магнитной восприимчивости (м^3/моль):

$[M]\,[\chi_{УД}]$ = 1 кг/моль·1 м^3/кг = 1 м^3/моль.

Найдем сначала относительную молекулярную массу висмута: $M_r = 209$. Так как относительная молекулярная масса численно равна молярной массе M, выраженной в г/моль, то M = 209 г/моль = 0,209 кг/моль, что соответствует выражению молярной массы в СИ.

Произведем вычисления:

$\chi_m = 0{,}209\cdot(-1{,}3\cdot10^{-9}) \approx -2{,}7\cdot10^{-10}$ м^3/моль.

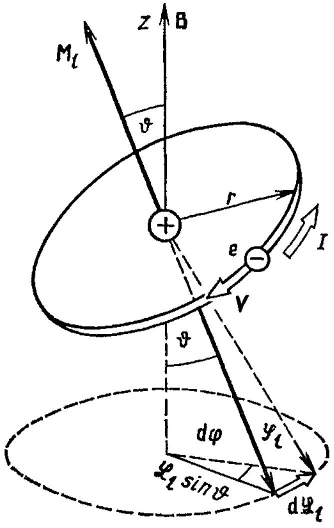


Рис. 5.29

Пример 2. Определим частоту ω_L ларморовой прецессии электронной орбиты в атоме, находящемся в однородном магнитном поле (B = 1 Тл).

Решение. Пусть электрон движется со скоростью v по круговой орбите радиусом r в направлении, указанном стрелкой на рис. 5.29. Момент импульса $\vec{L}_l$ орбитального движения электрона в соответствии с правилом винта направлен перпендикулярно плоскости орбиты так, как это отмечено на рисунке.

Орбитальный магнитный момент $\vec{M}_l$ будет противонаправлен вектору $\vec{L}_l$. Под действием внешнего магнитного поля B, возбужденного вдоль оси Oz, на электронную орбиту будет действовать момент силы $M = |\vec{M}_l B|$, направление которого перпендикулярно плоскости, содержащей векторы $\vec{M}_l$ и $\vec{B}$. Под действием этого

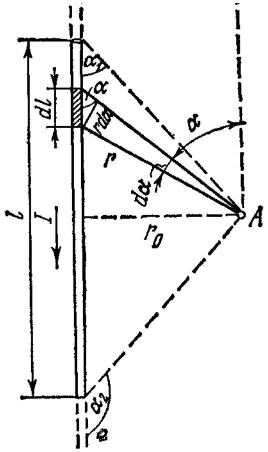


Рис. 5.4

Пример 3. Определить магнитную индукцию B поля, создаваемого отрезком бесконечно длинного прямого провода, в точке, равноудаленной от концов отрезка и находящейся на расстоянии r_0 = 20 см от его середины (рис. 5.4). Сила тока I, текущего по проводу, равна 30 А, длина l отрезка равна 60 см.

Решение. Для определения магнитной индукции поля, создаваемого отрезком провода, воспользуемся законом Био-Савара-Лапласа:

$$dB = \frac{\mu_0 I \sin(\alpha)}{2\pi r^2}dl\,. \qquad (1)$$

Прежде чем интегрировать выражение (1), преобразуем его так, чтобы можно было интегрировать по углу α. Выразим длину элемента dl проводника через $d\alpha$. Согласно рис. 4, запишем

$$dl = \frac{r d\alpha}{\sin(\alpha)}\,.$$

Подставим это выражение dl в формулу (1):

$$dB = \frac{\mu_0 I \sin(\alpha) r d\alpha}{4\pi r^2 \sin(\alpha)} = \frac{\mu_0 I d\alpha}{4\pi r}\,.$$

Но r – величина переменная, зависящая от α и равная $r = \dfrac{r_0}{\sin(\alpha)}$. Подставив r в предыдущую формулу, найдем

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}\sin(\alpha)d\alpha\,. \qquad (2)$$

Чтобы определить магнитную индукцию поля, создаваемого отрезком проводника, проинтегрируем выражение (2) в пределах от α_1 до α_2:

$$B = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2}\frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}\sin(\alpha)d\alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}\int_{\alpha_1}^{\alpha_2}\sin(\alpha)d\alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}(\cos(\alpha_1) - \cos(\alpha_2))\,. \quad (3)$$

Заметим, что при симметричном расположении точки A относительно отрезка провода $\cos(\alpha_2) = -\cos(\alpha_1)$. С учетом этого формула (3) примет вид

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_0}\cos(\alpha_1).$$

Из рис. 4 следует

$$\cos(\alpha) = \frac{\frac{l}{2}}{\sqrt{\frac{l^2}{4} + r_0^2}} = \frac{l}{\sqrt{4r_0^2 + l^2}}.$$

Подставив выражение $\cos(\alpha_1)$ в формулу (4), получим

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_0}\frac{l}{\sqrt{4r_0^2 + l^2}}.$$

Подставим числовые значения в формулу (5) и произведем вычисления:

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 30}{2\pi \cdot 0{,}2} \cdot \frac{0{,}6}{\sqrt{4 \cdot 0{,}2^2 + 0{,}6^2}} = 2{,}49 \cdot 10^{-5}\ \text{Тл} = 24{,}9\ \text{мкТл}.$$

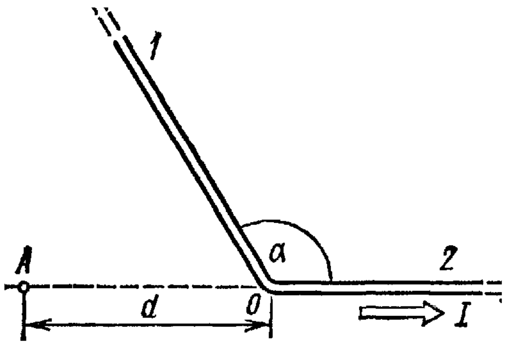


Рис. 5.5

Пример 4. Длинный провод с протекающим по нему током $I = 50$ А изогнут под углом $\alpha = 2\pi/3$. Определить магнитную индукцию B в точке A (рис. 5.5). Расстояние $d = 5$ см.

Решение. Изогнутый провод можно рассматривать как два длинных провода, концы которых соединены в точке O. В соответствии с принципом суперпозиции магнитных полей магнитная индукция B в точке A будет равна геометрической сумме магнитных индукций B_1 и B_2 полей, создаваемых отрезками длинных проводов *1* и *2*, т.е. $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$. Магнитная индукция B_2 равна нулю. Это следует из закона Био-Савара-Лапласа, согласно которому в точках, лежащих на оси проводника, $dB = 0$ ($[dlr] = 0$).

лярную восприимчивость χ_m висмута, если удельная магнитная восприимчивость $\chi_{УД} = -1{,}3 \cdot 10^{-9}$ м^3/кг.

Решение. Магнитная восприимчивость χ определяется соотношением

$$\chi = \frac{J}{H},$$

где J – намагниченность магнитного поля;

H – напряженность магнитного поля.

Намагниченность J, в свою очередь, определяется следующей формулой:

$$J = |J| = \frac{|\sum \mu_{Mi}|}{V},$$

где $\sum \mu_{Mi}$ – суммарный магнитный момент всех молекул в объеме V (магнетик предполагается однородным).

Соответственно

$$\chi_m = \frac{J_m}{H};$$

$$J_m = \sum \frac{\mu_{Mi}}{\nu},$$

где ν – количество вещества (число молей данного вещества);

$$\chi_{УД} = \frac{J_{УД}}{H};$$

$$J_{УД} = \sum \frac{\mu_{Mi}}{m},$$

где m – масса вещества.

1. Для определения удельной магнитной восприимчивости найдем отношение

$$\frac{\chi}{\chi_{УД}} = \frac{J}{J_{УД}} = \frac{m}{\nu} = \rho \quad \Rightarrow \quad \chi = \rho\chi_{УД},$$

где ρ – плотность.

Убедимся, в том, что правая часть равенства, так же как и χ, – величина безразмерная (неименованная):

$[\rho][\chi_{УД}] = 1$ кг/м$^3 \cdot 1$м^3/кг $= 1$.

Произведем вычисления (плотность висмута $\rho = 9{,}8 \cdot 10^3$ кг/м^3):

$\chi = 9{,}8 \cdot 10^3 \cdot (-1{,}3 \cdot 10^{-9}) \approx -1{,}3 \cdot 10^{-5}$.

2. Для определения молярной магнитной восприимчивости

ной восприимчивостью χ соотношением

$$\chi_m = \frac{\mu}{\rho}\chi .$$

• Магнетон Бора μ_B – элементарный магнитный момент – определяется формулой

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e},$$

где e – элементарный заряд;

m_e – масса электрона.

• Магнитная индукция B, напряженность H и намагниченность J в изотропном магнетике связаны соотношением

$B = \mu_0(H + J)$,

где μ_0 – магнитная постоянная.

• Намагниченность изотропного парамагнетика (по Ланжевену)

$J = n\mu_M L(a)$,

где n – концентрация молекул;

μ_M – магнитный момент отдельной молекулы;

$L(a)$ – функция Ланжевена.

• Функция Ланжевена

$$L(a) = \frac{e^a + e^{-a}}{e^a - e^{-a}} - \frac{1}{a}, \quad \text{здесь} \quad a = \frac{\mu_M B}{kT}.$$

Приближенное значение функции Ланжевена можно представить в виде знакопеременного ряда

$$L(a) = \frac{1}{3}a - \frac{1}{45}a^3 + \frac{2}{945}a^5 - \cdots$$

При $a \ll 1$ ($\mu_M B \ll kT$) функция $L(a) \approx \frac{1}{3}$ и намагниченность

$$J = \frac{n\mu_M}{3kT}B = \mu_0 \frac{n\mu_M^2}{3kT}.$$

• Магнитная восприимчивость парамагнитных веществ при $\mu_M B \ll kT$

$$\chi = \mu_0 \frac{n\mu_M^2}{3kT}.$$

5.7.1. Примеры решения задач

Пример 1. Определить магнитную восприимчивость χ и мо-

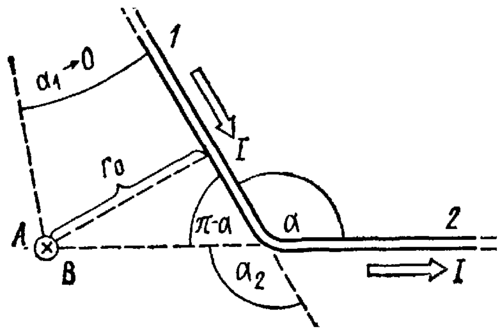


Рис. 5.6

Магнитную индукцию B_1 найдем, воспользовавшись формулой (3), полученной в примере 3:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}(\cos(\alpha_1) - \cos(\alpha_2)),$$

где r_0 – кратчайшее расстояние от проводника l до точки A (рис. 5.6)

В нашем случае $\alpha_1 \to 0$ (проводник длинный), $\alpha_2 = \alpha = 2\pi/3$ ($\cos(\alpha_2) = \cos(2\pi/3)) = -½$. Расстояние $r_0 = d\sin(\pi - \alpha) = d\sin(\pi/3) = d\sqrt{3/2}$. Тогда магнитная индукция

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi d\sqrt{\frac{3}{2}}}\left(1 + \frac{1}{2}\right).$$

Т.к. $B = B_1$ (потому что $B_2 = 0$), то

$$B = \frac{\sqrt{3}\mu_0 I}{4\pi d}.$$

Вектор $\vec{B}$ сонаправлен с вектором $\vec{B}_1$ и определяется правилом правого винта. На рис. 6 это направление отмечено значком ⊗ (перпендикулярно плоскости чертежа от нас).

Проверка единиц аналогична выполненной в примере 1.

Произведем вычисления:

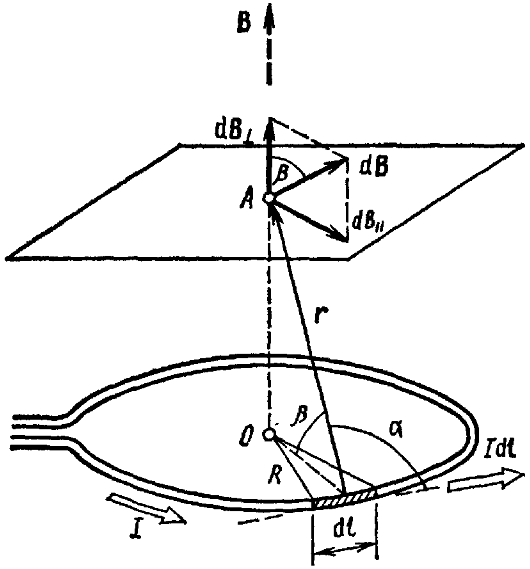
$$B = \frac{\sqrt{3}\cdot 4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 50}{4\pi\cdot 5\cdot 10^{-2}} = 3{,}46\cdot 10^{-5}\ \text{Тл} = 34{,}6\ \text{мкТл}.$$

Пример 5. По тонкому проводящему кольцу радиусом $R = 10$ см протекает ток $I = 80$ А. Найти магнитную индукцию B в точке A, равноудаленной от всех точек кольца на расстояние $r = 20$ см.

Решение. Для решения задачи воспользуемся законом Био-Савара-Лапласа:

$$dB = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}[d\vec{l}\vec{r}]\frac{I}{r^3},$$

где dB – магнитная индукция поля, создаваемого элементом тока Idl в точке, определяемой радиусом-вектором r.



Выделим на кольце элемент dl и от него в точку A проведем радиус-вектор r (рис. 5.7). Вектор dB направим в соответствии с правилом буравчика.

Согласно принципу суперпозиции магнитных полей, магнитная индукции В в точке A определяется интегралом

$$B = \int dB,$$

причём интегрирование ведется по всем элементам dl кольца.

Рис. 5.7

Разложим вектор dB на две составляющие: $dB_\perp$ – перпендикулярную плоскости кольца и $dB_\parallel$ – параллельную плоскости кольца, т.е. $dB = dB_\perp + dB_\parallel$. Тогда

$$B = \int_L dB + \int_L dB .$$

Заметив, что $\int dB = 0$ из соображений симметрии, и что векторы $dB_\perp$ от различных элементов dl сонаправлены, заменим векторное суммирование (интегрирование) скалярным:

$$B = \int_L dB_\perp ,$$

где $dB_\perp = dB\cos(\beta) = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{Idl}{r^2}$ (поскольку dl перпендикулярен r и, следовательно, $\sin(\alpha) = 1$). Таким образом,

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{r^2}\cos\beta\int_0^{2\pi R} dl = \frac{\mu_0 I\cos\beta\cdot 2\pi R}{4\pi r^2}.$$

После сокращения на 2π и замены $\cos(\beta)$ на R/r (рис. 7) получим $B = \dfrac{\mu_0 IR^2}{2r^3}$. Выразим все величины в единицах СИ и произведем вычисления:

26.22. Индуктивность L колебательного контура равна 0,5 мГн. Какова должна быть электроемкость C контура, чтобы он резонировал на длину волны $\lambda = 300$ м?

26.23. На какую длину волны λ будет резонировать контур, состоящий из катушки индуктивностью $L = 4$ мкГн и конденсатора электроемкостью $C = 1{,}11$ нФ?

26.24. Для демонстрации опытов Герца с преломлением электромагнитных волн иногда берут большую призму, изготовленную из парафина. Определить показатель преломления парафина, если его диэлектрическая проницаемость $\varepsilon = 2$ и магнитная проницаемость $\mu = 1$.

26.25. Два параллельных провода, погруженных в глицерин, индуктивно соединены с генератором электромагнитных колебаний частотой $f = 420$ МГц. Расстояние l между пучностями стоячих волн на проводах равно 7 см. Найти диэлектрическую проницаемость ε глицерина. Магнитную проницаемость μ принять равной единице.

5.7. МАГНИТНЫЕ СВОЙСТВА ВЕЩЕСТВА

Основные формулы

• Намагниченность J – величина, равная отношению магнитного момента малого объема ΔV вещества к этому объему:

$$I = \frac{1}{\Delta V}\sum_{i=1}^{N}\mu_{Mi} ,$$

где μ_{Mi} – магнитный момент отдельной (i-й) молекулы;

N – число молекул в объеме ΔV.

• Намагниченность J в изотропном магнетике пропорциональна напряженности магнитного поля Н:

$$J = \chi H,$$

где χ – магнитная восприимчивость (безразмерна).

• Удельная магнитная восприимчивость $\chi_{УД}$ связана с магнитной восприимчивостью χ соотношением

$$\chi_{УД} = \frac{\chi}{\rho},$$

где ρ – плотность вещества.

• Молярная магнитная восприимчивость χ_m связана с магнит-гистерезиса не учитывать.

26.13. Обмотка тороида с немагнитным сердечником имеет $n = 10$ витков на каждый сантиметр длины. Определить плотность энергии ω поля, если по обмотке протекает ток $I = 16$ А.

26.14. Обмотка тороида содержит $n = 10$ витков на каждый сантиметр длины. Сердечник немагнитный. При какой силе тока I в обмотке плотность энергии ω магнитного поля равна 1 Дж/м^3?

26.15. Катушка индуктивностью $L = 1$ мГн и воздушный конденсатор, состоящий из двух круглых пластин диаметром $D = 20$ см каждая, соединены параллельно. Расстояние d между пластинами равно 1 см. Определить период T колебаний.

26.16. Конденсатор электроемкостью $C = 500$ пФ соединен параллельно с катушкой длиной $l = 40$ см и площадью сечения $S = 5$ см^2. Катушка содержит $N = 1000$ витков. Сердечник немагнитный. Найти период T колебаний.

26.17. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью $L = 20$ мкГн и конденсатора электроемкостью $C = 80$ нФ. Величина емкости может отклоняться от указанного значения на 2 %. Вычислить, в каких пределах может изменяться длина волны, на которую резонирует контур.

26.18. Колебательный контур имеет индуктивность $L = 1{,}6$ мГн, электроемкость $C = 0{,}04$ мкФ и максимальное напряжение на зажимах $U_{max} = 200$ В. Определить максимальную силу тока I_{max} в контуре. Сопротивление контура ничтожно мало.

26.19. Колебательный контур содержит конденсатор электроемкостью $C = 8$ пФ и катушку индуктивностью $L = 0{,}5$ мГн. Каково максимальное напряжение U_{max} на обкладках конденсатора, если максимальная сила тока $I_{max} = 40$ мА?

26.20. Катушка (без сердечника) длиной $l = 50$ см и площадью S_1 сечения, равной 3 см^2, имеет $N = 1000$ витков и соединена параллельно с конденсатором. Конденсатор состоит из двух пластин площадью $S_2 = 75$ см^2 каждая. Расстояние d между пластинами равно 5 мм. Диэлектрик – воздух. Определить период T колебаний контура.

26.21. Колебательный контур состоит из параллельно соединенных конденсатора электроемкостью $C = 1$ мкФ и катушки индуктивностью $L = 1$ мГн. Сопротивление контура ничтожно мало. Найти частоту f колебаний.

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 80 \cdot 0{,}1^2}{2 \cdot 0{,}2^2} = 6{,}28 \cdot 10^{-5} \text{ Тл} = 62{,}8 \text{ мкТл}.$$

Вектор В направлен на оси кольца (пунктирная стрелка на рис. 7) в соответствии с правилом буравчика.

Пример 6. бесконечно длинный проводник изогнут так, как это изображено на рис. 5.8. Радиус дуги окружности $R = 10$ см. Определить магнитную индукцию B поля, создаваемого в токе O током $I = 80$ А, текущим по этому проводнику.

Решение. Магнитную индукцию B в точке O найдем, используя принцип суперпозиции магнитных полей $B = \sum B_i$. В нашем случае проводник можно разбить на три части (рис. 5.9) два прямолинейных проводника (*1* и *3*), одним концом уходящие в бесконечность, и дугу полуокружности (2) радиуса R. Тогда

$B = B_1 + B_2 + B_3$,

где B_1, B_2 и B_3 – магнитные индукции поля в точке O, создаваемые током, текущим соответственно на первом, втором и третьем участках проводника.

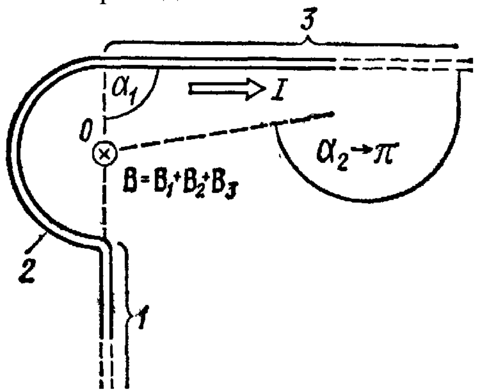


Рис. 5.8

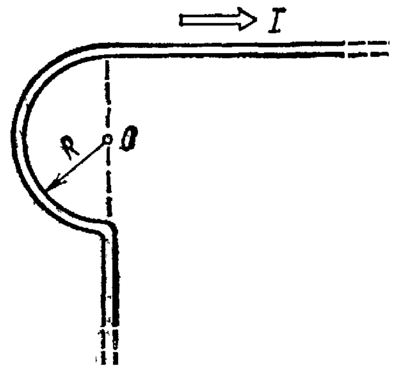


Рис. 5.9

Так как точка O лежит на оси проводника *1*, то $B_1 = 0$ и тогда

$B = B_2 + B_3$

Учитывая, что векторы $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_3$ направлены в соответствии с правилом буравчика перпендикулярно плоскости чертежа от нас, геометрическое суммирование можно заменить алгебраическим:

$B = B_2 + B_3$.

Магнитную индукцию поля B_2 можно найти, используя выражение для магнитной индукции в центре кругового проводника с током I:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}.$$

Так как магнитная индукция B_2 создается в точке O половиной такого кругового проводника с током, то, учитывая равный вклад в магнитную индукцию от каждой половинки проводника, можно написать

$$B = \frac{\mu_0 I}{4R}.$$

Магнитную индукцию B_3 найдем, используя формулу (3) примера 3:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}(\cos(\alpha_1) - cjs(\alpha_2)).$$

В нашем случае

$$r_0 = R; \quad \alpha_1 = \frac{\pi}{2}(\cos(\alpha_1) = 0); \quad \alpha_2 \to \pi(\cos(\alpha_2) = -1).$$

Тогда

$$B_3 = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}.$$

Используя найденные выражения для B_2 и B_3 получим

$$B = B_2 + B_3 = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}(\pi + 1).$$

Произведем вычисления:
$B = 3{,}31 \cdot 10^{-4}$ Тл = 331 мкТл.

5.1.2. Задачи для самостоятельногоо решения

Связь между напряженностью и индукцией магнитного поля в вакууме

21.1. Напряженность H магнитного поля равна 79,6 кА/м. Определить магнитную индукцию B_0 этого поля в вакууме.

21.2. Магнитная индукция B поля в вакууме равна 10 мТл. Найти напряженность H магнитного поля.

21.3. Вычислить напряженность H магнитного поля, если его индукция в вакууме B_0 = 0,05 Тл.

Поле кругового тока и соленоида

ния магнитной проницаемости следует воспользоваться графиком, приведенном выше. Явление гистерезиса не учитывать.

Объемная плотность энергии

26.6. При индукции B поля, равной 1 Тл, плотность энергии ω магнитного поля в железе равна 200 Дж/м^3. Определить магнитную проницаемость μ, железа в этих условиях. Для определения магнитной проницаемости следует воспользоваться графиком, приведенном выше. Явление гистерезиса не учитывать.

26.7. Определить объемную плотность энергии ω магнитного поля в стальном сердечнике, если индукция B магнитного поля равна 0,5 Тл. Для определения магнитной проницаемости следует воспользоваться графиком, приведенном выше. Явление гистерезиса не учитывать.

26.8. Индукция магнитного поля тороида со стальным сердечником возросла от B_1 = 0,5 Тл до B_2 = 1 Тл. Найти, во сколько раз изменилась объемная плотность энергии ω магнитного поля. Для определения магнитной проницаемости следует воспользоваться графиком, приведенном выше. Явление гистерезиса не учитывать.

26.9. Вычислить плотность энергии ω магнитного поля в железном сердечнике замкнутого соленоида, если напряженность H намагничивающего поля равна 1,2 кА/м. Для определения магнитной проницаемости следует воспользоваться графиком, приведенном выше. Явление гистерезиса не учитывать.

26.10. Напряженность магнитного поля тороида со стальным сердечником возросла от H_1 = 200 А/м до H_2 = 800 А/м. Определить, во сколько раз изменилась объемная плотность энергии ω магнитного поля. Для определения магнитной проницаемости следует воспользоваться графиком, приведенном выше. Явление гистерезиса не учитывать.

26.11. При некоторой силе тока I плотность энергии ω магнитного поля соленоида (без сердечника) равна 0,2 Дж/м^3. Во сколько раз увеличится плотность энергии поля при той же силе тока, если соленоид будет иметь железный сердечник?

26.12. Найти плотность энергии ω магнитного поля в железном сердечнике соленоида, если напряженность H намагничивающего поля равна 1,6 кА/м. Для определения магнитной проницаемости следует воспользоваться графиком, приведенном выше. Явление тивностью L = 1,2 мГн и конденсатора переменной электроемкости от C_1 = 12 пФ до C_2 = 80 пФ. Определить диапазон длин электромагнитных волн, которые могут вызывать резонанс в этом контуре. Активное сопротивление контура принять равным нулю.

Решение. Длина λ электромагнитной волны, которая может вызвать резонанс в колебательном контуре, связана с периодом T колебаний контура соотношением

$$\lambda = cT. \quad (1)$$

Период колебаний, в свою очередь, связан с индуктивностью L катушки и электроемкостью C конденсатора колебательного контура соотношением (формула Томсона) $T = 2\pi\sqrt{LC}$. Следовательно,

$$\lambda = 2\pi c\sqrt{LC} . \quad (2)$$

Согласно условию задачи, индуктивность контура неизменна, а электроемкость контура может изменяться в пределах от C_1 до C_2. Этим значениям электроемкости соответствуют длины волн λ_1 и λ_2, определяющие диапазон длин волн, которые могут вызвать резонанс. После вычислений по формуле (2) получим:

λ_1 = 226 м; λ_2 = 585 м.

5.6.2. Задачи для самостоятельного решения

Энергия магнитного поля соленоида и тороида

26.1. По обмотке соленоида индуктивностью L = 0,2 Гн протекает ток I = 10 А. Определить энергию W магнитного поля соленоида.

26.2. Индуктивность L катушки (без сердечника) равна 0,1 мГн. При какой силе тока I энергия W магнитного поля равна 100 мкДж?

26.3. Соленоид содержит N = 1000 витков. Сила тока I в его обмотке равна 1 А, магнитный поток Ф через поперечное сечение соленоида равен 0,1 мВб. Вычислить энергию W магнитного поля.

26.4. На железное кольцо намотано в один слой N = 200 витков. Определить энергию W магнитного поля, если при токе I = 2,5 А магнитный поток Ф в железе равен 0,5 мВб.

26.5. По обмотке тороида протекает ток силой I = 0,6 А. Витки провода диаметром d = 0,4 мм плотно прилегают друг к другу (толщиной изоляции пренебречь). Найти энергию W магнитного поля в стальном сердечнике тороида, если площадь S сечения его равна 4 см^2, диаметр D средней линии равен 30 см. Для определе-

21.4. Найти магнитную индукцию в центре тонкого кольца, по которому идет ток I = 10 А. Радиус r кольца равен 5 см.

21.5. По обмотке очень короткой катушки радиусом r = 16 см протекает ток I = 5 А. Сколько витков N проволоки намотано на катушку, если напряженность H магнитного поля в ее центре равна 800 А/м?

21.6. Напряженность H магнитного поля в центре кругового витка радиусом r = 8 см равна 30 А/м. Определить напряженность H_1.

21.7. При какой силе тока I, текущего по тонкому проводящему кольцу радиусом R = 0,2 м, магнитная индукция B в точке, равноудаленной от всех точек кольца на расстояние r = 0,3 м, станет равной 20 мкТл?

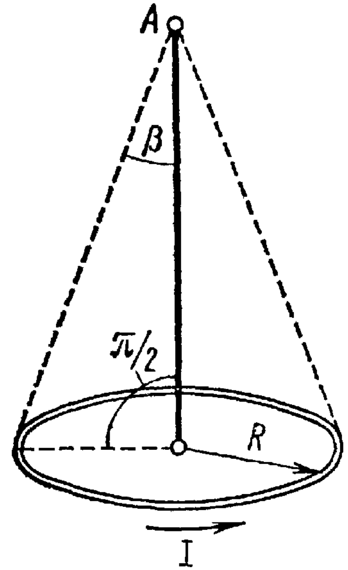


Рис. 5.10

21.8. По проводнику в виде тонкого кольца радиусом R = 10 см протекает ток. Чему равна сила тока I, если магнитная индукция B поля в точке A (рис. 5.10) равна 1 мкТл? Угол β = 10°.

21.9. Катушка длиной l = 20 см содержит N = 100 витков. По обмотке катушки идет ток I = 5 А. Диаметр d катушки равен 20 см. Определить магнитную индукцию B в точке, лежащей на оси катушки на расстоянии a = 10 см от ее конца.

21.10. Длинный прямой соленоид из проволоки диаметром d = 0,5 мм намотан так, что витки плотно прилегают друг к другу. Какова напряженность H магнитного поля внутри соленоида при силе тока I = 4 А? Толщиной изоляции пренебречь.

21.11. Обмотка катушки диаметром d = 10 см состоит из плотно прилегающих друг к другу витков тонкой проволоки. Определить минимальную длину $l_{\min}$ катушки, при которой магнитная индукция в середине ее отличается от магнитной индукции бесконечного соленоида, содержащего такое же количество витков на единицу длины, не более чем на 0,5%. Сила тока, протекающего по обмотке, в обоих случаях одинакова.

21.12. Обмотка соленоида выполнена тонким проводом с плотно прилегающими друг к другу витками. Длина l катушки равна 1 м, ее диаметр $d = 2$ см. По обмотке протекает ток. Вычислить размеры участка на осевой линии, в пределах которого магнитная индукция может быть вычислена по формуле бесконечного соленоида с погрешностью, не превышающей 0,1%.

21.13. Тонкая лента шириной $l = 40$ см свернута в трубку радиусом $R = 30$ см. По ленте протекает равномерно распределенный по ее ширине ток $I = 200$ А (рис. 5.11). Определить магнитную индукцию B на оси трубки в двух точках: 1) в средней точке; 2) в точке, совпадающей с концом трубки.

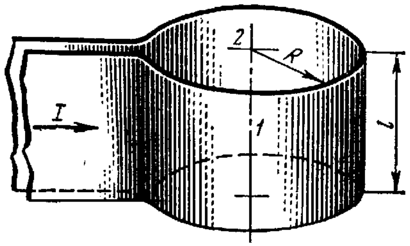


Рис. 5.11

Поле прямого тока

21.14. По прямому бесконечно длинному проводнику протекает ток $I = 50$ А. Определить магнитную индукцию B в точке, удаленной на расстояние $r = 5$ см от проводника.

21.15. Два длинных параллельных провода находятся на расстоянии $r = 5$ см один от другого. По проводам протекают в противоположных направлениях одинаковые токи $I = 10$ А каждый. Найти напряженность H магнитного поля в точке, находящейся на расстоянии $r_1 = 2$ см от одного и $r_2 = 3$ см от другого провода.

21.16. Расстояние d между двумя длинными параллельными проводами равно 5 см. По проводам в одном направлении протекают одинаковые токи $I = 30$ А каждый. Найти напряженность H магнитного поля в точке, находящейся на расстоянии $r_1 = 4$ см от одного и $r_2 = 3$ см от другого провода.

21.17. По двум бесконечно длинным прямым параллельным проводам протекают токи $I = 50$ А и $I_2 = 100$ А в противоположных

лучим

$H = 400$ А/м.

По графику находим, что напряженности $H = 400$ А/м соответствует магнитная индукция $B = 1{,}05$ Тл. Подставив найденные значения B и H, а также значение μ_0 в формулу (2), вычислим магнитную проницаемость:

$\mu = 2{,}09\cdot10^3$.

Пример 4. Колебательный контур, состоящий из воздушного конденсатора с двумя пластинами площадью $S = 100$ см^2 каждая и катушки с индуктивностью $L = 1$ мкГн, резонирует на волну длиной $\lambda = 10$ м. Определить расстояние d между пластинами конденсатора.

Решение. Расстояние между пластинами конденсатора можно найти из формулы электроемкости плоского конденсатора $C = \dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$, где ε – диэлектрическая проницаемость среды, заполняющей конденсатор, откуда

$$d = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{C} \qquad (1)$$

Из формулы Томсона, определяющей период колебаний в электрическом контуре: $T = 2\pi\sqrt{LC}$, находим электроемкость

$$C = \frac{T^2}{4\pi^2 L}. \qquad (2)$$

Неизвестный в условии задачи период колебаний можно определить, зная длину волны λ, на которую резонирует контур. Из соотношения $\lambda = cT$ имеем

$$T = \frac{\lambda}{c}.$$

Подставив выражения периода T в формулу (2), а затем электроемкости C в формулу (1), получим

$$d = c^2\,\frac{4\pi^2\varepsilon_0 SL}{\lambda^2}.$$

Произведя вычисления, получим $d = 3{,}14$ мм.

Пример 5. Колебательный контур состоит из катушки с индукдечником протекает ток $I = 2$ А. Определить объемную плотность ω энергии магнитного поля в сердечнике, если число витков на каждом сантиметре длины соленоида равно $n = 7$ см$^{-1}$.

Решение. Объемная плотность энергии магнитного поля определяется по формуле

$$\omega = \frac{BH}{2\mu_0}. \qquad (1)$$

Напряженность H магнитного поля найдем по формуле $H = nI$. Подставив сюда значения n ($n = 7$ см$^{-1}$ = 700 м$^{-1}$) и I, найдем

$H = 1400$ А/м.

Магнитную индукцию B определим по графику зависимости B от H для стали (см. выше). Находим, что напряженности $H = 1400$ А/м соответствует магнитная индукция $B = 1{,}2$ Тл.

Произведя вычисление по формуле (1), найдем объемную плотность энергии:

$\omega = 840$ Дж/м^3.

Пример 3. На железный сердечник длиной $l = 20$ см малого сечения ($d<l$) намотано $N = 200$ витков. Определить магнитную проницаемость μ железа при силе тока $I = 0{,}4$ А.

Решение. Магнитная проницаемость μ связана с магнитной индукцией B и напряженностью H магнитного поля соотношением

$$B = \mu_0 \mu H. \qquad (1)$$

Эта формула не выражает линейной зависимости B от H, так как μ является функцией H. Поэтому для определения магнитной проницаемости обычно пользуются графиком зависимости $B(H)$ (см. выше). Из формулы (1) выразим магнитную проницаемость:

$$\mu = \frac{B}{\mu_0 H}.$$

Напряженность H магнитного поля вычислим по формуле (катушку с малым сечением можно принять за соленоид) $H = nI$, где n – число витков, приходящихся на отрезок катушки длиной 1 м. Выразив в этой формуле n через число N витков катушки и ее длину l, получим

$$H = \frac{N}{l} I.$$

Подставив сюда значения N, l и I и произведя вычисления, по-

направлениях. Расстояние d между проводами равно 20 см. Определить магнитную индукцию B в точке, удаленной на $r_1 = 25$ см от первого и на $r_2 = 40$ см от второго провода.

21.18. По двум бесконечно длинным прямым параллельным проводам протекают токи $I_1 = 20$ А и $I_2 = 30$ А в одном направлении. Расстояние d между проводами равно 10 см. Вычислить магнитную индукцию B в точке, удаленной от обоих проводов на одинаковое расстояние $r = 10$ см.

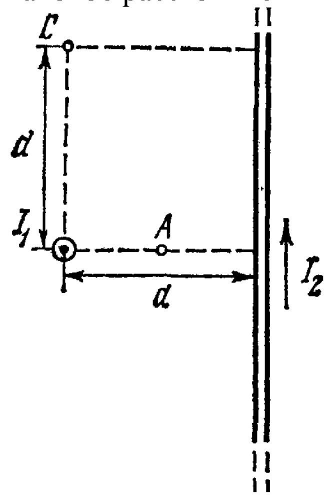


Рис. 5.12

21.19. Два бесконечно длинных прямых провода скрещены под прямым углом (рис. 5.12). По проводам протекают токи $I_1 = 80$ А и $I_2 = 60$ А. Расстояние d между проводами равно 10 см. Определит магнитную индукцию B в точке A, одинаково удаленной от обоих проводников.

21.20. По двум бесконечно длинным прямым проводам, скрещенным под прямым углом, протекают токи $I_1 = 30$ А и $I_2 = 40$ А. Расстояние d между проводами равно 20 см. Определить магнитную индукцию B в точке C (рис. 5.12), одинаково удаленной от обоих проводов на расстояние, равное d.

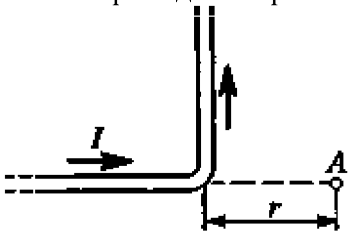
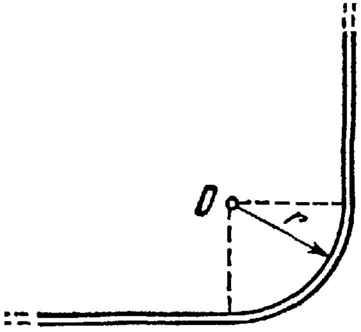


Рис. 5.13

21.21. Бесконечно длинный прямой провод согнут под прямым углом. По проводнику протекает ток $I = 20$ А. Какова магнитная индукция B в точке A (рис. 5.13), если $r = 5$ см?



21.22. По бесконечно длинному прямому проводу, изогнутому так, как это показано на рис. 5.14, протекает ток $I = 100$ А Определить магнитную индукцию B в точке O, если $r = 10$ см.

Рис. 5.14

21.23. Бесконечно длинный прямой провод согнут под прямым углом. По проводу протекает ток $I = 100$ А. Вычислить магнитную индукцию B в точках, лежащих на биссектрисе угла и удаленных от вершины угла на $a = 10$ см.

21.24. По бесконечно длинному прямому проводу, согнутому под углом $\alpha = 120°$, протекает ток $I = 50$ А. Найти магнитную индукцию B в точках, лежащих на биссектрисе угла и удаленных от вершины его на расстояние $a = 5$ см.

21.25. По контуру в виде равностороннего треугольника протекает ток $I = 40$ А. Длина a стороны треугольника равна 30 см. Определить магнитную индукцию B в точке пересечения высот.

21.26. По контуру в виде квадрата протекает ток $I = 50$ А. Длина a стороны квадрата равна 20 см. Определить магнитную индукцию B в точке пересечения диагоналей.

21.27. По тонкому проводу, изогнутому в виде прямоугольника, протекает ток $I = 60$ А. Длины сторон прямоугольника равны $a = 30$ см и $b = 40$ см. Определить магнитную индукцию B в точке пересечения диагоналей.

21.28. Тонкий провод изогнут в виде правильного шестиугольника. Длина d стороны шестиугольника равна 10 см. Определить магнитную индукцию B в центре шестиугольника, если по проводу протекает ток = 25А

21.29. По проводу, согнутому в виде правильного шестиугольника с длиной a стороны, равной 20 см, протекает ток $I = 100$ А. Найти напряженность H магнитного поля в центре шестиугольника. Для сравнения определить напряженность H_0 поля в центре кругового провода, совпадающего с окружностью, описанной око-

C – электроемкость контура.

• Связь длины электромагнитной волны с периодом T и частотой f колебаний

$$\lambda = cT = \frac{c}{f},$$

где c – скорость электромагнитных волн в вакууме ($c = 3 \cdot 10^8$ м/с).

• Скорость электромагнитных волн в среде

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}},$$

где ε – диэлектрическая проницаемость среды;

μ – магнитная проницаемость среды.

5.6.1. Примеры решения задач

Пример 1. На стержень из немагнитного материала длиной $l = 50$ см намотан в один слой провод так, что на каждый сантиметр длины стержня приходится 20 витков. Определить энергию W магнитного поля внутри соленоида, если сила тока I в обмотке равна 0,5 А. Площадь S сечения стержня равна 2 см^2.

Решение. Энергия магнитного поля соленоида с индуктивностью L, по обмотке которого протекает ток I, выражается формулой

$$W = \frac{LI^2}{2}. \qquad (1)$$

Индуктивность соленоида в случае немагнитного сердечника зависит только от числа витков на единицу длины и от объема V сердечника: $L = \mu_0 n^2 V$, где μ_0 – магнитная постоянная. Подставив выражение индуктивности L в формулу (1), получим

$$W = \frac{\mu_0 n^2 V I^2}{2}.$$

Учтя, что V = lS, получим

$$W = \frac{\mu_0 n^2 I^2 S l}{2}. \qquad (2)$$

Сделав вычисления по формуле (2), получим

$W = 126$ мкДж.

Пример 2. По обмотке длинного соленоида со стальным сер-

Бетатрон

25.47. Средняя скорость изменения магнитного потока $\left\langle \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right\rangle$ в бетатроне, рассчитанном на энергию $T = 60$ МэВ, составляет 50 Вб/с. Определить: 1) число N оборотов электрона на орбите за время ускоренного движения; 2) путь l, пройденный электроном, если радиус r орбиты равен 20 см.

25.48. В бетатроне скорость изменения магнитной индукции $\frac{d<B>}{dt} = 60$ Тл/с. Определить: 1) напряженность E вихревого электрического поля на орбите электрона, если ее радиус $r = 0{,}5$ м; 2) силу F, действующую на электрон.

25.49. Электрон в бетатроне движется по орбите радиусом $r = 0{,}4$ м и приобретает за один оборот кинетическую энергию $T = 20$ эВ. Вычислить скорость изменения магнитной индукции $\frac{d<B>}{dt}$, считая эту скорость в течение интересующего нас промежутка времени постоянной.

5.6. ЭНЕРГИЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Основные формулы

• Энергия W магнитного поля, создаваемого током в замкнутом контуре индуктивностью L, определяется формулой

$$W = \frac{LI^2}{2},$$

где I – сила тока в контуре.

• Объемная (пространственная) плотность энергии однородного магнитного поля (например, поля длинного соленоида)

$$\omega = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} = \frac{B^2}{2\mu_0\mu}.$$

• Формула Томсона. Период собственных колебаний в контуре без активного сопротивления

$$T = 2\pi\sqrt{LC},$$

где L – индуктивность контура;

ло данного шестиугольника.

21.30. По тонкому проволочному кольцу протекает ток. Не изменяя силы тока в проводнике, ему придали форму квадрата. Во сколько раз изменилась магнитная индукция в центре контура?

21.31. Бесконечно длинный тонкий проводник с током $I = 50$ А имеет изгиб (плоскую петлю) радиусом $R = 10$ см. Определить в точке O магнитную индукцию B поля, создаваемого этим током, в случаях $а – е$, изображенных на рис. 5.15.

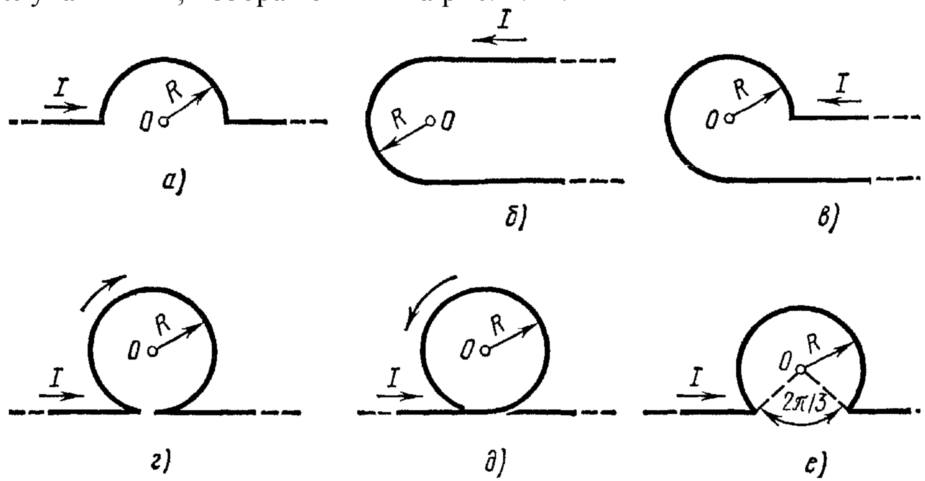


Рис. 5.15

21.32. По плоскому контуру из тонкого провода протекает ток $I = 100$ А. Определить магнитную индукцию B поля, создаваемого этим током в точке O, в случаях $а – е$, изображенных на рис. 5.16. Радиус R изогнутой части контура равен 20 см.

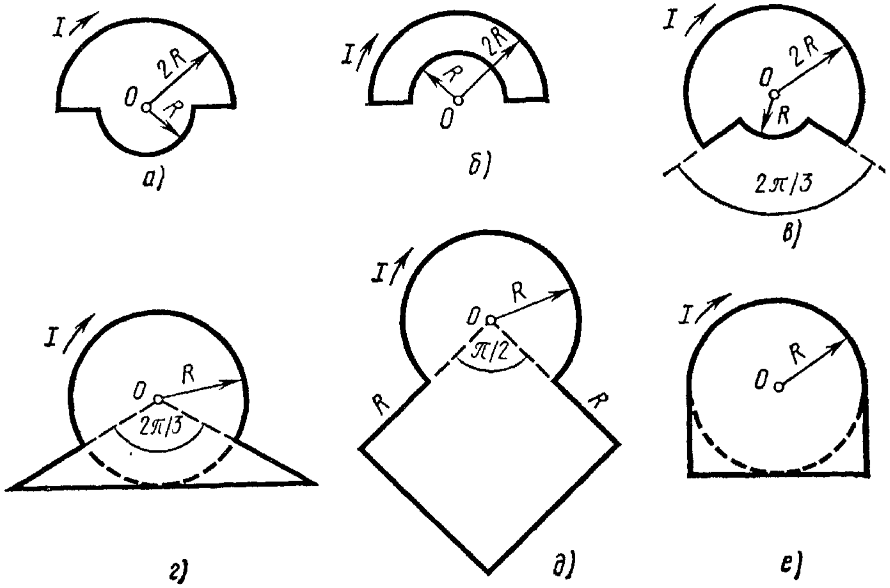


Рис. 5.16

Поле движущегося заряда

21.33. Электрон в невозбужденном атоме водорода движется вокруг ядра по окружности радиусом $r = 53$ пм. Вычислить силу эквивалентного кругового тока I и напряженность H поля в центре окружности.

21.34. Определить максимальную магнитную индукцию $B_{\max}$ поля, создаваемого электроном, движущимся прямолинейно со скоростью $v = 10$ Мм/с, в точке, отстоящей от траектории на расстоянии $d = 1$ нм.

21.35. На расстоянии г = 10 нм от траектории прямолинейно движущегося электрона максимальное значение магнитной индукции $B_{max} = 160$ мкТл. Определить скорость $м$ электрона.

5.2. СИЛА, ДЕЙСТВУЮЩАЯ НА ПРОВОДНИК С ТОКОМ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Основные формулы

• Закон Ампера. Сила, действующая на проводник с током в

$N = 500$ витков. Длина сердечника $l = 50$ см. Как и во сколько раз изменится индуктивность L соленоида, если сила тока, протекающего по обмотке, возрастет от $I_1 = 0{,}1$ А до $I_2 = 1$ А.

25.40. Две катушки расположены на небольшом расстоянии одна от другой. Когда сила тока в первой катушке изменяется с быстротой $\frac{\Delta I}{\Delta t} = 5$ А/с, во второй катушке возникает ЭДС индукции $\varepsilon = 0{,}1$ В. Определить коэффициент M взаимной индукции катушек.

25.41. Обмотка тороида с немагнитным сердечником имеет $N_1 = 251$ виток. Средний диаметр тороида $\langle D \rangle = 8$ см, диаметр витков $d = 2$ см. На тороид намотана вторичная обмотка, имеющая $N_2 = 100$ витков. При замыкании первичной обмотки в ней в течение $t = 1$ мс устанавливается сила тока $I = 3$ А. Найти среднюю ЭДС индукции $\langle \varepsilon \rangle$, возникающей на вторичной обмотке.

Экстратоки замыкания и размыкания

25.42. В цепи протекал ток $I = 50$ А. Источник тока можно отключить от цепи, не разрывая ее. Определить силу тока I в этой цепи через $t = 0{,}01$ с после отключения ее от источника тока. Сопротивление R цепи равно 20 Ом, ее индуктивность $L = 0{,}1$ Гн.

25.43. Источник тока замкнули на катушку с сопротивлением $R = 10$ Ом и индуктивностью $L = 1$ Гн. Через сколько времени сила тока замыкания достигнет 0,9 предельного значения?

25.44. Цепь состоит из катушки индуктивностью $L = 1$ Гн и сопротивлением $R = 10$ Ом. Источник тока можно отключать, не разрывая цепи. Определить время t, по истечении которого сила тока уменьшится до 0,001 первоначального значения.

25.45. К источнику тока с внутренним сопротивлением $R_i = 2$ Ом подключают катушку индуктивностью $L = 0{,}5$ Гн и сопротивлением $R = 8$ Ом. Найти время t, в течение которого ток в катушке, нарастая, достигнет значения, отличающегося от максимального на 1 %.

25.46. В цепи (см. рис. 1) $R_1 = 5$ Ом, $R_2 = 95$ Ом, $L = 0{,}34$ Гн, $\varepsilon = 38$ В. Внутреннее сопротивление r источника тока пренебрежимо мало. Определить силу тока I в резисторе сопротивлением R_2 в следующих трех случаях: 1) до размыкания цепи ключом K; 2) в момент размыкания ($t_1 = 0$); 3) через $t_2 = 0{,}01$ с после размыкания.

чения соленоида равна 20 см^2. Определить число n витков на каждом сантиметре длины соленоида.

25.31. Сколько витков проволоки диаметром $d = 0{,}4$ мм с изоляцией ничтожной толщины нужно намотать на картонный цилиндр диаметром $D = 2$ см, чтобы получить однослойную катушку с индуктивностью $L = 1$ мГн? Витки вплотную прилегают друг к другу.

25.32. Катушка, намотанная на немагнитный цилиндрический каркас, имеет $N_1 = 750$ витков и индуктивность $L_1 = 25$ мГн. Чтобы увеличить индуктивность катушки до $L_2 = 36$ мГн, обмотку с катушки сняли и заменили обмоткой из более тонкой проволоки с таким расчетом, чтобы длина катушки осталась прежней. Определить число N_2 витков катушки после перемотки.

25.33. Определить индуктивность L двухпроводной линии на участке длиной $l = 1$ км. Радиус R провода равен 1 мм, расстояние d между осевыми линиями равно 0,4 м. При решении задачи учесть только внутренний магнитный поток, т.е. поток, пронизывающий контур, ограниченный проводами.

25.34. Соленоид индуктивностью $L = 4$ мГн содержит $N = 600$ витков. Определить магнитный поток Ф, если сила тока I, протекающего по обмотке, равна 12 А.

25.35. Индуктивность L катушки без сердечника равна 0,02 Гн. Какое потокосцепление Ψ создается, когда по обмотке протекает ток $I = 5$ А?

25.36. Длинный прямой соленоид, намотанный на немагнитный каркас, имеет $N = 1000$ витков и индуктивность $L = 3$ мГн. Какой магнитный поток Ф и какое потокосцепление Ψ создает соленоид при силе тока $I = 1$ А?

25.37. Соленоид, площадь сечения которого $S = 5$ см^2, содержит $N = 1200$ витков. Индукция B магнитного поля внутри соленоида при силе тока $I = 2$ А равна 0,01 Тл. Определить индуктивность L соленоида.

25.38. Соленоид содержит $N = 1000$ витков. Площадь сечения сердечника $S = 10$ см^2. По обмотке протекает ток, создающий поле с индукцией В = 1,5 Тл. Найти среднюю ЭДС индукции $\langle\varepsilon\rangle$, возникающей в соленоиде, если ток уменьшится до нуля за время $t = 500$ мкс.

25.39. Обмотка соленоида с железным сердечником содержит

магнитном поле,

$F = [IB]l$?

где I – сила тока;

l – вектор, равный по модулю длине l проводника и совпадающий по направлению с током;

B – магнитная индукция поля.

Модуль вектора F определяется выражением

$F = BIl\sin(\alpha)$,

где α – угол между векторами l и B.

• Сила взаимодействия двух прямых бесконечно длинных параллельных проводников с токами I_1 и I_2, находящихся на расстоянии d друг от друга, рассчитанная на отрезок проводника длиной l выражается формулой

$$F = \frac{\mu_0\mu}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{d}.$$

• Магнитный момент контура с током

$P_m = IS$,

где S – вектор, равный по модулю площади S, охватываемой контуром, и совпадающий по направлению с нормалью к его плоскости.

• Механический момент, действующий на контур с током, помещенный в однородное магнитное поле,

$M = [p_m B]$.

Модуль механического момента

$M = p_m \sin(\alpha)$,

где α – угол между векторами $\vec{p}_m$ и $\vec{B}$.

• Потенциальная (механическая) энергия контура с током в магнитном поле

$П_{МЕХ} = p_m B = p_m B\cos(\alpha)$.

• Сила, действующая на контур с током в магнитном поле (изменяющемся вдоль оси x),

$$F = p_m \frac{\partial B}{\partial x}\cos(\alpha),$$

где $\frac{\partial B}{\partial x}$ – изменение магнитной индукции вдоль оси Ox, рассчитанное на единицу длины;

α – угол между векторами $\vec{p}_m$ и $\vec{B}$.

5.2.1. Примеры решения задач

Пример 1. По двум параллельным прямым проводам длиной $l = 2{,}5$ м каждый, находящимся на расстоянии $d = 20$ см друг от друга, протекают одинаковые токи $I = 1$ кА. Вычислить силу F взаимодействия токов.

Решение. Взаимодействие двух проводников, по которым протекают токи, осуществляется через магнитное поле. Каждый ток создает магнитное поле, которое действует на другой проводник. Предположим, что оба тока (обозначим их I_1 и I_2) протекают в одном направлении.

Вычислим силу $F_{1,2}$, с которой магнитное поле, созданное током I_1, действует на проводник с током I_2. Для этого проведем магнитную силовую линию так (штриховая линия на рис. 5.17), чтобы она касалась проводника с током I_2. По касательной к силовой линии проведем вектор магнитной индукции B_1. Модуль магнитной индукции B_1 определяется соотношением

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}. \qquad (1)$$

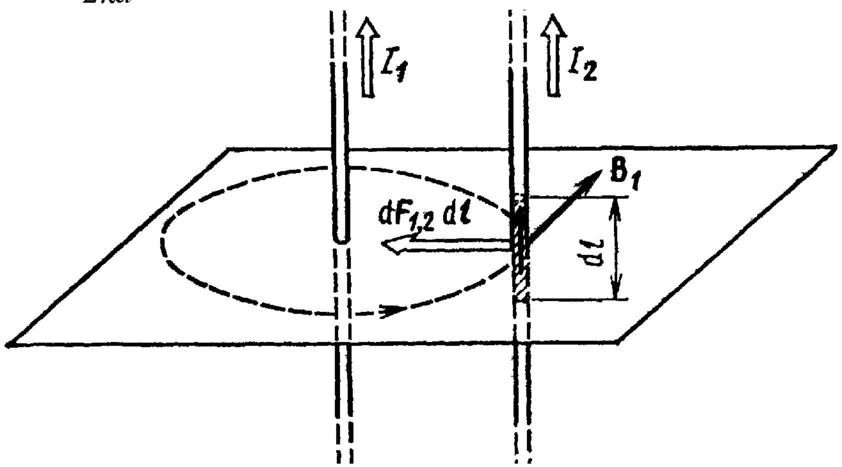


Рис. 5.17

Согласно закону Ампера, на каждый элемент второго проводника с током I_2 длиной dl_2 действует в магнитном поле сила

$$dF_{1,2} = I_2 B_1 dl \sin(\widehat{dl_2 B_1}).$$

провода расположена квадратная рамка из тонкого провода сопротивлением $R = 0{,}02$ Ом. Провод лежит в плоскости рамки и параллелен двум ее сторонам, расстояния до которых от провода соответственно равны $a_1 = 10$ см, $a_2 = 20$ см. Найти силу тока I в проводе, если при его включении через рамку протекло количество электричества $Q = 693$ мкКл.

Самоиндукция и взаимоиндукция

25.25. По катушке индуктивностью $L = 0{,}03$ мГн протекает ток $I = 0{,}6$ А. При размыкании цепи сила тока изменяется практически до нуля за время $\Delta t = 120$ мкс. Определить среднюю ЭДС самоиндукции $\langle\varepsilon\rangle$, возникающую в контуре.

25.26. С помощью реостата равномерно увеличивают силу тока в катушке на $\Delta I = 0{,}1$ А за 1 с. Индуктивность L катушки равна 0,01 Гн. Найти среднее значение ЭДС самоиндукции $\langle\varepsilon\rangle$.

25.27. Индуктивность L катушки равна 2 мГн. Ток частотой $\omega = 50$ Гц, протекающий по катушке, изменяется по синусоидальному закону. Определить среднюю ЭДС самоиндукции $\langle\varepsilon\rangle$, возникающую за интервал времени Δt, в течение которого ток в катушке изменяется от минимального до максимального значения. Амплитудное значение силы тока $I_0 = 10$ А.

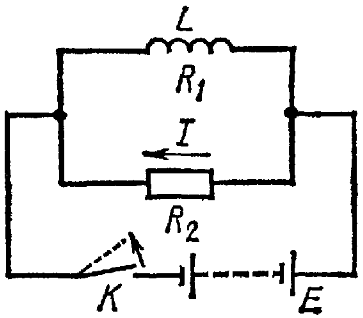


Рис. 5.28

25.28. Катушка сопротивлением $R_1 = 0{,}5$ Ом с индуктивностью $L = 4$ мГн соединена параллельно с проводом сопротивлением $R_2 = 2{,}5$ Ом, по которому протекает постоянный ток $I = 1$ А. Определить количество электричества Q, которое будет индуцировано в катушке при размыкании цепи ключом K (рис. 5.28).

25.29. На картонный каркас длиной $l = 50$ см и площадью сечения $S = 4$ см^2, намотан в один слой провод диаметром $d = 0{,}2$ мм так, что витки плотно прилегают друг к другу (толщиной изоляции пренебречь). Вычислить индуктивность L получившегося соленоида.

25.30. Индуктивность L соленоида длиной $l = 1$ м, намотанного в один слой на немагнитный каркас, равна 1,6 мГн. Площадь S се-

25.18. Проволочное кольцо радиусом r = 10 см лежит на столе. Какое количество электричества Q протечет по кольцу, если его повернуть с одной стороны на другую? Сопротивление R кольца равно 1 Ом. Вертикальная составляющая индукции B магнитного поля Земли равна 50 мкТл.

25.19. В проволочное кольцо, присоединенное к баллистическому гальванометру, вставили прямой магнит. По цепи протекло количество электричества Q = 10 мкКл. Определить магнитный поток Ф, пересеченный кольцом, если сопротивление R цепи гальванометра равно 30 Ом.

25.20. Между полюсами электромагнита помещена катушка, соединенная с баллистическим гальванометром. Ось катушки параллельна линиям индукции. Катушка сопротивлением R_1 = 4 Ом имеет N = 15 витков площадью S = 2 см^2. Сопротивление гальванометра R_2 = 46 Ом. Когда ток в обмотке электромагнита выключили, по цепи гальванометра протекло количество электричества Q = 90 мкКл. Определить магнитную индукцию B поля электромагнита.

25.21. Рамка из провода сопротивлением R = 0,01 Ом равномерно вращается в однородном магнитном поле с индукцией B = 0,05 Тл. Ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям индукции. Площадь рамки S = 100 см^2. Найти, какое количество электричества Q протечет через рамку за время поворота ее на угол α = 30° в следующих трех случаях: 1) от α_0 = 0 до α_1 = 30°; 2) от α_1 = 30° до; 3) от α_2 = 60° до α_3 = 90°.

25.22. Тонкий медный провод массой m = 1 г согнут в виде квадрата, и концы его замкнуты. Квадрат помещен в однородное магнитное поле (B = 0,1 Тл) так, что плоскость его перпендикулярна линиям индукции поля. Определить количество электричества Q, которое протечет по проводнику, если квадрат, потянув за противоположные вершины, вытянуть в линию.

25.23. На расстоянии a = 1 м от длинного прямого провода с током I = 1 кА находится кольцо радиусом r = 1 см. Кольцо расположено так, что поток, пронизывающий его, максимален. Определить количество электричества Q, которое протечет по кольцу, когда ток в проводнике будет выключен. Сопротивление кольца R = 10 Ом. Поле в пределах кольца считать однородным.

25.24. По длинному прямому проводу протекает ток. Вблизи

Так как отрезок dl перпендикулярен вектору B_1, то

$$\sin(\widehat{dl_2 B_1}) = 1,$$

и тогда

$$dF_{1,2} = I_2 B_1 dl_2 . \qquad (2)$$

Подставив в выражение (2) B_1 из (1), получим

$$dF_{1,2} = \frac{\mu I_1 I_2}{2\pi d} dl .$$

Силу $F_{1,2}$ взаимодействия проводников с током найдем интегрированием по всей длине второго проводника:

$$F_{1,2} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} \int_0^{l_2} dl_2 = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} l_2 .$$

Заметив, что $I_1 = I_2 = I$ и $l_2 = l$, получим

$$F_{1,2} = \frac{\mu_0 I^2 l}{2\pi d} .$$

Убедимся в том, что правая часть этого равенства дает единицу силы

$$\frac{[m][I^2][l]}{[d]} = \frac{1\frac{Гн}{м} \cdot [1A]^2 \cdot 1м}{1м} = \frac{1Дж}{1м} = 1Н .$$

Произведем вычисления:

$$A_{1,2} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot (10^3)^2 \cdot 2{,}5}{2\pi \cdot 0{,}2} = 2{,}5 \text{ Н}.$$

Сила $F_{1,2}$ сонаправлена с силой $dF_{1,2}$ (рис. 1) и определяется (в данном случае это проще) правилом левой руки.

Пример 2. Провод в виде тонкого полукольца радиусом R = 10 см находится в однородном магнитном поле (B = 50 мТл). По проводу протекает ток I = 10 А. Найти силу F, действующую на провод, если плоскость полукольца перпендикулярна линиям магнитной индукции, а подводящие провода находятся вне поля.

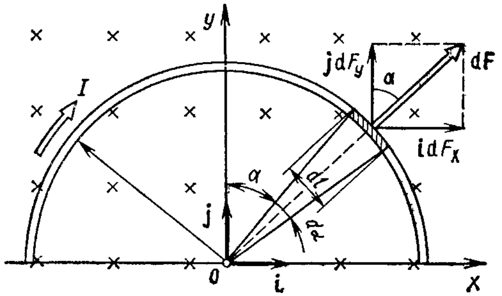


Рис. 5.18

Решение. Расположим провод в плоскости чертежа перпендикулярно линиям магнитной индукции (рис. 5.18) и выделим на нем малый элемент dl с током. На этот элемент тока Idl будет действовать по закону Ампера сила $dF = I[dlB]$. Направление этой силы можно определить по правилу векторного произведения или по правилу левой руки.

Используя симметрию, выберем координатные оси так, как это изображено на рис. 2. Силу dF представим в виде

$dF = idF_x = jdF_y$,

где i и j – единичные векторы (орты);

dF_x и dF_y – проекции вектора dF на координатные оси Ox и Oy.

Силу F, действующую на весь провод, найдем интегрированием:

$$F = \int_L dF = i\int_L dF_x + j\int_L dF_y ,$$

где символ L указывает на то, что интегрирование ведется по всей длине провода L.

Из соображений симметрии первый интеграл равен нулю, т.е $\int_L dF_x = 0$. Тогда

$$F = j\int_L dF_y . \qquad (1)$$

Из рис. 2 следует, что

$dF_y = dF\cos(\alpha)$, где dF – модуль вектора $dF = IBdl\sin(dlB)$.

Так как вектор dl перпендикулярен вектору $\vec{B}\left(\sin(\widehat{dlB}) = 1\right)$, то $dF = IBdl$. Выразив длину дуги dl через радиус R и угол α, получим

$dF = IBRd\alpha$.

Тогда

$dF_y = IBR\cos(\alpha)d\alpha$.

25.12. Рамка площадью $S = 200$ см^2 равномерно вращается с частотой $n = 10$ с$^{-1}$ относительно оси, лежащей в плоскости рамки и перпендикулярно линиям индукции однородного магнитного поля ($B = 0{,}2$ Тл). Каково среднее значение ЭДС индукции $\langle\varepsilon\rangle$ за время, в течение которого магнитный поток, пронизывающий рамку, изменится от нуля до максимального значения?

25.13. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}35$ Тл равномерно с частотой $n = 480$ мин$^{-1}$ вращается рамка, содержащая $N = 500$ витков площадью $S = 50$ см^2. Ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям индукции. Определить максимальную ЭДС индукции ε_{max}, возникающую в рамке.

25.14. Рамка площадью $S = 100$ см^2 содержит $N = 10^3$ витков провода сопротивлением $R_1 = 12$ Ом. К концам обмотки подключено внешнее сопротивление $R_2 = 20$ Ом. Рамка равномерно вращается в однородном магнитном поле ($B = 0{,}1$ Тл) с частотой $n = 8$ с$^{-1}$. Определить максимальную мощность P_{max} переменного тока в цепи.

25.15. Магнитная индукция B поля между полюсами двухполюсного генератора равна 0,8 Тл. Ротор имеет $N = 100$ витков площадью $S = 400$ см^2. Определить частоту n вращения якоря, если максимальное значение ЭДС индукции $\varepsilon = 200$ В.

25.16. Короткая катушка, содержащая $N = 1000$ витков, равномерно вращается в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}04$ Тл с угловой скоростью $\omega = 5$ с$^{-1}$ относительно оси, совпадающей с диаметром катушки и перпендикулярной линиям индукции поля. Определить мгновенное значение ЭДС индукции ε для тех моментов времени, когда плоскость катушки составляет угол $\alpha = 60°$ с линиями индукции поля. Площадь катушки $S = 100$ см^2.

Количество электричества, протекающее в контуре при изменении магнитного потока

(при решении задач этого раздела собственный магнитный поток контуров можно не учитывать).

25.17. Проволочный виток радиусом $r = 4$ см, имеющий сопротивление $R = 0{,}01$ Ом, находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}04$ Тл. Плоскость рамки составляет угол $\alpha = 30°$ с линиями индукции поля. Какое количество электричества Q протечет по витку, если магнитное поле исчезнет?

Электродвижущая сила индукции

25.6. Магнитный поток $\Phi = 40$ мВб пронизывает замкнутый контур. Определить среднее значение ЭДС индукции $\langle\varepsilon\rangle$, возникающей в контуре, если магнитный поток изменится до нуля за время $\Delta t = 2$ мс.

25.7. Прямой провод длиной $l = 40$ см движется в однородном магнитном поле со скоростью $v = 5$ м/с перпендикулярно линиям индукции. Разность потенциалов U между концами провода равна 0,6 В. Вычислить индукцию B магнитного поля.

25.8. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 1$ Тл находится прямой провод длиной $l = 20$ см, концы которого замкнуты вне поля. Сопротивление R всей цепи равно 0,1 Ом. Найти силу F, которую нужно приложить к проводу, чтобы перемещать его перпендикулярно линиям индукции со скоростью $v = 2{,}5$ м/с.

25.9. Прямой провод длиной $l = 10$ см помещен в однородном магнитном поле с индукцией $B = 1$ Тл. Концы его замкнуты гибким проводом, находящимся вне поля. Сопротивление R всей цепи равно 0,4 Ом. Какая мощность P потребуется для того, чтобы двигать провод перпендикулярно линиям индукции со скоростью $v = 20$ м/с?

25.10. К источнику тока с ЭДС $\varepsilon = 0{,}5$ В и ничтожно малым внутренним сопротивлением присоединены два металлических стержня, расположенные горизонтально и параллельно друг другу. Расстояние l между стержнями равно 20 см. Стержни находятся в однородном магнитном поле, направленном вертикально. Магнитная индукция $B = 1{,}5$ Тл. По стержням под действием сил поля скользит со скоростью $v = 1$ м/с прямолинейный провод сопротивлением $R = 0{,}02$ Ом. Сопротивление стержней пренебрежимо мало. Определить: 1) ЭДС индукции ε; 2) силу F, действующую на провод со стороны поля; 3) силу тока I в цепи; 4) мощность P_1, расходуемую на движение провода; 5) мощность P_2, расходуемую на нагревание провода; 6) мощность P_3, отдаваемую в цепь источника тока.

25.11. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}4$ Тл в плоскости, перпендикулярной линиям индукции поля, вращается стержень длиной $l = 10$ см. Ось вращения проходит через один из концов стержня. Определить разность потенциалов U на концах стержня при частоте вращения $n = 16$ с$^{-1}$.

Введем dF_y под интеграл соотношения (1) и проинтегрируем в пределах от $-\pi/2$ до $+\pi/2$ (как это следует из рис. 2):

$$F = jIBR\int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}}\cos(\alpha)d\alpha = 2\,jIBR\,.$$

Из полученного выражения видно, что сила F сонаправлена с положительным направлением оси Oy (единичным вектором j).

Найдем модуль силы F:

$F = |F| = 2IBR.$

Убедимся в том, что правая часть этого равенства дает единицу силы (Н):

$$[I][B][R] = 1A\cdot 1Тл\cdot 1м = 1A\frac{1H\cdot 1м}{1A\cdot[1м]^2}\cdot 1м = 1H\ .$$

Произведем вычисления:

$A = 2\cdot 10\cdot 50\cdot 10^{-3}\cdot 0{,}1 = 0{,}1$ Н.

Пример 3. На проволочный виток радиусом $r = 10$ см, помещенный между полюсами магнита, действует максимальный механический момент $M_{max} = 6{,}5$ мкН. Сила тока I в витке равна 2 А. Определить магнитную индукцию B поля между полюсами магнита. Действием магнитного поля Земли пренебречь.

Решение. Индукцию B магнитного поля можно определить из выражения механического момента, действующего на виток с током в магнитном поле,

$$M = p_m B\sin(\alpha). \qquad (1)$$

Если учесть, что максимальное значение механический момент принимает при $\alpha = \pi/(2\cdot\sin(\alpha) = l)$, а также что $p_m = IS$, то формула (1) примет вид

$M_{max} = iBS.$

Отсюда, учитывая, что $S = \pi r^2$, находим

$$B = \frac{M_{max}}{\pi r^2 I}\,. \qquad (2)$$

Произведя вычисления по формуле (2), найдем

$B = 104$ мкТл.

Пример 4. Квадратная рамка со стороной длиной $a = 2$ см, содержащая $N = 100$ витков тонкого провода, подвешена на упругой нити, постоянная кручения C которой равна 10 мкН·м/град. Плоскость рамки совпадает с направлением линии индукции внешнего магнитного поля. Определить индукцию внешнего магнитного поля, если при пропускании по рамке тока $I = 1$ А она повернулась на угол $\alpha = 60°$.

Решение. Индукция B внешнего поля может быть найдена из условия равновесия рамки в поле. Рамка будет находиться в равновесии, если сумма механических моментов, действующих на нее, будет равна нулю, т.е. $\sum M = 0$.

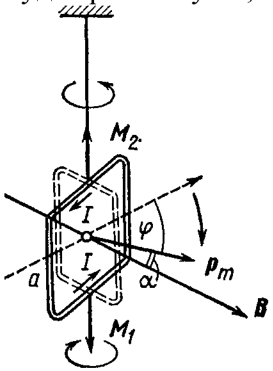


Рис. 5.19

В данном случае на рамку действуют два момента (рис. 5.19): M_1 – момент сил, с которым внешнее магнитное поле действует на рамку с током, и M_2 – момент упругих сил, возникающих при закручивании нити, на которой рамка подвешена. Следовательно, формула (1) может быть переписана в виде
$M_1 + M_2 = 0$.

Выразив M_1 и M_2 в этом равенстве через величины, от которых зависят моменты сил, получим

$$p_m B \sin(\alpha) - C\varphi = 0. \qquad (2)$$

Знак минус перед моментом M_2 ставится потому, что этот момент противоположен по направлению моменту M_1.

Если учесть, что $p_m = ISN = Ia^2N$, где I – сила тока в рамке; $S = a^2$ – площадь рамки; N – число ее витков, равенство (2) перепишем в виде

$$NIa^2B\sin(\alpha) - C\varphi = 0 \quad \Rightarrow \quad B = \frac{C\varphi}{NIa^2\sin(\varphi)}$$

(3)

Из рис. 3 видно, что $\alpha = \pi/2 - \varphi$, значит, $\sin(\alpha) = \cos(\varphi)$. С учетом этого равенство (3) примет вид

$$B = \frac{C\varphi}{NIa^2\cos(\varphi)}. \qquad (4)$$

Значение постоянной кручения C, рассчитанной на градус (а не радиан, как это следовало бы выразить в СИ), запишем в виде

находится прямой провод длиной $l = 8$ см, расположенный перпендикулярно линиям индукции. По проводу протекает ток $I = 2$ А. Под действием сил поля провод переместился на расстояние $s = 5$ см. Найти работу A сил поля.

25.2. Плоский контур площадью $S = 300$ см^2, находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}01$ Тл. Плоскость контура перпендикулярна линиям индукции. В контуре поддерживается неизменный ток $I = 10$ А. Определить работу A внешних сил по перемещению контура с током в область пространства, магнитное поле в которой отсутствует.

25.3. По проводу, согнутому в виде квадрата со стороной длиной $a = 10$ см, протекает ток $I = 20$ А, сила которого поддерживается неизменной. Плоскость квадрата составляет угол $\alpha = 20°$ с линиями индукции однородного магнитного поля ($B = 0{,}1$ Тл). Вычислить работу A, которую необходимо совершить для того, чтобы удалить провод за пределы поля.

25.4. По кольцу, сделанному из тонкого гибкого провода радиусом $R = 10$ см, протекает ток $I = 100$ А. Перпендикулярно плоскости кольца возбуждено магнитное поле с индукцией $B = 0{,}1$ Тл, по направлению совпадающей с индукцией B_1 собственного магнитного поля кольца. Определить работу A внешних сил, которые, действуя на провод, деформировали его и придали ему форму квадрата. Сила тока при этом поддерживалась неизменной. Работой против упругих сил пренебречь.

25.5 (1). Виток, по которому протекает ток $I = 20$ А, свободно установился в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}016$ Тл. Диаметр d витка равен 10 см. Определить работу A, которую нужно совершить, чтобы повернуть виток на угол $\alpha = \pi/2$ относительно оси, совпадающей с диаметром. То же, если угол $\alpha = 2\pi$.

25.5 (2). Квадратная рамка со стороной $a = 10$ см, по которой протекает ток $I = 200$ А, свободно установилась в однородном магнитном поле ($B = 0{,}2$ Тл). Определить работу, которую необходимо совершить при повороте рамки вокруг оси, лежащей в плоскости рамки и перпендикулярной линиям магнитной индукции, на угол $\theta = 2\pi/3$.

$$L = \mu_0 \frac{N^2}{l_1} S_1 = \frac{\mu_0 \pi d_1^2 N^2}{4 l_1};$$

$$R = \rho \frac{l}{S} = \frac{4\rho l}{\pi d^2},$$

где μ_0 – магнитная постоянная;

N – число витков обмотки;

l_1 – длина соленоида;

S_1 – площадь сечения обмотки соленоида;

ρ – удельное сопротивление провода обмотки;

l – длина провода;

S – площадь сечения провода;

d – диаметр провода;

d_1 – диаметр соленоида (средний по обмотке).

Подставив найденные выражения L и R в формулу (2), получим

$$Q = I_0 \frac{L}{R} = \frac{\mu_0 N^2 \pi d_1^2}{4 l_1 \cdot 4\rho l} \pi d^2 I_0.$$

Заметим, что длина провода l может быть выражена через диаметр d_1 соленоида соотношением $l = \pi d_1 N$, где N – число витков, тогда формуле (4) можно придать вид

$$Q = \frac{\mu_0 N^2 \pi d_1^2 \pi d^2}{16 l_1 \rho \pi d_1 N} I_0 = \frac{\pi \mu_0 N d_1 d^2}{16 l_1 \rho} I_0. \qquad (4)$$

Но $\frac{l_1}{N}$ есть диаметр провода, так как витки плотно прилегают друг к другу. Следовательно,

$$Q = \frac{\pi \mu_0 d_1 d^2}{16 \rho d} I_0 = \frac{\pi \mu_0}{16\rho} d d_1 I_0. \qquad (5)$$

Произведя вычисления по формуле (5), получим

$Q = 363$ мкКл.

5.5.2. Задачи для самостоятельного решения

Работа по перемещению проводника в магнитном поле

(перемещение проводника или контура с током в магнитном поле считать настолько медленным, что возникающими индукционными токами можно пренебречь).

25.1. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}01$ Тл

$C = 10 \cdot 10^{-6}$ Н·м/град.,

так как значение угла φ также дано в градусах.

Подставим данные в формулу (4) и произведем вычисления:

$$B = \frac{10 \cdot 10^{-6} \cdot 60}{100 \cdot 1 \cdot 0{,}02^2 \cdot \frac{1}{2}} = 0{,}03 \text{ Тл} = 30 \text{ мТл}.$$

Пример 5. Плоский квадратный контур со стороной длиной $a = 10$ см, по которому протекает ток $I = 100$ А, свободно установился в однородном магнитном поле индукцией $B = 1$ Тл. Определить работу A, совершаемую внешними силами при повороте контура относительно оси, проходящей через середину его противоположных сторон, на угол: 1) $\varphi_1 = 90°$; 2) $\varphi_2 = 3°$. При повороте контура сила тока в нем поддерживается неизменной.

Решение. На контур с током в магнитном поле действует механический момент

$$M = p_m B \sin(\varphi). \qquad (1)$$

По условию задачи, в начальном положении контур свободно установился в магнитном поле. При этом момент сил равен нулю ($M = 0$), а значит $\varphi = 0$, т.е. векторы $\vec{p}_m$ и $\vec{B}$ совпадают по направлению.

Если внешние силы выведут контур из положения равновесия, то возникший момент сил, определяемый формулой (1), будет стремиться возвратить контур в исходное положение. Против этого момента и будет совершаться работа внешними силами. Так как момент сил переменный (зависит от угла φ поворота), то для подсчета работы применим формулу работы в дифференциальной форме

$$dA = M d\varphi \qquad (2)$$

Подставив сюда выражение M по формуле (1) и, учтя, что $p_m = IS = Ia^2$, где I – сила тока в контуре, $S = a^2$ – площадь контура, получим

$$dA = IBa^2 \sin(\varphi)\, d\varphi.$$

Взяв интеграл от этого выражения, найдем работу при повороте на конечный угол:

$$A = IBa^2 \int_0^{\varphi} \sin\varphi\, d\varphi \qquad (3)$$

1. Работа при повороте на угол $\varphi_1 = 90°$

$$A_1 = IBa^2 \int_0^{\pi/2} \sin(\varphi) d\varphi = IBa^2 \left| -\cos(\varphi) \right|_0^{\pi/2} = IBa^2 . \quad (4)$$

Убедимся в том, что правая часть этого равенства дает единицу работы (Дж):

$[I][B][a^2] = 1A \cdot 1Тл \cdot (1м)^2 = 1H \cdot 1м = 1Дж.$

После вычисления по формуле (4) найдем $A_1 = 1$ Дж.

2. Работа при повороте на угол $\varphi_2 = 3°$. В этом случае, учитывая, что угол φ_2 мал, заменим в выражении (3) $\sin(\varphi)$ на φ:

$$A_2 = IBa^2 \int_0^{\varphi_2} \varphi d\varphi = \frac{1}{2} IBa^2 \varphi_2^2 . \quad (5)$$

Выразим угол φ_2 в радианах:

$\varphi_2 = 3° = 3 \cdot 1{,}75 \cdot 10^{-2}$ рад $= 0{,}0525$ рад.

После подстановки значений I, B, a и φ_2 в формулу (5) получим $A_2 = 1{,}37$ мДж.

5.2.2. Задачи для самостоятельного решения

Сила Ампера

22.1. Прямой провод, по которому протекает ток $I = 1$ кА, расположен в однородном магнитном поле перпендикулярно линиям индукции. С какой силой F действует поле на отрезок провода длиной $l = 1$ м, если магнитная индукция B равна 1 Тл?

22.2. Прямой провод длиной $l = 10$ см, по которому протекает ток $I = 20$ А, находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}01$ Тл. Найти угол α между направлениями вектора В и тока, если на провод действует сила $F = 10$ мН.

22.3. Квадратная проволочная рамка расположена в одной плоскости с длинным прямым проводом так, что две ее стороны параллельны проводу. По рамке и проводу протекают одинаковые токи $I = 1$ кА. Определить силу F, действующую на рамку, если ближайшая к проводу сторона рамки находится на расстоянии, равном ее длине.

22.4. Тонкий провод в виде дуги, составляющей треть кольца радиусом $R = 15$ см, находится в однородном магнитном поле ($B = 20$ мТл). По проводу протекает ток $I = 30$ А. Плоскость, в которой лежит дуга, перпендикулярна линиям магнитной индукции, и подводящие провода находятся вне поля. Определить силу F,

ник за время t, будет $Q = \int_0^t I dt$. Сила тока в данном случае убывает экспоненциально со временем и выражается формулой

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t} .$$

Внося выражение силы тока I под знак интеграла и интегрируя от 0 до ∞ (при $t \to \infty$ и $I \to 0$), получим

$$Q = \int_0^\infty I_0 e^{-\frac{R}{L}t} dt = I_0 \int_0^\infty e^{-\frac{R}{L}t} dt = I_0 \left(-\frac{L}{R} \right) e^{-\frac{R}{L}t} \Big|_0^\infty .$$

Подставим пределы интегрирования и определим количество электричества, протекающее через обмотку:

$$Q = I_0 \left(-\frac{L}{R} \right) (0 - 1) = I_0 \frac{L}{R} . \quad (2)$$

2-й способ. Подставив в формулу (1) вместо силы тока I выражение ее через ЭДС индукции ε и сопротивление R соленоида, т.е.

$I = \frac{\varepsilon}{R}$, найдём $dQ = \frac{\varepsilon}{R} dt$.

Но ε связана со скоростью изменения потокосцепления Ψ по закону Фарадея-Максвелла:

$\varepsilon = -\frac{d\Psi}{dt}$, тогда $dQ = -\frac{d\Psi}{R}$.

Интегрируя, получаем

$$Q = -\frac{\Psi_2 - \Psi_1}{R} . \quad (3)$$

Потокосцепление Ψ пропорционально силе тока в соленоиде. Следовательно, $\Psi_1 = LI_0$ и $\Psi_2 = 0$, так как Ψ_2 соответствует тому моменту, когда ток в цепи обратится в нуль. Подставив выражения Ψ_1 и Ψ_2 в формулу (3), получим

$Q = \frac{\Psi_1}{R}$ или $Q = I_0 \frac{L}{R}$,

что совпадает с формулой (2).

Для определения заряда, протекающего через обмотку соленоида, следует найти индуктивность L соленоида и сопротивление R обмотки соленоида, которые выражаются формулами

$$L = \frac{\Phi N}{I}.$$

Произведя вычисления, получим

$L = 1{,}6$ мГн.

Пример 4. При скорости изменения силы тока $\Delta I/\Delta t$ в соленоиде, равной 50 А/с, на его концах возникает ЭДС самоиндукции $\varepsilon = 0{,}08$ В. Определить индуктивность L соленоида.

Решение. Индуктивность соленоида связана с ЭДС самоиндукции и скоростью изменения силы тока в его обмотке соотношением (сравните с предыдущим примером)

$$\varepsilon = -\frac{\Delta \Psi}{\Delta t} = -\frac{\Delta (LI)}{\Delta t}.$$

Вынося постоянную величину L за знак приращения, получим

$$\varepsilon = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}.$$

Опустив знак минус в этом равенстве (направление ЭДС в данной задаче не имеет значения) и, выразив интересующую нас величину – индуктивность, получим

$$L = \frac{\varepsilon}{\frac{\Delta I}{\Delta t}}.$$

Сделав вычисления по этой формуле, получим

$L = 1{,}6$ мГн.

Пример 5. Обмотка соленоида состоит из одного слоя плотно прилегающих друг к другу витков медного провода диаметром $d = 0{,}2$ мм. Диаметр D соленоида равен 5 см. По соленоиду протекает ток $I = 1$ А. Определить количество электричества Q, протекающее через обмотку, если концы ее замкнуть накоротко. Толщиной изоляции пренебречь.

Решение. Возможны два способа решения.

1-й способ. Количество электричества dQ, которое протекает по проводнику за время dt при силе тока I, определяется равенством

$$dQ = Idt. \quad (1)$$

Полное количество электричества, протекающее через провод-

действующую на провод.

22.5. По тонкому проводу в виде кольца радиусом $R = 20$ см протекает ток $I = 100$ А. Перпендикулярно плоскости кольца возбуждено однородное магнитное поле с индукцией $B = 20$ мТл. Найти силу F, растягивающую кольцо.

22.6. Двухпроводная линия состоит из длинных параллельных прямых проводов, находящихся на расстоянии $d = 4$ мм друг от друга. По проводам протекают одинаковые токи $I = 50$ А. Определить силу взаимодействия токов, приходящуюся на единицу длины провода.

22.7. Шины генератора представляют собой две параллельные медные полосы длиной $l = 2$ м каждая, отстоящие друг от друга на расстоянии $d = 20$ см. Определить силу F взаимного отталкивания шин в случае короткого замыкания, когда по ним протекает ток $I = 10$ кА.

22.8. По двум параллельным проводам длиной $l = 1$ м каждый протекают одинаковые токи. Расстояние d между проводами равно 1 см. Провода взаимодействуют с силой $F = 1$ мН. Найти силу тока I в проводах.

22.9. По трем параллельным прямым проводам, находящимся на одинаковом расстоянии $a = 10$ см друг от друга, протекают одинаковые токи $I = 100$ А. В двух проводах направления токов совпадают. Вычислить силу F, действующую на отрезок длиной $l = 1$ м каждого провода.

22.10. По двум тонким проводам, изогнутым в виде кольца радиусом $R = 10$ см, протекают одинаковые токи $I = 10$ А в каждом. Найти силу F взаимодействия этих колец, если плоскости, в которых лежат кольца, параллельны, а расстояние d между центрами колец равно 1 мм.

22.11. По двум одинаковым квадратным плоским контурам со стороной $a = 20$ см протекают токи $I = 10$ А в каждом. Определить силу F взаимодействия контуров, если расстояние d между соответственными сторонами контуров равно 2 мм.

Магнитный момент

22.12. По витку радиусом $r = 5$ см протекает ток $I = 10$ А. Определить магнитный момент p_m кругового тока.

22.13. Очень короткая катушка содержит $N = 1000$ витков тонкого провода. Катушка имеет квадратное сечение со стороной длиной $a = 10$ см. Найти магнитный момент p_m катушки при силе тока $I = 1$ А.

22.14. Магнитный момент p_m витка равен 0,2 Дж/Тл. Определить силу тока I в витке, если его диаметр $d = 10$ см.

22.15. Напряженность H магнитного поля в центре кругового витка равна 200 А/м. Магнитный момент p_m витка равен 1 А·м^2. Вычислить силу тока I в витке и радиус R витка.

22.16. По кольцу радиусом R протекает ток. На оси кольца на расстоянии $d = 1$ м от его плоскости магнитная индукция $B = 10$ нТл. Определить магнитный момент p_m кольца с током. Считать R много меньшим d.

22.17. Электрон в невозбужденном атоме водорода движется вокруг ядра по окружности радиусом $r = 53$ пм. Вычислить магнитный момент p_m эквивалентного кругового тока и механический момент M, действующий на круговой ток, если атом помещен в магнитное поле, линии индукции которого параллельны плоскости орбиты электрона. Магнитная индукция B поля равна 0,1 Тл.

22.18. Электрон в атоме водорода движется вокруг ядра по круговой орбите некоторого радиуса. Найти отношение магнитного момента p_m эквивалентного кругового тока к моменту импульса L орбитального движения электрона. Заряд электрона и его массу считать известными. Указать направления векторов p_m и L.

22.19. По тонкому стержню длиной $l = 20$ см равномерно распределен заряд $Q = 240$ нКл. Стержень приведен во вращение с постоянной угловой скоростью $\omega = 10$ рад/с относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его середину. Определить: 1) магнитный момент p_m, обусловленный вращением заряженного стержня; 2) отношение магнитного момента к моменту импульса (p_m/L) если стержень имеет массу $m = 12$ г.

22.20. Тонкое кольцо радиусом $R = 10$ см несет заряд $Q = 10$ нКл. Кольцо равномерно вращается с частотой $n = 10$ с$^{-1}$ относительно оси, перпендикулярной плоскости кольца и проходящей через ее центр. Найти: 1) магнитный момент p_m кругового тока, создаваемого кольцом; 2) отношение магнитного момента к моменту импульса (p_m/L), если масса m кольца равна 10 г.

22.21. То же, что и в предыдущей задаче, но относительно оси, совпадающей с одним из диаметров кольца.

$$\varepsilon = -\frac{d\Psi}{dt}. \qquad (1)$$

Потокосцепление $\Psi = N\Phi$, где N – число витков, пронизываемых магнитным потоком Φ. Подставив выражение Ψ в формулу (1), получим

$$\varepsilon = -N\frac{d\Phi}{dt}. \qquad (2)$$

При вращении рамки магнитный поток Φ, пронизывающий рамку в момент времени t, изменяется по закону

$\Phi = BS\cos(\omega t)$,

где B – магнитная индукция;

S – площадь рамки;

ω – угловая частота.

Подставив в формулу (2) выражение Φ и продифференцировав по времени, найдем мгновенное значение ЭДС индукции:

$$\varepsilon = NBS\omega\sin(\omega t). \qquad (3)$$

Угловая частота ω связана с частотой n вращения соотношением $\omega = 2\pi n$. Подставив выражение ω в формулу (3) и заменив ωt на угол α, получим

$$\varepsilon = 2\pi nNBS\sin(\omega t). \qquad (4)$$

Убедимся в том, что правая часть полученного равенства дает единицу ЭДС. Учтя, что 2π, N и $\sin(\omega t)$ – величины безразмерные и неименованные, получим

$$[n][B][S] = (1c^{-1})(1Тл)(1м^2) = \frac{(1Н)(1м^2)}{(1А)(1м)(1с)} = \frac{1Дж}{1Кл} = 1В.$$

Произведя вычисления по формуле (4), получим

$\varepsilon = 47{,}1$ В.

Пример. **3** По соленоиду протекает ток $I = 2$ А. Магнитный поток Φ, пронизывающий поперечное сечение соленоида, равен 4 мкВб. Определить индуктивность L соленоида, если он имеет $N = 800$ витков.

Решение. Индуктивность L соленоида связана с потокосцеплением Ψ соотношением $\Psi = LI$, откуда $L = \Psi/I$. Заменив здесь потокосцепление Ψ его выражением через магнитный поток Φ и число витков N соленоида ($\Psi = \Phi N$), получим

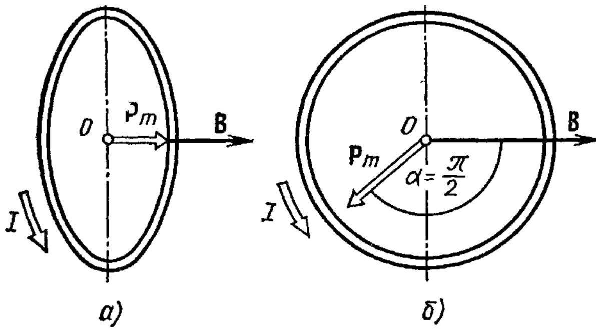


Рис. 5.27

В этом положении вектор магнитного момента p_m контура сонаправлен с вектором B (рис. 5.27, *а*) и магнитный поток Φ_1 максимален ($\alpha = 0$, $\cos(\alpha) = 1$), т.е. $\Phi_1 = BS$ (где S – площадь контура). В конечном положении (рис. 5.27, *б*) вектор p_m перпендикулярен вектору B ($\alpha = \pi/2$, $\cos(\alpha) = 0$) и магнитный поток $\Phi_2 = 0$.

Перепишем выражение (1) с учетом сделанных замечаний:

$A_{ВН} = I\Phi_1 = IBS.$

Так как площадь контура $S = \pi d^2/4$, то работа

$A_{ВН} = IB\pi d^2/4.$

Убедимся в том, что правая часть равенства дает единицу работы (Дж):

$$[I][B][d^2] = (1А)\cdot(1Тл)\cdot(1м^2) = \frac{(1А\cdot Н\cdot м^2)}{(1А\cdot м)} = 1Н\cdot м = 1Дж\,.$$

Произведем вычисления:

$$A_{ВН} = \frac{20\cdot 16\cdot 10^{-3}\cdot\pi\cdot 0{,}1^2}{4} = 2{,}5\cdot 10^{-3}\ \text{Дж}.$$

Пример 2. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}1$ Тл равномерно вращается рамка, содержащая $N = 1000$ витков, с частотой $n = 10$ с$^{-1}$. Площадь S рамки равна 150 см^2. Определить мгновенное значение ЭДС ε, соответствующее углу поворота рамки 30°.

Решение. Мгновенное значение ЭДС индукции ε, определяется основным уравнением электромагнитной индукции Фарадея-Максвелла:

22.22. Диск радиусом $R = 10$ см несет равномерно распределенный по поверхности заряд $Q = 0{,}2$ мкКл. Диск равномерно вращаете с частотой $n = 20$ с$^{-1}$ относительно оси, перпендикулярной плоскости диска и проходящей через его центр. Определить: 1) магнитный момент p_m кругового тока, создаваемого диском; 2) отношение магнитного момента к моменту импульса (p_m/L), если масса m диска равна 100 г.

22.23. Тонкостенная металлическая сфера радиусом $R = 10$ см несет равномерно распределенный по ее поверхности заряд $Q = 3$ мКл. Сфера равномерно вращается с угловой скоростью $\omega = 10$ с$^{-1}$ относительно оси, проходящей через центр сферы. Найти: 1) магнитный момент p_m кругового тока, создаваемый вращением сферы; 2) отношение магнитного момента к моменту импульса (p_m/L), если масса m сферы равна 100 г.

22.24. Сплошной шар радиусом $R = 10$ см несет заряд $Q = 200$ нКл, равномерно распределенный по объему. Шар вращается относительно оси, проходящей через центр шара, с угловой скоростью $\omega = 10$ с$^{-1}$. Определить: 1) магнитный момент p_m кругового тока, обусловленного вращением шара; 2) отношение магнитного момента к моменту импульса (p_m/L), если масса m шара равна 10 кг.

Контур в магнитном поле

22.25. Проволочный виток радиусом $R = 5$ см находится в однородном магнитном поле напряженностью $H = 2$ кА/м. Плоскость витка образует угол $\alpha = 60°$ с направлением поля. По витку протекает ток $I = 4$ А. Найти механический момент M, действующий на виток.

22.26. Виток диаметром $d = 20$ см может вращаться около вертикальной оси, совпадающей с одним из диаметров витка. Виток установили в плоскости магнитного меридиана и пустили по нему ток $I = 10$ А. Найти механический момент M, который нужно приложить к витку, чтобы удержать его в начальном положении. Горизонтальную составляющую $B_Г$ магнитной индукции поля Земли принять равной 20 мкТл.

22.27. Рамка гальванометра длиной $a = 4$ см и шириной $b = 1{,}5$ см, содержащая $N = 200$ витков тонкой проволоки, находится в магнитном поле с индукцией $B = 0{,}1$ Тл. Плоскость рамки параллельна линиям индукции. Найти: 1) механический момент M, действующий на рамку, когда по витку протекает ток $I = 1$ мА; 2) магнитный момент p_m рамки при этом токе.

22.28. Короткая катушка площадью S поперечного сечения, равной 150 см^2, содержит $N = 200$ витков провода, по которому протекает ток $I = 4$ А. Катушка помещена в однородное магнитное поле напряженностью $H = 8$ кА/м. Определить магнитный момент p_m катушки, а также вращающий момент M, действующий на нее со стороны поля, если ось катушки составляет угол $\alpha = 60°$ с линиями индукции.

22.29. Рамка гальванометра, содержащая $N = 200$ витков тонкого провода, подвешена на упругой нити. Площадь S рамки равна 1 см^2. Нормаль к плоскости рамки перпендикулярна линиям магнитной индукции ($B = 5$ мТл). Когда через гальванометр был пропущен ток $I = 2$ мкА, то рамка повернулась на угол $\alpha = 30°$. Найти постоянную кручения C нити.

22.30. По квадратной рамке из тонкой проволоки массой $m = 2$ г пропущен ток $I = 6$ А. Рамка свободно подвешена за середину одной из сторон на неупругой нити. Определить период T малых колебаний такой рамки в однородном магнитном поле с индукцией $B = 2$ мТл. Затуханием колебаний пренебречь.

22.31. Тонкий провод в виде кольца массой $m = 3$ г свободно подвешен на неупругой нити в однородном магнитном поле. По кольцу протекает ток $I = 2$ А. Период T малых крутильных колебаний относительно вертикальной оси равен 1,2 с. Найти магнитную индукцию B поля.

22.32. На оси контура с током, магнитный момент которого p_m равен 10 мА·м^2, находится другой такой же контур. Вектор магнитного момента второго контура перпендикулярен оси. Вычислит механический момент M, действующий на второй контур. Расстояние d между контурами равно 50 см. Размеры контуров малы по сравнению с расстоянием между ними.

22.33. Магнитное поле создано кольцевым проводником радиусом $R = 20$ см, по которому протекает ток $I = 100$ А. На оси кольца расположено другое кольцо малых размеров с магнитным моментом $p_m = 10$ мА·м^2. Плоскости колец параллельны, а расстояние d между центрами равно 1 см. Найти силу, действующую на малое кольцо.

нитной проницаемости следует пользоваться графиком зависимости B от H (см. рис. 1), а затем формулой

$$\mu = \frac{B}{\mu_0 H}.$$

• Мгновенное значение силы тока I в цепи, обладающей активным сопротивлением R и индуктивностью L:

а) после замыкания цепи

$$I = \frac{\varepsilon}{r}\left(1 - e^{-t\frac{R}{L}}\right),$$

где ε – ЭДС источника тока;

t – время, прошедшее после замыкания цепи;

б) после размыкания цепи

$$I = I_0 e^{-t\frac{R}{L}},$$

где I_0 – сила тока в цепи при $t = 0$;

t – время, прошедшее с момента размыкания цепи.

5.5.1. Примеры решения задач

Пример 1. Виток, по которому протекает ток $I = 20$ А, свободно установится в однородном магнитном поле $B = 16$ мТл. Диаметр d витка равен 10 см. Какую работу нужно совершать, чтобы медленно повернуть виток на угол $\alpha = \pi/2$ относительно оси, совпадающей с диаметром?

Решение. При медленном повороте контура в магнитном поле индукционными токами можно пренебречь и считать ток в контуре неизменным. Работа сил поля в этом случае определяется выражением

$A = I\cdot(\Phi_2 - \Phi_1)$,

где Φ_1 и Φ_2 – магнитные потоки, пронизывающие контур в начальном и конечном положениях.

Работа внешних сил будет равна модулю работе сил поля и противоположна ей по знаку, т.е.

$$A_{BH} = I\cdot(\Phi_1 - \Phi_2). \quad (1)$$

Так как в начальном положении контур установился свободно (положение устойчивого равновесия), то момент внешних сил, действующий на контур, равен нулю.

• Основной закон электромагнитной индукции (закон Фарадея-Максвелла)

$$\varepsilon_i = -N\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\Psi}{dt},$$

где ε_i – электродвижущая сила индукции;

N – число витков контура;

Ψ – потокосцепление.

Частные случаи применения основного закона электромагнитной индукции:

а) разность потенциалов U на концах проводника длиной l, движущегося со скоростью v в однородном магнитном поле,

$U = Blv\sin(\alpha)$,

где α – угол между направлениями векторов скорости $\vec{v}$ и магнитной индукции $\vec{B}$;

б) электродвижущая сила индукции ε_i, возникающая в рамке, содержащей N витков, площадью S, при вращении рамки с угловой скоростью ω в однородном магнитном поле с индукцией B

$\varepsilon_i = BNS\omega\sin(\omega t)$,

где ωt – мгновенное значение угла между вектором B и вектором нормали n к плоскости рамки.

• Количество электричества Q, протекающего в контуре,

$$Q = \frac{\Delta\Psi}{R},$$

где R – сопротивление контура;

$\Delta\Psi$ – изменение потокосцепления.

• Электродвижущая сила самоиндукции ε_i, возникающая в замкнутом контуре при изменении силы тока в нем,

$$\varepsilon_i = -L\frac{dI}{dt} \quad \text{или} \quad \langle\varepsilon_i\rangle = -L\frac{\Delta I}{\Delta t},$$

где L – индуктивность контура.

• Потокосцепление контура

$\Psi = LI$,

где L – индуктивность контура.

• Индуктивность соленоида (тороида)

$L = \mu_0\mu n^2 V$.

Во всех случаях вычисления индуктивности соленоида (тороида) с сердечником по приведенной формуле для определения маг-

Магнитный диполь

22.34. Магнитное поле создано бесконечно длинным проводником с током $I = 100$ А. На расстоянии $a = 10$ см от проводника находится точечный диполь, вектор магнитного момента ($p_m = 1$ мА·м^2) которого лежит в одной плоскости с проводником и перпендикулярен ему. Определить силу F, действующую на магнитный диполь.

22.35. Определить степень неоднородности магнитного поля (dB/dx), если максимальная сила P_{max} действующая на точечный магнитный диполь, равна 1 мН. Магнитный момент p_m точечного диполя равен 2 мА·м^2.

22.36. Проволочный виток радиусом $R = 20$ см расположен в плоскости магнитного меридиана. В центре витка установлен компас. Какой ток I протекает по витку, если магнитная стрелка компаса отклонена на угол $\alpha = 9°$ от плоскости магнитного меридиана? Горизонтальную составляющую $B_Г$ магнитной индукции поля Земли принять равной 20 мкТл.

22.37. Определить число N витков катушки тангенс-гальванометра, при котором сила тока, текущего по обмотке, численно равна тангенсу угла отклонения магнитной стрелки, помещенной в центре обмотки? Радиус r катушки равен 25 см. Ось катушки перпендикулярна плоскости магнитного меридиана. Горизонтальную составляющую $B_Г$ магнитной индукции поля Земли принять равной 20 мкТл.

22.38. Длинный прямой соленоид, содержащий $n = 5$ витков каждый сантиметр длины, расположен перпендикулярно плоскости магнитного меридиана. Внутри соленоида, в его средней части находится магнитная стрелка, установившаяся в магнитном по Земли. Когда по соленоиду пустили ток, стрелка отклонилась на угол $\alpha = 60°$. Найти силу тока I. Горизонтальную составляющую $B_Г$ магнитной индукции поля Земли принять равной 20 мкТл.

22.39. Короткий прямой магнит расположен перпендикуляр плоскости магнитного меридиана. На оси магнита на расстоянии $r = 50$ см от его середины (которое много больше длины магнита) находится магнитная стрелка. Вычислить магнитный момент p_m магнита, если стрелка отклонена на угол $\alpha = 6°$ от плоскости магнитного меридиана.

22.40. Конденсатор электроемкостью С = 50 мкФ заряжается от источника тока, ЭДС E которой равна 80 В, и с помощью особого переключателя полностью разряжается 100 раз в секунду через обмотку тангенс-гальванометра, расположенного в плоскости магнитного меридиана. На какой угол α отклонится магнитная стрелка, находящаяся в центре тангенс-гальванометра, если его обмотка имеет $N = 10$ витков радиусом $r = 25$ см? Горизонтальную составляющую $B_Г$ магнитной индукции поля Земли принять равной 20 мкТл.

22.41. Магнитная стрелка, помещенная в центре кругового провода радиусом $R = 10$ см, образует угол $\alpha = 20°$ с вертикальной плоскостью, в которой находится провод. Когда по проводу пустили ток $I = 3$ А, то стрелка повернулась в таком направлении, что угол α увеличился. Определить угол поворота стрелки.

5.3. СИЛА, ДЕЙСТВУЮЩАЯ НА ЗАРЯД, ДВИЖУЩИЙСЯ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Основные формулы

• Сила F, действующая на заряд Q, движущийся со скоростью v в магнитном поле с индукцией B (сила Лоренца), выражается формулой

$F = Q\,[v\,B]$ или $F = |Q|vB\sin(\alpha)$,

где α – угол, образованный вектором скорости $\vec{v}$ движущейся частицы и вектором $\vec{B}$ индукции магнитного поля.

5.3.1. Примеры решения задач

Пример 1. Электрон, пройдя ускоряющую разность потенциалов $U = 400$ В, попал в однородное магнитное поле с индукцией $B = 1{,}5$ мТл. Определить: 1) радиус R кривизны траектории; 2) частоту n вращения электрона в магнитном поле. Вектор скорости электрона перпендикулярен линиям индукции.

Решение. **1**. Радиус кривизны траектории электрона определим, исходя из следующих соображений: на движущийся в магнитном поле электрон действует сила Лоренца F. Действием силы тяжести можно пренебречь. Вектор силы Лоренца перпендикулярен вектору скорости и, следовательно, по второму закону Ньютона, сообщает электрону нормальное ускорение a_n, определяемое по

24.21. Стальной сердечник тороида, длина l которого по средней линии равна 1 м, имеет вакуумный зазор длиной $l_0 = 4$ мм. Обмотка содержит $n = 8$ витков на 1 см. При какой силе тока I индукция B в зазоре будет равна 1 Тл? Для определения магнитной проницаемости воспользоваться графиком (см. рис. 1). Явление гистерезиса не учитывать.

24.22. Обмотка тороида, имеющего стальной сердечник с узким вакуумным зазором, содержит $N = 1000$ витков. По обмотке протекает ток $I = 1$ А. При какой длине l_0 вакуумного зазора индукция B магнитного поля в нем будет равна 0,5 Тл? Длина l тороида по средней линии равна 1 м. Для определения магнитной проницаемости воспользоваться графиком (см. рис. 1). Явление гистерезиса не учитывать.

24.23. Определить магнитодвижущую силу, при которой в узком вакуумном зазоре длиной $l_0 = 3{,}6$ мм тороида с железным сердечником, магнитная индукция B равна 1,4 Тл. Длина l тороида по средней линии равна 0,8 м. Для определения магнитной проницаемости воспользоваться графиком (см. рис. 1). Явление гистерезиса не учитывать.

24.24. Длина l чугунного тороида по средней линии равна 1,2 м, сечение $S = 20$ см^2. По обмотке тороида протекает ток, создающий в узком вакуумном зазоре магнитный поток $\Phi = 0{,}5$ мВб. Длина l_0 зазора равна 8 мм. Какова должна быть длина зазора, чтобы магнитный поток в нем при той же силе тока увеличился в два раза?

5.5. РАБОТА ПО ПЕРЕМЕЩЕНИЮ ПРОВОДНИКА С ТОКОМ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ. ИНДУКТИВНОСТЬ.

Основные формулы

• Работа по перемещению замкнутого контура с током в магнитном поле

$A = I\Delta\Phi$,

где $\Delta\Phi$ – изменение магнитного потока, пронизывающего поверхность, ограниченную контуром;

I – сила тока в контуре.

рис. 1). Явление гистерезиса не учитывать.

24.15. Замкнутый соленоид (тороид) со стальным сердечником имеет $n = 10$ витков на каждый сантиметр длины. По соленоиду протекает ток $I = 2$ А. Вычислить магнитный поток Ф в сердечнике, если его сечение $S = 4$ см^2.

24.16. Определить магнитодвижущую силу F_m необходимую для получения магнитного потока Ф = 0,3 мВб в железном сердечнике замкнутого соленоида (тороида). Длина l средней линии сердечника равна 120 см, площадь сечения $S = 2{,}5$ см^2. Для определения магнитной проницаемости воспользоваться графиком (см. рис. 1). Явление гистерезиса не учитывать.

24.17. Соленоид намотан на чугунное кольцо сечением $S = 5$ см^2. При силе тока $I = 1$ А магнитный поток Ф = 250 мкВб. Определить число n витков соленоида, приходящихся на отрезок длиной 1 см средней линии кольца.

Магнитные цепи

24.18. Электромагнит изготовлен в виде тороида. Сердечник тороида со средним диаметром $d = 51$ см имеет вакуумный зазор длиной $l_0 = 2$ мм. Обмотка тороида равномерно распределена по всей его длине. Во сколько раз уменьшится индукция магнитного поля в зазоре, если, не изменяя силы тока в обмотке, зазор увеличить в $n = 3$ раза? Рассеянием магнитного поля вблизи зазора пренебречь. Магнитную проницаемость μ сердечника считать постоянной и принять равной 800.

24.19. Определить магнитодвижущую силу F_m, необходимую для создания магнитного поля индукцией $B = 1{,}4$ Тл в электромагните с железным сердечником длиной $l = 90$ см и воздушным промежутком длиной $l_0 = 5$ мм. Рассеянием магнитного потока в воздушном промежутке пренебречь. Для определения магнитной проницаемости воспользоваться графиком (см. рис. 1). Явление гистерезиса не учитывать.

24.20. В железном сердечнике соленоида индукция $B = 1{,}3$ Тл. Железный сердечник заменили стальным. Определить, во сколько раз следует изменить силу тока в обмотке соленоида, чтобы индукция в сердечнике осталась неизменной. Для определения магнитной проницаемости воспользоваться графиком (см. рис. 1). Явление гистерезиса не учитывать.

формуле $F = ma_n$. Подставив сюда выражения F и a_n, получим

$$|e|vB\sin(\alpha) = \frac{mv^2}{R}, \tag{1}$$

где e, v, m – заряд, скорость, масса электрона;

B – индукция магнитного поля;

R – радиус кривизны траектории;

α – угол между направлениями векторов скорости $\vec{v}$ и индукции $\vec{B}$ (в нашем случае $\vec{v} \perp \vec{B}$ и α = 90°, sin(α) = 1).

Из формулы (1) найдем

$$R = \frac{mv}{|e|B}. \tag{2}$$

Входящий в выражение (2) импульс mv выразим через кинетическую энергию T электрона:

$$mv = \sqrt{2mT}. \tag{3}$$

Но кинетическая энергия электрона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов U, определяется равенством $T = |e|U$. Подставив это выражение T в формулу (3), получим $mv = \sqrt{2mT}$.

Тогда выражение (2) для радиуса кривизны приобретает вид

$$R = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mU}{|e|}}.$$

Убедимся в том, что правая часть этого равенства дает единицу длины (м):

$$\frac{[m]^{0,5}[U]^{0,5}}{[B][e]^{0,5}} = \frac{(1кг)^{0,5}(1В)^{0,5}}{(1Тл)(1Кл)^{0,5}} = \left[\frac{(1кг)(1В)}{(1Тл)^2(1Кл)}\right]^{0,5} =$$

$$= \left[\frac{(1кг)(1В)(1А)^2(1м)^2}{(1Н)^2(1А)(1с)}\right]^{0,5} = \left[\frac{(1кг)(1Дж)(1м)^2}{(1Н)(1с)^2}\right]^{0,5} = \left[\frac{(1кг)(1м)^3}{(1Н)(1с)^2}\right]^{0,5} = 1м$$

После вычисления по формуле (4) получим

$R = 45$ мм.

2. Для определения частоты вращения воспользуемся формулой связывающей частоту со скоростью и радиусом кривизны траектории,

$$m = \frac{м}{2\pi R}.$$

Подставив R из выражения (2) в эту формулу, получим

$$n = \frac{1}{2\pi}\frac{|e|}{m}B.$$

Произведя вычисления, получим $n = 4{,}20 \cdot 10^7$ с$^{-1}$.

Пример 2. Электрон, имея скорость $v = 2$ Мм/с, влетел в однородное магнитное поле с индукцией $B = 30$ мТл под углом $\alpha = 30°$ к направлению линий индукции. Определить радиус R и шаг h винтовой линии, по которой будет двигаться электрон.

Решение. Известно, что на заряженную частицу, влетевшую в магнитное поле, действует сила Лоренца, перпендикулярная векторам магнитной индукции B и скорости v частицы:

$$F = QvB\sin(\alpha), \qquad (1)$$

где Q – заряд частицы.

В случае, если частицей является электрон, формулу (1) можно записать в виде

$$F = |e|vB\sin(\alpha).$$

Так как вектор силы Лоренца перпендикулярен вектору скорости, то модуль скорости не будет изменяться под действием этой силы. Но при постоянной скорости, как это следует из формулы (1), останется постоянным и значение силы Лоренца.

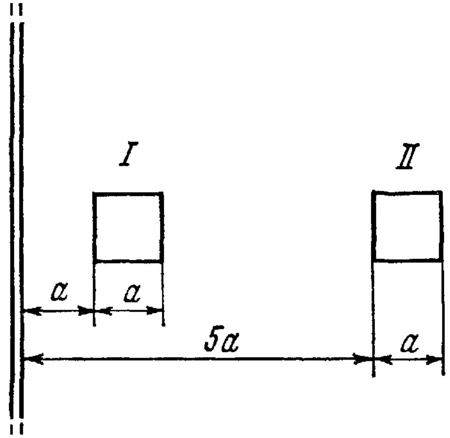


Рис. 5.26

24.10. Определить, во сколько раз отличаются магнитные потоки, пронизывающие рамку при двух ее положениях относительно прямого проводника с током, представленных на рис. 5.26.

24.11. Квадратная рамка со стороной длиной $a = 20$ см расположена в одной плоскости с прямым бесконечно длинным проводом с током. Расстояние l от провода до середины рамки равно 1 м. Вычислить относительную погрешность, которая будет допущена при расчете магнитного потока, пронизывающего рамку, если поле в пределах рамки считать однородным, а магнитную индукцию – равной значению ее в центре рамки.

24.12. Тороид квадратного сечения содержит $N = 1000$ витков. Наружный диаметр D тороида равен 40 см, внутренний $d = 20$ см. Найти магнитный поток Ф в тороиде, если сила тока I, протекающего по обмотке, равна 10 А. Учесть, что магнитное поле тороида неоднородно.

Магнитная индукция в ферромагнетике

24.13. Железный сердечник находится в однородном магнитном поле напряженностью $H = 1$ кА/м. Определить индукцию B магнитного поля в сердечнике и магнитную проницаемость μ железа. Для определения магнитной проницаемости воспользоваться графиком (см. рис. 1). Явление гистерезиса не учитывать.

24.14. На железное кольцо намотано в один слой $N = 500$ витков провода. Средний диаметр d кольца равен 25 см. Определить магнитную индукцию B в железе и магнитную проницаемость μ железа, если сила тока I в обмотке: 1) 0,5 А; 2) 2,5 А. Для определения магнитной проницаемости воспользоваться графиком (см.

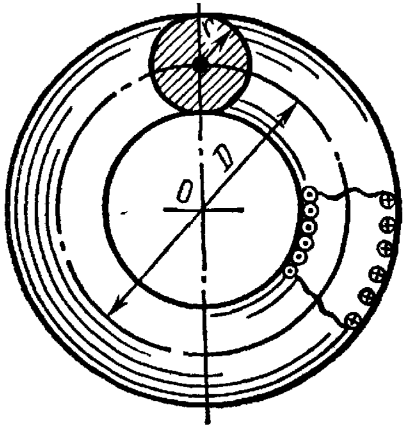


Рис. 5.25

24.4. Диаметр D тороида без сердечника по средней линии равен 30 см. В сечении тороид имеет круг радиусом $r = 5$ см. По обмотке тороида, содержащей $N = 2000$ витков, протекает ток $I = 5$ А (рис. 5.25). Пользуясь законом полного тока, определить максимальное и минимальное значение магнитной индукции B в тороиде.

Магнитный поток

24.5. Найти магнитный поток Ф, создаваемый соленоидом сечением $S = 10$ см^2, если он имеет $n = 10$ витков на каждый сантиметр его длины при силе тока $I = 20$ А.

24.6. Плоский контур, площадь S которого равна 25 см^2, находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}04$ Тл. Определить магнитный поток Ф, пронизывающий контур, если плоскость его составляет угол $\beta = 30°$ с линиями индукции.

24.7. При двукратном обводе магнитного полюса вокруг проводника с током $I = 100$ А была совершена работа $A = 1$ мДж. Найти магнитный поток Ф, создаваемый полюсом.

24.8. Соленоид длиной $l = 1$ м и сечением $S = 16$ см^2 содержит $N = 2000$ витков. Вычислить потокосцепление Ψ при силе тока I в обмотке 10 А.

24.9. Плоская квадратная рамка со стороной $a = 20$ см лежит в одной плоскости с бесконечно длинным прямым проводом, по которому протекает ток $I = 100$ А. Рамка расположена так, что ближайшая к проводу сторона параллельна ему и находится на расстоянии $l = 10$ см от провода. Определить магнитный поток Ф, пронизывающий рамку.

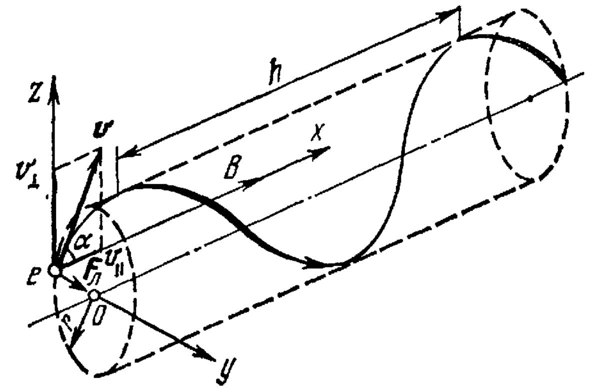


Рис. 5.20

Из механики известно, что постоянная сила, перпендикулярная скорости, вызывает движение по окружности. Следовательно, электрон, влетевший в магнитное поле, будет двигаться по окружности в плоскости, перпендикулярной линиям индукции, со скоростью, равной поперечной составляющей v_1 скорости (рис. 5.20); одновременно он будет двигаться и вдоль поля со скоростью $v_{\|}$:

$$v_{\|} = v\cos(\alpha);$$
$$v_{\perp} = v\sin(\alpha).$$

В результате одновременного участия в движениях по окружности и по прямой электрон будет двигаться по винтовой линии.

Радиус окружности, по которой движется электрон, найдем следующим образом. Сила Лоренца F сообщает электрону нормальное ускорение a_n. По второму закону Ньютона, $F = ma_n$, где $F = |e|v_1B$ и $a_n = \dfrac{v_{\perp}^2}{R}$. Тогда

$$|e|v_{\perp}B = \frac{mv_Z^2}{R},$$

откуда после сокращения на v_Z находим радиус винтовой линии:

$$R = \frac{mv_{\perp}}{|e|B} = \frac{mv\sin(\alpha)}{|e|B}.$$

Подставив значения величин m, v, e, B и α и, произведя вычисления, получим

$R = 0{,}19$ мм.

Шаг винтовой линии равен пути, пройденному электроном вдоль поля со скоростью v_X за время, которое понадобится электрону для того, чтобы совершить один оборот,

$$h = v_{\parallel} T, \qquad (2)$$

где $T = \dfrac{2\pi R}{v_{\perp}}$ – период вращения электрона. Подставив это выражение для T в формулу (2), найдем

$$h = \frac{2\pi R v_{\parallel}}{v_{\perp}} = \frac{2\pi R v \cos(\alpha)}{v \sin(\alpha)} = 2\pi R \operatorname{ctg}(\alpha).$$

Подставив в эту формулу значения величин π, R и α и, вычислив, получим

$h = 2{,}06$ мм.

Пример 3. Электрон движется в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}03$ Тл по окружности радиусом $r = 10$ см. Определить скорость v электрона.

Решение. Движение электрона по окружности в однородном магнитном поле совершается под действием силы Лоренца (см. примеры 1 и 2). Поэтому можно написать

$$\frac{mv^2}{r} = |e| Bv, \qquad (1)$$

откуда найдем импульс электрона:

$$p = mv = |e|Br. \qquad (2)$$

Релятивистский импульс выражается формулой

$$p = \frac{m_0 c \beta}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Выполнив преобразования, получим следующую формулу для определения скорости частицы:

$$\beta = \frac{\dfrac{p}{m_0 c}}{\sqrt{1 + \left(\dfrac{p}{m_0 c}\right)^2}}. \qquad (3)$$

В данном случае $p = |e|Br$. Следовательно,

ление гистерезиса не учитывать.

Решение. Пренебрегая рассеянием магнитного потока, мы можем принять, что индукция поля в воздушном зазоре равна индукции поля в чугуне. На основании закона полного тока запишем

$IN = Hl + H_0 l_0$.

По графику (см. рис. 1) находим, что при $B = 0{,}5$ Тл напряженность H магнитного поля в чугуне равна 1,2 кА/м. Так как для воздуха $\mu = 1$, то напряженность поля в воздушном зазоре

$H_0 = B\mu_0 = 0{,}4$ МА/м.

Искомое число витков

$$N = \frac{Hl + h_0 l_0}{I} = 800.$$

5.4.2. Задачи для самостоятельного решения

Закон полного тока

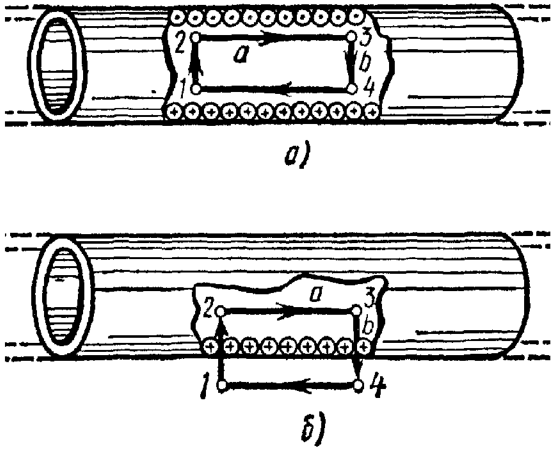


Рис. 5.24

24.1. По соленоиду длиной $l = 1$ м без сердечника, имеющему $N = 10^3$ витков (рис. 5.24), протекает ток $I = 20$ А. Определить циркуляцию вектора магнитной индукции вдоль контура, изображенного на рис. 3, *а*, *б*.

24.2. Вычислить циркуляцию вектора индукции вдоль контура, охватывающего токи $I_1 = 10$ А, $I_2 = 15$ А, текущие в одном направлении, и ток $I_3 = 20$ А, текущий в противоположном направлении.

24.3. По сечению проводника равномерно распределен ток плотностью $j = 2$ МА/м^2. Найти циркуляцию вектора напряженности вдоль окружности радиусом $R = 5$ мм, проходящей внутри проводника и ориентированной так, что ее плоскость составляет угол $\alpha = 30°$ с вектором плотности тока.

куляции напряженность H можно вынести за знак интеграла, а интегрирование проводить в пределах от нуля до $2\pi r$, где r – радиус окружности, совпадающей с линией индукции, вдоль которой вычисляется циркуляция, т.е.

$$\oint_L Hdl = H\int_0^{2\pi r} dl = 2\pi r H. \qquad (1)$$

С другой стороны, в соответствии с законом полного тока циркуляция вектора напряженности магнитного поля равна сумме токов, охватываемых контуром, вдоль которого вычисляется циркуляция:

$$\oint_L H_i dl = \sum_{i=1}^{n} I_i\ . \qquad (2)$$

Приравняв правые части равенств (1) и (2), получим

$$2\pi r H = \sum_{i=1}^{n} I_i\ . \qquad (3)$$

Линия, проходящая вдоль тороида, охватывает число токов, равное числу витков тороида. Сила тока во всех витках одинакова. Поэтому формула (3) примет вид

$$2\pi r H = -NI \quad \Rightarrow \quad H = \frac{NI}{2\pi r}. \qquad (4)$$

Для средней линии тороида $r = ½(R_1R_2) = ¼(d_1 + d_2)$. Подставив это выражение r в формулу (4), найдем

$$H = \frac{2NI}{\pi(d_1 + d_2)}. \qquad (5)$$

Магнитная индукция B_0 в вакууме связана с напряженностью поля соотношением $B_0 = \mu_0 H$. Следовательно,

$$B_0 = \frac{2\mu_0 NI}{\pi(d_1 + d_2)}, \qquad (6)$$

Подставив значения величин в выражения (5) и (6), получим:
$H = 1{,}37$ кА/м, $B_0 = 1{,}6$ мТл.

Пример. **3**. Чугунное кольцо имеет воздушный зазор длиной $l_0 = 5$ мм. Длина l средней линии кольца равна 1 м. Сколько витков N содержит обмотка на кольце, если при силе тока $I = 4$ А индукция B магнитного поля в воздушном зазоре равна 0,5 Тл? Рассеянием магнитного потока в воздушном зазоре можно пренебречь. Яв-

$$\beta = \frac{\dfrac{|e|Br}{m_0 c}}{\sqrt{1 + \left(\dfrac{|e|Br}{m_0 c}\right)^2}}. \qquad (4)$$

В числитель и знаменатель формулы (4) входит выражение $\dfrac{|e|Br}{m_0 c}$. Вычислим его отдельно:

$$\frac{|e|Br}{m_0 c} = 1{,}76.$$

Подставив найденное значение в формулу (4), получим
$\beta = 0{,}871$, или $v = c\beta = 2{,}61 \cdot 10^8$ м/с.

Электрон, обладающий такой скоростью, является релятивистским.

Пример 4. Альфа-частица прошла ускоряющую разность потенциалов $U = 104$ В и влетела в скрещенные под прямым углом электрическое ($E = 10$ кВ/м) и магнитное ($B = 0{,}1$ Тл) поля. Найти отношение заряда альфа-частицы к ее массе, если, двигаясь перпендикулярно обоим полям, частица не испытывает отклонений от прямолинейной траектории.

Решение. Для того чтобы найти отношение заряда Q альфа-частицы к ее массе m, воспользуемся связью между работой сил электрического поля и изменением кинетической энергии частиц:

$$QU = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow \frac{Q}{m} = \frac{v^2}{2U}. \qquad (1)$$

Скорость v альфа-частицы найдем из следующих соображений. В скрещенных электрическом и магнитном полях на движущуюся заряженную частицу действуют две силы:

а) сила Лоренца $F_Л = Q[vB]$, направленная перпендикулярно скорости v и вектору магнитной индукции B;

б) кулоновская сила $F_K = QE$, сонаправленная с вектором напряженности E электростатического поля (Q>0).

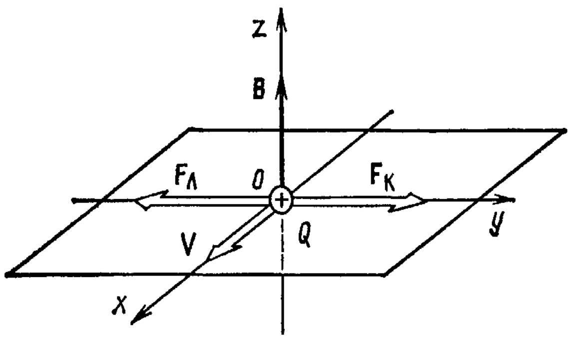


Рис. 5.21

Сделаем рисунок с изображением координатных осей и векторных величин. Направим вектор магнитной индукции B вдоль оси O_z (рис. 5.21), скорость v – в положительном направлении оси Ox, тогда $F_Л$ и F_K будут направлены так, как это указано на рисунке.

Альфа-частица не будет испытывать отклонения, если геометрическая сумма сил $F_Л + F_K$ будет равна нулю. В проекции на ось Oy получим следующее равенство (при этом учтено, что вектор скорости v перпендикулярен вектору магнитной индукции B и $\sin(\widehat{v,B}) = 1$:

$$QE - QvB = 0 \quad \Rightarrow \quad v = \frac{E}{B}.$$

Подставив это выражение скорости в формулу (1), получим

$$\frac{Q}{m} = \frac{E^2}{2UB^2}.$$

Убедимся в том, что правая часть равенства дает единицу отношения заряда к массе (Кл/кг):

$$\frac{[E^2]}{[U][B^2]} = \frac{(1В/м)^2}{(1В)(1Тл)^2} = \frac{(1В \cdot А)^2}{(1В)(1Н)^2} = \frac{(1Дж \cdot Кл)}{(1Н \cdot с)^2} = \frac{1Кл \cdot м}{1Н \cdot с^2} = 1Кл/кг.$$

Произведем вычисления:

$$\frac{Q}{m} = \frac{(10^4)^2}{2 \cdot 104 \cdot (0{,}1)^2} = 4{,}81 \cdot 10^7 \text{ Кл/кг}.$$

5.3.2. Задачи для самостоятельного решения

Сила Лоренца

23.1. Определить силу Лоренца F, действующую на электрон, влетевший со скоростью $v = 4$ Мм/с в однородное магнитное поле под углом $\alpha = 30°$ к линиям индукции. Магнитная индукция B поля равна 0,2 Тл.

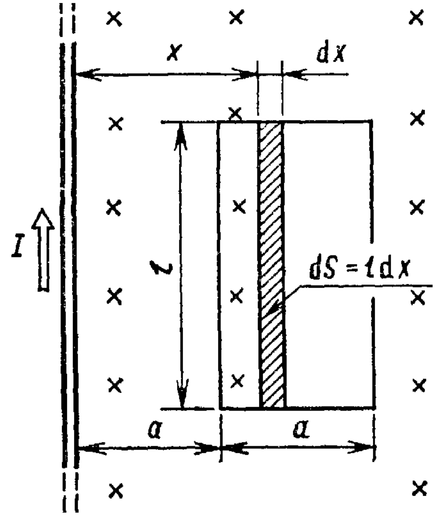


Рис. 5.23

Разобьем площадь рамки на узкие элементарные площадки длиной l, шириной dx и площадью $dS = ldx$ (рис. 5.23). В пределах этой площадки магнитную индукцию можно считать постоянной, так как все части площадки равноудалены (на расстояние x) от провода. С учетом сделанных замечаний элементарный магнитный поток можно записать в виде

$$d\Phi = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} l dx.$$

Проинтегрировав полученное выражение в пределах от $x_1 = a$ до $x_2 = 2a$, найдем

$$\Phi = \frac{\mu_0 Il}{2\pi} \int_{\alpha}^{2\alpha} \frac{dx}{x} = \frac{\mu_0 Il}{2\pi} \ln x \Big|_{\pi}^{2\pi}.$$

Подставив пределы, получим

$$\Phi = \frac{\mu_0 Il}{2\pi} \ln 2.$$

Убедимся в том, что правая часть полученного равенства дает единицу магнитного потока (Вб):

$[\mu_0]$ $[I]$ $[l]$ = Гн/м ·1 А ·1 м = 1 Вб.

Произведя вычисления по формуле (1), найдем **Ф** = 4,5 мкВб.

Пример 2. Определить индукцию B и напряженность H магнитного поля на оси тороида без сердечника, по обмотке которого, содержащей $N = 200$ витков, идет ток $I = 5$ А. Внешний диаметр d_1 тороида равен 30 см, внутренний $d_2 = 20$ см.

Решение. Для определения напряженности магнитного поля внутри тороида вычислим циркуляцию вектора H вдоль линии магнитной индукции поля: $\oint Hdl$.

Из условия симметрии следует, что линии магнитной индукции тороида представляют собой окружности и что во всех точках этой линии напряженности одинаковы. Поэтому в выражении цир-

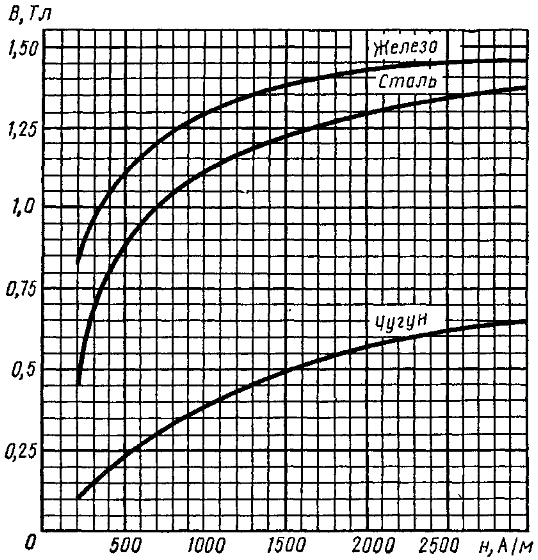


Рис. 5.22

• Связь между магнитной индукцией B поля в ферромагнетике и напряженностью H намагничивающего поля выражается графически (см. рис. 5.22).

5.4.1. Примеры решения задач

Пример 1. В одной плоскости с бесконечно длинным прямым проводом, по которому протекает ток $I = 50$ А, расположена прямоугольная рамка так, что две большие стороны ее длиной $l = 65$ см параллельны проводу, а расстояние от провода до ближайшей из этих сторон равно ее ширине. Каков магнитный поток Ф, пронизывающий рамку?

Решение. Магнитный поток **Ф** через поверхность площадью S определяется выражением

$$\Phi = \int_S B_n dS .$$

В нашем случае вектор магнитной индукции B перпендикулярен плоскости рамки. Поэтому для всех точек рамки $B_n = B$. Магнитная индукция B, создаваемая бесконечно длинным прямым проводником с током, определяется формулой

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x},$$

где x – расстояние от провода до точки, в которой определяется B.

Для вычисления магнитного потока заметим, что так как B зависит от x и элементарный поток **Ф** будет также зависеть от x, то

$$d\Phi = B(x)dS.$$

23.2. Вычислить радиус R дуги окружности, которую описывает протон в магнитном поле с индукцией $B = 15$ мТл, если скорость v протона равна 2 Мм/с.

23.3. Двукратно ионизированный атом гелия (α-частица) движется в однородном магнитном поле напряженностью $H = 100$ кА/м по окружности радиусом $R = 10$ см. Найти скорость v α-частицы.

23.4. Ион, несущий один элементарный заряд, движется в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}015$ Тл по окружности радиусом $R = 10$ см. Определить импульс p иона.

23.5. Частица, несущая один элементарный заряд, влетела в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0{,}5$ Тл. Определить момент импульса L, которым обладала частица при движении в магнитном поле, если ее траектория представляла дугу окружности радиусом $R = 0{,}2$ см.

23.6. Электрон движется в магнитном поле с индукцией $B = 0{,}02$ Тл по окружности радиусом $R = 1$ см. Определить кинетическую энергию T электрона (в джоулях и электрон-вольтах).

23.7. Заряженная частица влетела перпендикулярно линиям индукции в однородное магнитное поле, созданное в среде. В результате взаимодействия с веществом частица, находясь в поле, потеряла половину своей первоначальной энергии. Во сколько раз будут отличаться радиусы кривизны R траектории начала и конца пути?

23.8. Заряженная частица, двигаясь в магнитном поле по дуге окружности радиусом $R_1 = 2$ см, прошла через свинцовую пластину, расположенную на пути частицы. Вследствие потери энергии частицей радиус кривизны траектории изменился и стал равным $R_2 = 1$ см. Определить относительное изменение энергии частицы.

23.9. Протон, прошедший ускоряющую разность потенциалов $U = 600$ В, влетел в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0{,}3$ Тл и начал двигаться по окружности. Вычислить ее радиус R.

23.10. Заряженная частица, обладающая скоростью $v = 2 \cdot 10^6$ м/с, влетела в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0{,}52$ Тл. Найти отношение Q/m заряда частицы к ее массе, если частица в поле описала дугу окружности радиусом $R = 4$ см. По этому отношению определить, какая это частица.

23.11. Заряженная частица, прошедшая ускоряющую разность потенциалов $U = 2$ кВ, движется в однородном магнитном поле с индукцией $B = 15{,}1$ мТл по окружности радиусом $R = 1$ см. Определить отношение $|e|/m$ заряда частицы к ее массе и скорость v частицы.

23.12. Заряженная частица с энергией $T = 1$ кэВ движется в однородном магнитном поле по окружности радиусом $R = 1$ мм. Найти силу F, действующую на частицу со стороны поля.

23.13. Электрон движется в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}1$ Тл перпендикулярно линиям индукции. Определить силу F, действующую на электрон со стороны поля, если радиус R кривизны траектории равен 0,5 см.

23.14. Электрон движется в однородном магнитном поле напряженностью $H = 4$ кА/м со скоростью $v = 10$ Мм/с. Вектор скорости направлен перпендикулярно линиям напряженности. Найти силу F, с которой поле действует на электрон, и радиус R окружности, по которой он движется.

23.15. Протон с кинетической энергией T = 1 МэВ влетел в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям индукции ($B = 1$ Тл). Какова должна быть минимальная протяженность l поля в направлении, по которому летел протон, когда он находился вне поля, чтобы оно изменило направление движения протона на противоположное?

23.16. Электрон движется по окружности в однородном магнитном поле напряженностью $H = 10$ кА/м. Вычислить период T вращения электрона.

23.17. Определить частоту n вращения электрона по круговой орбите в магнитном поле, индукция B которого равна 0,2 Тл.

23.18. Электрон в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}1$ Тл движется по окружности. Найти силу I эквивалентного кругового тока, создаваемого движением электрона.

23.19. Электрон, влетев в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0{,}2$ Тл, стал двигаться по окружности радиусом $R = 5$ см. Определить магнитный момент p_m эквивалентного кругового тока.

23.20. Два однозарядных иона, пройдя одинаковую ускоряющую разность потенциалов, влетели в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям индукции. Один ион, масса m_1 которого равна 12 а.е.м. (атомных единиц массы), описал дугу окружности

N – число витков в обмотке тороида;

l_1 и l_2 – длины первой и второй частей сердечника тороида;

μ_1 и μ_2 – магнитные проницаемости веществ первой и второй частей сердечника тороида;

μ_0 – магнитная постоянная;

б) напряженность магнитного поля на осевой линии тороида в первой и второй частях сердечника

$$H_1 = \frac{B}{\mu_1\mu_2}, \qquad H_2 = \frac{B}{\mu_2\mu_0};$$

в) магнитный поток в сердечнике тороида

$$\Phi_m = \frac{IN}{\dfrac{l_i}{\mu_1\mu_0 S} + \dfrac{l_2}{\mu_2\mu_0 S}},$$

или по аналогии с законом Ома (формула Гопкинсона)

$$\Phi_m = \frac{F_m}{R_m},$$

где F_m – магнитодвижущая сила;

R_m – полное магнитное сопротивление цепи;

г) магнитное сопротивление участка цепи

$$R_m = \frac{l}{\mu\mu_0 S}.$$

• Магнитная проницаемость μ ферромагнетика связана с магнитной индукцией B поля в нем и напряженностью H намагничивающего поля соотношением

$$\mu = \frac{B}{\mu_0 H}.$$

элементарного перемещения dl вдоль контура L.

Циркуляция вектора напряженности H вдоль замкнутого контура

$$\oint_L H_i dl.$$

• Закон полного тока (для магнитного поля в вакууме)

$$\oint_L B_i dl = \mu_0 \sum_{i=1}^{n} I_i,$$

где μ_0 – магнитная постоянная;

$\sum_{i=1}^{n} I_i$ – алгебраическая сумма токов, охватываемых контуром;

n – число токов.

Закон полного тока (для произвольной среды)

$$\oint_L H_i dl = \sum_{i=1}^{n} I_i.$$

• Магнитный поток Ф через плоский контур площадью S:

а) в случае однородного поля

$\Phi = BS\cos(\alpha)$; или $\Phi = B_n S$,

где α – угол между вектором нормали n к плоскости контура и вектором магнитной индукции B;

B_n – проекция вектора B на нормаль n ($B_n = B\cos(\alpha)$);

б) в случае неоднородного поля

$$\Phi = \int_S B_n dS,$$

где интегрирование ведется во всей поверхности S.

• Потокосцепление, т.е. полный магнитный поток, сцепленный со всеми витками соленоида или тороида,

$\Psi = N\Phi$,

где Φ – магнитный поток через один виток;

N – число витков соленоида или тороида.

• Магнитное поле тороида, сердечник которого составлен из двух частей, изготовленных из веществ с различными магнитными проницаемостями:

а) магнитная индукция на осевой линии тороида

$$B = \frac{IN}{l_i/(\mu_1\mu_0) + l_2/(\mu_2\mu_0)},$$

где I – сила тока в обмотке тороида;

радиусом $R_1 = 4$ см. Определить массу m_2 другого иона, который описал дугу окружности радиусом $R_2 = 6$ см.

23.21. Два иона, имеющие одинаковый заряд, но различные массы, влетели в однородное магнитное поле. Первый ион начал двигаться по окружности радиусом $R_1 = 5$ см, второй ион – по окружности радиусом $R_2 = 2{,}5$ см. Найти отношение m_1/m_2 масс ионов, если они прошли одинаковую ускоряющую разность потенциалов.

23.22. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 100$ мкТл движется электрон по винтовой линии. Определить скорость v электрона, если шаг h винтовой линии равен 20 см, а радиус $R = 5$ см.

23.23. Электрон движется в однородном магнитном поле с индукцией $B = 9$ мТл по винтовой линии, радиус R которой равен 1 см и шаг $h = 7{,}8$ см. Определить период T обращения электрона и его скорость v.

23.24. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 2$ Тл движется протон. Траектория его движения представляет собой винтовую линию с радиусом $R = 10$ см и шагом $h = 60$ см. Определить кинетическую энергию T протона.

23.25. Электрон влетает в однородное магнитное поле напряженностью $H = 16$ кА/м со скоростью $v = 8$ Мм/с. Вектор скорости составляет угол $\alpha = 60°$ с направлением линий индукции. Определить радиус R и шаг h винтовой линии, по которой будет двигаться электрон в магнитном поле. Определить также шаг винтовой линии для электрона, летящего под малым углом к линиям индукции.

23.26. Определить энергию ε, которую приобретает протон, сделав $N = 40$ оборотов в магнитном поле циклотрона, если максимальное значение U_{max} переменной разности потенциалов между дуантами равно 60 кВ. Определить также относительное увеличение $\Delta m/m_0$ массы протона в сравнении с массой покоя, а также скорость v протона.

23.27. Вычислить скорость v и кинетическую энергию T α-частиц, выходящих из циклотрона, если, подходя к выходному окну, ионы движутся по окружности радиусом $R = 50$ см. Индукция B магнитного поля циклотрона равна 1,7 Тл.

23.28. Индукция B магнитного поля циклотрона равна 1 Тл. Какова частота ω ускоряющего поля между дуантами, если в циклотроне ускоряются дейтоны?

23.29. В циклотроне требуется ускорять ионы гелия (He^{++}). Частота ω переменной разности потенциалов, приложенной к дуантам, равна 10 МГц. Какова должна быть индукция B магнитного поля, чтобы период T обращения ионов совпадал с периодом изменения разности потенциалов?

23.30. Определить число N оборотов, которые должен сделать протон в магнитном поле циклотрона, чтобы приобрести кинетическую энергию $T = 10$ МэВ, если при каждом обороте протон проходит между дуантами разность потенциалов $U = 30$ кВ.

23.31. Электрон движется по окружности в однородном магнитном поле со скоростью $v = 0{,}8{\cdot}c$ (c – скорость света в вакууме). Магнитная индукция B поля равна 0,01 Тл. Определить радиус окружности в двух случаях: 1) не учитывая увеличение массы со скоростью; 2) учитывая это увеличение.

23.32. Электрон движется в магнитном поле по окружности радиусом $R = 2$ см. Магнитная индукция B поля равна 0,1 Тл. Определить кинетическую энергию T электрона. При решении задачи учесть изменение массы частицы от ее скорости.

23.33. Электрон, влетевший в камеру Вильсона, оставил след в виде дуги окружности радиусом $R = 10$ см. Камера находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 10$ Тл. Определить кинетическую энергию T электрона. При решении задачи учесть изменение массы частицы от ее скорости.

23.34. Кинетическая энергия T α-частицы равна 500 МэВ. Частица движется в однородном магнитном поле по окружности радиусом $R = 80$ см. Определить магнитную индукцию B поля. При решении задачи учесть изменение массы частицы от ее скорости.

23.35. Электрон, имеющий кинетическую энергию $T = 1{,}5$ МэВ, движется в однородном магнитном поле по окружности. Магнитная индукция B поля равна 0,02 Тл. Определить период τ обращения. При решении задачи учесть изменение массы частицы от ее скорости.

Движение заряженных частиц в совместных магнитном и электрическом полях

23.36. Перпендикулярно магнитному полю с индукцией $B = 0{,}1$ Тл возбуждено электрическое поле напряженностью $E = 100$ кВ/м. Перпендикулярно обоим полям движется, не отклоняясь от прямолинейной траектории, заряженная частица. Вычислить скорость v частицы.

23.37. Заряженная частица, двигаясь перпендикулярно скрещенным под прямым углом электрическому ($E = 400$ кВ/м) и магнитному ($B = 0{,}25$ Тл) полям, не испытывает отклонения при определенной скорости v. Определить эту скорость и возможные отклонения Δv от нее, если значения электрического и магнитного полей могут быть обеспечены с точностью, не превышающей 0,2 %.

23.38. Протон, пройдя ускоряющую разность потенциалов $U = 800$ В, влетает в однородные, скрещенные под прямым углом магнитное (В = 50 мТл) и электрическое поля. Определить напряженность E электрического поля, если протон движется в скрещенных полях прямолинейно.

23.39. Заряженная частица движется по окружности радиусом $R = 1$ см в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}1$ Тл. Параллельно магнитному полю возбуждено электрическое поле напряженностью $E = 100$ В/м. Вычислить промежуток времени Δt, в течение которого должно действовать электрическое поле, для того чтобы кинетическая энергия частицы возросла вдвое.

23.40. Протон влетает со скоростью $v = 100$ км/с в область пространства, где имеются электрическое ($E = 210$ В/м) и магнитное ($B = 3{,}3$ мТл) поля. Напряженность E электрического поля и магнитная индукция B совпадают по направлению. Определить ускорение протона для начального момента движения в поле, если направление вектора его скорости v: 1) совпадает с общим направлением векторов E и B; 2) перпендикулярно этому направлению.

5.4. ЗАКОН ПОЛНОГО ТОКА. МАГНИТНЫЙ ПОТОК. МАГНИТНЫЕ ЦЕПИ

Основные формулы

• Циркуляция вектора магнитной индукции B вдоль замкнутого контура

$$\oint_L B_l\,dl\,,$$

где B_l – проекция вектора магнитной индукции на направление