МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ ВЛАДИМИРА ДАЛЯ»

СТАХАНОВСКИЙ ИНЖЕНЕРНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(ФИЛИАЛ)
ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ
ВЛАДИМИРА ДАЛЯ»

КАФЕДРА ОБЩЕИНЖЕНЕРНЫХ ДИСЦИПЛИН

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
к практическим занятиям по дисциплине
«ФИЗИКА»
для студентов направления подготовки
Профессиональное обучение (по отраслям),

профили: «Экономика и управление», «Информационные технологии и системы», «Электроснабжение», «Безопасность технологических процессов и производств», «Горное дело. Подземная разработка пластовых месторождений», «Горное дело. Электромеханическое оборудование, автоматизация процессов добычи полезных ископаемых и руд», «Горное дело. Технологическая безопасность и горноспасательное дело», «Профессиональная психология», «Управление персоналом» (в 9-и частях). **Часть 6. Колебания и волны**.

Луганск 2023

УДК 530

Рекомендовано к изданию Учебно-методическим советом
ФГБОУ ВО «ЛГУ им. В. Даля»
(протокол № 24 от 10.12.2023 г.)

Методические указания к практическим занятиям по дисциплине **«Физика»** для студентов направления подготовки **Профессиональное обучение (по отраслям)**, профили: «Экономика и управление», «Информационные технологии и системы», «Электроснабжение», «Безопасность технологических процессов и производств», «Горное дело. Подземная разработка пластовых месторождений», «Горное дело. Электромеханическое оборудование, автоматизация процессов добычи полезных ископаемых и руд», «Горное дело. Технологическая безопасность и горноспасательное дело», «Профессиональная психология», «Управление персоналом» (в 9-и частях). **Часть 6. Колебания и волны**. /Сост.: В.И. Сафонов. − **Стаханов**: ФГБОУ ВО «ЛГУ им. В. Даля», 2023. – 40 с.

В методических указаниях приведен минимальный объём теоретических сведений, необходимых для подготовки к практическим занятиям по одному из девяти разделов общего курса физики, примеры решения задач и задачи для самостоятельного решения.

Предназначены для студентов профиля «Экономика и управление», «Информационные технологии и системы», «Электроснабжение», «Безопасность технологических процессов и производств», «Горное дело. Подземная разработка пластовых месторождений», «Горное дело. Электромеханическое оборудование, автоматизация процессов добычи полезных ископаемых и руд», «Горное дело. Технологическая безопасность и горноспасательное дело», «Профессиональная психология», «Управление персоналом».

Составитель: доц. Сафонов В.И.

Ответственный за выпуск: доц. Сафонов В.И.

Рецензент: доц. Петров А.Г.

Содержание

6. КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

Цель: Освоить изученный теоретический материал на примерах и закрепить его, решив самостоятельно задачи.

6.1. Механические колебания

Основные формулы

• Уравнение гармонических колебаний

$x = A\cos(\omega t + \varphi)$,

где x – смещение колеблющейся точки от положения равновесия;

t – время;

A, ω, φ – соответственно амплитуда, угловая частота, начальная фаза колебаний;

$\omega t + \varphi$ – фаза колебаний в момент t.

• Угловая частота колебаний

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T},$$

где ν и T – частота и период колебаний.

• Скорость точки, совершающей гармонические колебания,

$v = \dot{x} = -A\omega\sin(\omega t + \varphi)$.

• Ускорение при гармоническом колебании

$a = \ddot{x} = -A\omega^2\cos(\omega t + \varphi)$.

• Амплитуда A результирующего колебания, полученного при сложении двух колебаний с одинаковыми частотами, происходящих по одной прямой, определяется по формуле

$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$,

где A_1 и A_2 – амплитуды составляющих колебаний;

φ_1 и φ_2 – начальные фазы составляющих колебаний.

• Начальная фаза φ результирующего колебания может быть найдена из формулы

$$tg(\varphi) = \frac{A_1\sin(\varphi_1) + A_2\sin(\varphi_2)}{A_1\cos(\varphi_1) + A_2\cos(\varphi_2)}.$$

• Частота биений, возникающих при сложении двух колебаний, происходящих по одной прямой с различными, но близкими по значению частотами ν_1 и ν_2,

$\nu = \nu_1 - \nu_2$.

• Уравнение траектории точки, участвующей в двух взаимно перпендикулярных колебаниях с амплитудами A_1 и A_2 и начальными фазами φ_1 и φ_2,

$$\frac{x^2}{A_1^2}+\frac{y^2}{A_2^2}-\frac{2xy}{A_1A_2}\cos(\varphi_2-\varphi_1)=\sin^2(\varphi_2-\varphi_1).$$

Если начальные фазы φ_1 и φ_2 составляющих колебаний одинаковы, то уравнение траектории принимает вид

$$y=\frac{A_2}{A_1}x \text{ или } y=-\frac{A_2}{A_1}x,$$

т.е. точка движется по прямой.

В том случае, если разность фаз $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \pi/2$, уравнение принимает вид

$$\frac{x^2}{A_1^2}+\frac{y^2}{A_2^2}=1,$$

т.е. точка движется по эллипсу.

• Дифференциальное уравнение гармонических колебаний материальной точки

$$m\ddot{x}=-kx \quad \text{или} \quad \ddot{x}+\omega^2x=0,$$

где m – масса точки;

k – коэффициент квазиупругой силы ($k = m\omega^2$).

• Полная энергия материальной точки, совершающей гармонические колебания,

$$E=\frac{1}{2}mA^2\omega^2=\frac{1}{2}kA^2.$$

• Период колебаний тела, подвешенного на пружине (пружинный маятник),

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}},$$

где m – масса тела;

k – жесткость пружины.

Формула справедлива для упругих колебаний в пределах, в которых выполняется закон Гука (при малой массе пружины в сравнении с массой тела).

Период колебаний математического маятника

$$T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}},$$

где l – длина маятника;

g – ускорение свободного падения.

Период колебаний физического маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mga}},$$

где J – момент инерции колеблющегося тела относительно оси колебаний;

a – расстояние центра масс маятника от оси колебаний;

$L = \dfrac{J}{ma}$ – приведенная длина физического маятника.

Приведенные формулы являются точными для случая бесконечно малых амплитуд. При конечных амплитудах эти формулы дают лишь приближенные результаты. При амплитудах не более 3° ошибка в значении периода не превышает 1 %.

Период крутильных колебаний тела, подвешенного на упругой нити,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{k}},$$

где J – момент инерции тела относительно оси, совпадающей с упругой нитью;

k – жесткость упругой нити, равная отношению упругого момента, возникающего при закручивании нити, к углу, на который нить закручивается.

• Дифференциальное уравнение затухающих колебаний

$$m\ddot{x} = -kx - rx \qquad \text{или} \qquad \ddot{x} + 2\delta x + \omega_0^2 x = 0,$$

где r – коэффициент сопротивления;

δ – коэффициент затухания, $\delta = \dfrac{r}{2m}$;

ω_0 – собственная угловая частота колебаний, $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$.

• Уравнение затухающих колебаний

$$x = A(t)\cos(\omega t + \varphi),$$

где $A\ (t)$ – амплитуда затухающих колебаний в момент t;

ω – угловая частота колебаний.

• Угловая частота затухающих колебаний

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}\ .$$

• Зависимость амплитуды затухающих колебаний от времени

$$A(t) = A_0 e^{-\delta t},$$

где A_0 – амплитуда колебаний в момент $t = 0$.

• Логарифмический декремент колебаний

$$\theta = \ln\frac{A(t)}{A(t+T)} = \delta T\ ,$$

где $A\ (t)$ и $A\ (t + T)$ – амплитуды двух последовательных колебаний, отстоящих по времени друг от друга на период.

• Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний

$$m\ddot{x} = -kx = rx + F_0\cos(\omega t) \qquad \text{или} \qquad \ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = f_0\cos(\omega t),$$

где $F_0\cos(\omega t)$ – внешняя периодическая сила, действующая на колеблющуюся материальную точку и вызывающая вынужденные колебания;

F_0 – амплитудное значение внешней периодической силы, $F_0 = f_0 m$.

• Амплитуда вынужденных колебаний

$$A = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2\omega^2}}\ .$$

• Резонансная частота и резонансная амплитуда

$$\omega_{РЕЗ} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2}\ ;$$

$$A_{РЕЗ} = \frac{f_0}{2\delta\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}}\ .$$

6.1.1. Примеры решения задач

Пример 1. Точка совершает колебания по закону $x(t) = A\cos(\omega t)$, где $A = 2$ см. Определить начальную фазу φ, если $x(0) = -\sqrt{3}$ см и $\dot{x}(0) < 0$. Построить векторную диаграмму для момента $t = 0$.

Решение. Воспользуемся уравнением движения и выразим смещение в момент $t = 0$ через начальную фазу:

$X(0) = A\cos(\varphi)$.

Отсюда определим начальную фазу:

$$\varphi = \arccos\left(\frac{x(0)}{A}\right).$$

Подставим в это выражение заданные значения $x(0)$ и A:

$$\varphi = \arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right).$$

Значению аргумента $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ удовлетворяют два значения угла: $\varphi_1 = \frac{5}{6}\pi$ и $\varphi_2 = \frac{7}{6}\pi$.

Для того чтобы решить, какое из этих значений угла φ удовлетворяет еще и условию $\dot{x}(0) < 0$, определим сначала $\dot{x}(t)$:

$$\dot{x}(t) = -\omega A \sin(\omega t + \varphi).$$

Подставив в это выражение значение $t = 0$ и поочередно значения начальных фаз $\varphi_1 = \frac{5}{6}\pi$ и $\varphi_2 = \frac{7}{6}\pi$, определим

$$\dot{x}_1(0) = -\frac{1}{2}A\omega \text{ и } \dot{x}_2(0) = \frac{1}{2}A\omega.$$

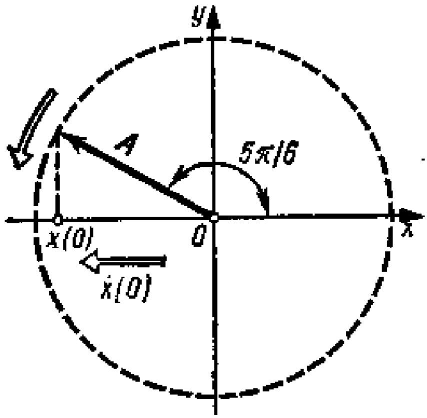


Рис. 6.1

Так как всегда $A>0$ и $\omega>0$, то условию $\dot{x}(0) < 0$ удовлетворяет только первое значение начальной фазы. Таким образом, искомая начальная фаза $\varphi_1 = \frac{5}{6}\pi$.

По найденному значению φ построим векторную диаграмму (рис. 6.1).

Пример 2. Материальная точка массой $m = 5$ г совершает гармонические колебания с частотой $\nu = 0{,}5$ Гц. Амплитуда колебаний $A = 3$ см. Определить: 1) скорость v точки в момент времени, когда смещение $x = 1{,}5$ см; 2) максимальную силу $F_{\max}$, действующую на точку; 3) полную энергию E колеблющейся точки.

Решение. 1. Уравнение гармонического колебания имеет вид

$$x = A\cos(\omega t + \varphi)\,. \qquad (1)$$

Формулу скорости получим, взяв первую производную по времени от смещения:

$$v = \dot{x} = \frac{dx}{dt} = -A\omega\sin(\omega t + \varphi)\,. \qquad (2)$$

Чтобы выразить скорость через смещение, нужно исключить из формул (1) и (2) время. Для этого возведем оба уравнения в квадрат, разделим первое на A^2, второе на $A^2\omega^2$ и сложим:

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{v^2}{A^2\omega^2} = 1 \quad \text{или} \quad \frac{x^2}{A^2} + \frac{v^2}{4\pi^2\nu^2A^2} = 1\,.$$

Решив последнее уравнение относительно v, получим

$$v = \pm 2\pi\nu\sqrt{A^2 - x^2}\,.$$

Выполнив вычисления по этой формуле, получим $v = \pm 8{,}2$ см / с.

Знак плюс соответствует случаю, когда направление скорости совпадает с положительным направлением оси x, знак минус – когда направление скорости совпадает с отрицательным направлением оси x.

Смещение при гармоническом колебании кроме уравнения (1) может быть определено также уравнением

$$x = A\sin(\omega t + \varphi)\,.$$

Повторив с этим уравнением такое же решение, получим тот же ответ.

2. Силу действующую на точку, определим по второму закону Ньютона:

$$F = ma, \qquad (3)$$

где a – ускорение точки, которое получим, взяв производную по времени от скорости:

$$a = \ddot{x} = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2\cos(\omega t + \varphi) \quad \text{или}$$

$$a = \ddot{x} = \frac{dv}{dt} = -4\pi^2\nu^2A\cos(\omega t + \varphi)\,.$$

Подставив выражение ускорения в формулу (3), получим

$$F = -4\pi^2\nu^2 mA\cos(\omega t + \varphi)\,.$$

Отсюда максимальное значение силы

$$F_{max} = -4\pi^2 v^2 mA\,.$$

Подставив в это уравнение значения величин π, v, m и A, определим

$$F_{max} = 1{,}49 \text{ мН}.$$

3. Полная энергия колеблющейся точки есть сумма кинетической и потенциальной энергий, вычисленных для любого момента времени.

Проще всего вычислить полную энергию в момент, когда кинетическая энергия достигает максимального значения. В этот момент потенциальная энергия равна нулю. Поэтому полная энергия E колеблющейся точки равна максимальной кинетической энергии T_{max}:

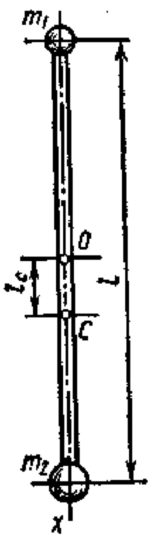
$$E = T_{max} = \frac{1}{2} m v_{max}^2\,. \qquad (4)$$

Максимальную скорость определим из формулы (2), положив $\cos(\omega t + \varphi) = 1$. Тогда $v_{max} = 2\pi v A$. Подставив выражение скорости в формулу (4), получим

$$E = 2\pi^2 m v^2 A^2.$$

Подставив значения величин в эту формулу и произведя вычисления, получим

$$E = 2\cdot\pi^2\cdot 5\cdot 10^{-3}\cdot 0{,}5^2\cdot(3\cdot 10^{-2})^2 = 22\cdot 1^{-6} \text{ Дж}.$$



Пример 3. На концах тонкого стержня длиной $l = 1$ м и массой $m_3 = 400$ г укреплены шарики малых размеров массами $m_1 = 200$ г и $m_2 = 300$ г. Стержень колеблется около горизонтальной оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его середину (точка O на рис. 6.2). Определить период M колебаний, совершаемых стержнем.

Решение. Период колебаний физического маятника, каким является стержень с шариками, определяется соотношением

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgl_C}}\,, \qquad (1)$$

где J – момент инерции маятника относительно оси

Рис. 6.2 колебаний;

m – масса маятника;

l_C – расстояние от центра масс маятника до оси.

Момент инерции данного маятника равен сумме моментов инерции шариков J_1 и J_2 и стержня J_3:

$$J = J_1 + J_2 + J_3. \qquad (2)$$

Принимая шарики за материальные точки, выразим моменты их инерции:

$$J_1 = \frac{m_1 l^2}{4}; \qquad J_2 = \frac{m_2 l^2}{4}.$$

Так как ось проходит через середину стержня, то его момент инерции относительно этой оси $J_3 = \frac{m_3 l^2}{12}$. Подставив полученные выражения J_1, J_2 и J_3 в формулу (2), определим общий момент инерции физического маятника:

$$J = \frac{m_1 l^2}{4} + \frac{m_2{}^2}{4} + \frac{m_3 l^2}{12} = \frac{l^2}{12}(3m_1 + 3m_2 + m_3).$$

Произведя вычисления по этой формуле, определим

$J = 0{,}158$ кг·м^2.

Масса маятника состоит из масс шариков и массы стержня:

$M = m_1 + m_2 + m_3 = 0{,}9$ кг.

Расстояние l_C центра масс маятника от оси колебаний определим, исходя из следующих соображений. Если ось x направить вдоль стержня и начало координат совместить с точкой O, то искомое расстояние l равно координате центра масс маятника, т.е.

$$l_C = x_C = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i} = \frac{m_1 \frac{-l}{2} + m_2 \frac{l}{2} + m_3 \cdot 0}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{(m_1 - m_2)l}{2(m_1 + m_2 + m_3)} = \frac{(m_1 - m_2)l}{2m}.$$

Подставив значения величин m_1, m_2, m, l и, произведя вычисления, получим $l_C = 5{,}55$ см.

Произведя расчеты по формуле (1), получим период колебаний физического маятника:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}158}{0{,}9 \cdot g \cdot 5{,}55 \cdot 10^{-2}}} = 11{,}2 \text{ с}.$$

Пример 4. Физический маятник представляет собой стержень длиной $l = 1$ м и массой $3m_1$ с прикрепленным к одному из его концов обручем диаметром $d = \frac{l}{2}$ и массой m_1. Горизонтальная ось Oz маятника проходит через середину стержня перпендикулярно ему (рис. 6.3). Определить период M колебаний такого маятника.

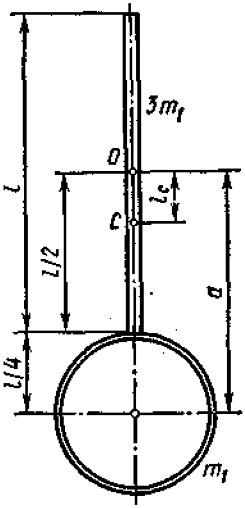


Рис. 6.3

Решение. Период колебаний физического маятника определяется по формуле

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgl_C}}, \qquad (1)$$

где J – момент инерции маятника относительно оси колебаний;

m – масса маятника;

l_C – расстояние от центра масс маятника до оси колебаний.

Момент инерции маятника равен сумме моментов инерции стержня J_1 и обруча J_2:

$$J = J_1 + J_2. \qquad (2).$$

Момент инерции стержня относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его центр масс, определяется по формуле $J_1 = \frac{ml^2}{12}$. В данном случае $m = 3m_1$ и $J_1 = \frac{m_1 l^2}{4}$.

Момент инерции обруча определим, воспользовавшись теоремой Штейнера $J = J_0 + ma^2$, где J – момент инерции относительно произвольной оси; J_0 – момент инерции относительно оси, проходящей через центр масс параллельно заданной оси; a – расстояние между указанными осями. Применив эту формулу к обручу, получим

$$J_2 = m_1\left(\frac{l}{4}\right)^2 + m_1\left(\frac{3l}{4}\right)^2 = \frac{5}{8}m_1 l^2.$$

Подставив выражения J_1 и J_2 в формулу (2), определим момент инерции маятника относительно оси вращения:

$$J = \frac{m_1 l^2}{2} + \frac{5}{8} m_1 l^2 = \frac{7}{8} m_1 l^2 .$$

Расстояние l_C от оси маятника до его центра масс равно

$$l_C = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i} = \frac{3m_1 \cdot 0 + m_1 \left(\frac{3}{4} m_1 l \right)}{4m_1} = \frac{3}{16} l .$$

Подставив в формулу (1) выражения J, l_C и массы маятника $m = 3m_1 + m_1 = 4m_1$, определим период его колебаний:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{7}{8} m_1 l^2}{4m_1 g \frac{3}{16} l}} = 2\pi \sqrt{\frac{7l}{6g}} .$$

После вычисления по этой формуле получим $T = 2{,}17$ с.

Пример 5. Складываются два колебания одинакового направления, выражаемых уравнениями $x_1 = A_1 \cos[\omega(t+\tau_1)]$; $x_2 = A_2 \cos[\omega(t+\tau_2)]$, где $A_1 = 1$ см, $A_2 = 2$ см, $\tau_1 = \frac{1}{6}$ с, $\tau_2 = \frac{1}{2}$ с, $\omega = \pi$ с$^{-1}$. 1. Определить начальные фазы φ_1 и φ_2 составляющих колебаний. 2. Определить амплитуду A и начальную фазу φ результирующего колебания. Написать уравнение результирующего колебания.

Решение. 1. Уравнение гармонического колебания имеет вид

$$x = A \cos(\omega t + \varphi). \qquad (1)$$

Преобразуем уравнения, заданные в условии задачи, к такому же виду:

$$x_1 = A_1 \cos(\omega t + \omega\tau_1); \qquad x_2 = A_2 \cos(\omega t + \omega\tau_2). \qquad (2)$$

Из сравнения выражений (2) с равенством (1) определим начальные фазы первого и второго колебаний, радиан:

$$\varphi_1 = \omega\tau_1 = \frac{\pi}{6};$$

$$\varphi_2 = \omega\tau_2 = \frac{\pi}{2}.$$

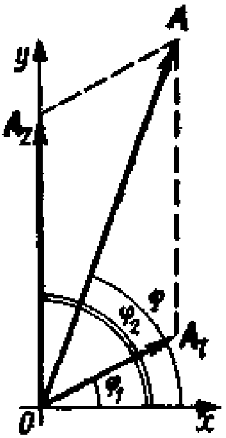


Рис. 6.4

2. Для определения амплитуды A результирующего колебания удобно воспользоваться векторной диаграммой, представленной на рис. 6.4. Согласно теореме косинусов, получим

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\Delta\varphi)} \qquad (3)$$

где $\Delta\varphi$ – разность фаз составляющих колебаний.

Так как $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$, то, подставляя найденные значения φ_2 и φ_1 получим $\Delta\varphi = \frac{\pi}{3}$ рад.

Подставим значения A_1, A_2 и $\Delta\varphi$ в формулу (3) и произведем вычисления:

$A = 2{,}65$ см.

Тангенс начальной фазы φ результирующего колебания, а затем и φ, определим непосредственно из рис. 6.4:

$$\mathrm{tg}(\varphi) = \frac{A_1\sin(\varphi_1) + A_2\sin(\varphi_2)}{A_1\cos(\varphi_1) + A_2\cos(\varphi_2)} \Rightarrow \varphi = \mathrm{arctg}\left(\frac{A_1\sin(\varphi_1) + A_2\sin(\varphi_2)}{A_1\cos(\varphi_1) + A_2\cos(\varphi_2)}\right)$$

Подставим значения A_1, A_2, φ_1, φ_2 и произведем вычисления:

$$\varphi = arctg\left(\frac{5}{\sqrt{3}}\right) = 70{,}9^\circ = 0{,}394\pi \text{ рад.}$$

Так как угловые частоты складываемых колебаний одинаковы, то результирующее колебание будет иметь ту же частоту ω. Это позволяет написать уравнение результирующего колебания в виде $x = A\cos(\omega t + \varphi)$, где $A = 2{,}65$ см, $\omega = \pi$ с$^{-1}$, $\varphi = 0{,}394\pi$ рад.

Пример 6. Материальная точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных гармонических колебаниях, уравнения которых

$$x = A_1\cos(\omega t); \qquad (1)$$

$$y = A_2\cos\left(\frac{\omega}{2}t\right), \qquad (2)$$

где $A_1 = 1$ см, $A_2 = 2$ см, $\omega = \pi$ с$^{-1}$. Определить уравнение траектории точки. Построить траекторию с соблюдением масштаба и указать направление движения точки.

Решение. Чтобы определить уравнение траектории точки, исключим время t из заданных уравнений (1) и (2). Для этого воспользуемся формулой $\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \sqrt{\frac{1}{2}[1+\cos(\alpha)]}$.

В данном случае α = ω*t*, поэтому

$$y = A_2\cos\left(\frac{\omega}{2}t\right) = A_2\sqrt{\frac{1}{2}[1+\cos(\omega t)]}$$

Так как согласно формуле (1) $\cos(\omega t) = \frac{x}{A_1}$, то уравнение траектории $y = A_2\sqrt{\frac{1}{2}\left(1+\frac{x}{A_1}\right)}$ (3)

Полученное выражение представляет собой уравнение параболы, ось которой совпадает с осью *Ox*. Из уравнений (1) и (2) следует, что смещение точки по осям координат ограничено и заключено в пределах от –1 до +1 см по оси *Ox* и от –2 до +2 см по оси *Oy*.

Для построения траектории определим по уравнению (3) значения *y*, соответствующие ряду значений *x*, удовлетворяющих условию $|x|<1$ см, и составим таблицу:

x, см	–1	–0,75	–0,5	0	+0,5	+1
y, см	0	±0,707	±1	±1,41	±1,73	±2

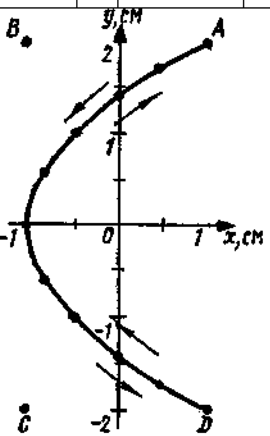


Рис. 6.5

Начертив координатные оси и выбрав масштаб, нанесем на плоскость *xOy* найденные точки. Соединив их плавной кривой, получим траекторию точки, совершающей колебания в соответствии с уравнениями движения (1) и (2) (рис. 6.5).

Для того чтобы указать направление движения точки, проследим за тем, как изменяется ее положение с течением времени.

В начальный момент $t = 0$ координаты точки равны $x(0) = 1$ см и $y(0) = 2$ см. В последующий момент времени, например при $t_1 = 1$ с, координаты точек изменятся и станут равными $x\ (1) = -1$ см,

$y(t) = 0$. Зная положения точек в начальный и последующий (близкий) моменты времени, можно указать направление движения точки по траектории. На рис. 6.5 это направление движения указано стрелкой (от точки A к началу координат). После того как в момент $t_2 = 2$ с колеблющаяся точка достигнет точки D, она будет двигаться в обратном направлении.

6.1.2. Задачи для самостоятельного решения

Кинематика гармонических колебаний

6.1. Уравнение колебаний точки имеет вид $x = A\cos[\omega(t + \tau)]$, где $\omega = \pi$ с$^{-1}$, $\tau = 0{,}2$ с. Определить период M и начальную фазу φ колебаний.

6.2. Определить период M, частоту ν и начальную фазу φ колебаний, заданных уравнением $x = A\sin[\omega(t + \tau)]$, где $\omega = 2{,}5\pi$ с$^{-1}$, $\tau = 0{,}4$ с.

6.3. Точка совершает колебания по закону $x = A\cos(\omega t+\varphi)$, где $A = 4$ см. Определить начальную фазу φ, если: 1) $x(0) = 2$ см и $\dot{x}(0) < 0$; 2) $x(0) = -2\sqrt{2}$ см и $\dot{x}(0) < 0$; 3) x(0) = 2см и $\dot{x}(0) > 0$; 4) $x(0) = -2\sqrt{3}$ см и $\dot{x}(0) > 0$. Построить векторную диаграмму для момента $t = 0$.

6.4. Точка совершает колебания .по закону $x = A\sin(\omega t+\varphi)$, где $A = 4$ см. Определить начальную фазу φ, если: 1) $x(0) = 2$ см и $\dot{x}(0) < 0$; 2) $x(0) = 2\sqrt{3}$ см и $\dot{x}(0) > 0$; 3) $x(0) = 2\sqrt{2}$ см и $\dot{x}(0) < 0$; 4) $x(0) = -2\sqrt{3}$ см и $\dot{x}(0) > 0$. Построить векторную диаграмму для момента $t = 0$.

6.5. Точка совершает колебания по закону $x = A\cos(\omega t+\varphi)$, где $A = 2$ см; $\omega=\pi$ с$^{-1}$; $\varphi = \pi / 4$ рад. Построить графики зависимости от времени: 1) смещения $x(t)$; 2) скорости $\dot{x}(t)$; 3) ускорения $\ddot{x}(t)$.

6.6. Точка совершает колебания с амплитудой $A = 4$ см и периодом $T = 2$ с. Написать уравнение этих колебаний, считая, что в момент $t = 0$ смещения $x(0) = 0$ и $\dot{x}(0) < 0$. Определить фазу $(\omega t+\varphi)$ для двух моментов времени: 1) когда смещение $x = 1$ см и $\dot{x}(0) > 0$; 2) когда скорость $\dot{x} = -6$ см/с и $x<0$.

6.7. Точка равномерно движется по окружности против часовой стрелки с периодом $T = 6$ с. Диаметр d окружности равен 20 см. Написать уравнение движения проекции точки на ось x, проходящую через центр окружности, если в момент времени, принятый за начальный, проекция на ось x равна нулю. Определить смещение x, скорость $\dot{x}$ и ускорение $\ddot{x}$ проекции точки в момент $t = 1$ с.

6.8. Определить максимальные значения скорости $\dot{x}_{max}$ и ускорения $\ddot{x}_{max}$ точки, совершающей гармонические колебания с амплитудой $A = 3$ см и угловой частотой $\omega = \pi/2$ с$^{-1}$.

6.9. Точка совершает колебания по закону $x = A\cos(\omega t)$, где $A = 5$ см; $\omega = 2$ с$^{-1}$. Определить ускорение $|\ddot{x}|$ точки в момент времени, когда ее скорость $\dot{x} = 8$ см/ с.

6.10. Точка совершает гармонические колебания. Наибольшее смещение x_{max} точки равно 10 см, наибольшая скорость $\dot{x}_{max} = 20$ см/ с. Определить угловую частоту ω колебаний и максимальное ускорение $\ddot{x}_{max}$ точки.

6.11. Максимальная скорость $\dot{x}_{max}$ точки, совершающей гармонические колебания, равна 10 см/с, максимальное ускорение $\ddot{x}_{max} = 100$ см/с^2. Определить угловую частоту ω колебаний, их период T и амплитуду A. Написать уравнение колебаний, приняв начальную фазу равной нулю.

6.12. Точка совершает колебания по закону $x = A\sin(\omega t)$. В некоторый момент времени смещение x_1 точки оказалось равным 5 см. Когда фаза колебаний увеличилась вдвое, смещение x стало равным 8 см. Определить амплитуду A колебаний.

6.13. Колебания точки происходят по закону $x = A\cos(\omega t+\varphi)$. В некоторый момент времени смещение x точки равно 5 см, ее скорость $\dot{x} = 20$ см/с и ускорение $\ddot{x} = -80$ см/с^2. Определить амплитуду A, угловую частоту ω, период T колебаний и фазу $(\omega t+\varphi)$ в рассматриваемый момент времени.

Сложение колебаний

6.14. Два одинаково направленных гармонических колебания одного периода с амплитудами $A_1 = 10$ см и $A_2 = 6$ см складываются в одно колебание с амплитудой $A = 14$ см. Определить разность фаз $\Delta\varphi$ складываемых колебаний.

6.15. Два гармонических колебания, направленных по одной прямой и имеющих одинаковые амплитуды и периоды, складываются в одно колебание той же амплитуды. Определить разность фаз $\Delta\varphi$ складываемых колебаний.

6.16. Определить амплитуду A и начальную фазу φ результирующего колебания, возникающего при сложении двух колебаний одинаковых направления и периода, которые описываются выражениями $x_1 = A_1 \sin(\omega t)$ и $x_2 = A_2 \sin[\omega(t + \tau)$, где $A_1 = A_2 = 1$ см, $\omega = \pi$ с$^{-1}$; $\tau = 0{,}5$ с. Определить уравнение результирующего колебания.

6.17. Точка участвует в двух одинаково направленных колебаниях: $x = A_1 \sin(\omega t)$ и $x = A_2 \cos(\omega t)$, где $A_1 = 1$ см; $A_2 = 2$ см; $\omega = 1$ с$^{-1}$. Определить амплитуду A результирующего колебания, его частоту ω и начальную фазу φ. Определить уравнение этого движения.

6.18. Складываются два гармонических колебания одного направления с одинаковыми периодами $T_1 = T_2 = 1{,}5$ с и амплитудами $A_1 = A_2 = 2$ см. Начальные фазы колебаний $\varphi_1 = \pi/2$ и $\varphi_2 = \pi/3$. Определить амплитуду A и начальную фазу φ результирующего колебания. Определить его уравнение и построить с соблюдением масштаба векторную диаграмму сложения амплитуд.

6.19. Складываются три гармонических колебания одного направления с одинаковыми периодами $T_1 = T_2 = T_3 = 2$ с и амплитудами $A_1 = A_2 = A_3 = 3$ см. Начальные фазы колебаний $\varphi_1 = 0$, $\varphi_2 = \pi/3$, $\varphi_3 = 2\pi/3$. Построить векторную диаграмму сложения амплитуд. Определить из чертежа амплитуду A и начальную фазу φ результирующего колебания. Определить его уравнение.

6.20. Складываются два гармонических колебания одинаковой частоты и одинакового направления: $x_1 = A_1 \cos(\omega t+\varphi_1)$ и $x_2 = A \cos(\omega t+\varphi_2)$. Начертить векторную диаграмму для момента времени $t = 0$. Определить аналитически амплитуду A и начальную фазу φ результирующего колебания. Отложить A и φ на векторной диаграмме. Определить уравнение результирующего колебания (в тригонометрической форме через косинус). Задачу решить для двух случаев: 1) $A_1 = 1$ см, $\varphi_1 = \pi/3$; $A_2 = 2$ см, $\varphi_2 = 5\pi/6$; 2) $A_1 = 1$ см, $\varphi_1 = 2\pi/3$; $A_2 = 1$ см, $\varphi_2 = 7\pi/6$.

6.21. Два камертона звучат одновременно. Частоты ν_1 и ν_2 их колебаний соответственно равны 440 и 440,5 Гц. Определить период T биений.

6.22. Складываются два взаимно перпендикулярных колебания, выражаемых уравнениями $x = A_1 \sin(\omega t)$ и $y = A_2 \cos[\omega(t+\tau)]$, где $A_1 = 2$ см, $A_2 = 1$ см, $\omega = \pi$ с$^{-1}$, $\tau = 0{,}5$ с. Определить уравнение траектории и построить ее, показав направление движения точки.

6.23. Точка совершает одновременно два гармонических колебания, происходящих по взаимно перпендикулярным направлениям и выражаемых уравнениями $x = A_1 \sin(\omega t)$ и $y = A_2 \cos[\omega(t+\tau)]$, где $A_1 = 4$ см, $A_2 = 8$ см, $\omega = \pi$ с$^{-1}$, $\tau = 1$ с. Определить уравнение траектории точки и построить график ее движения.

6.24. Точка совершает одновременно два гармонических колебания одинаковой частоты, происходящих по взаимно перпендикулярным направлениями выражаемых уравнениями: 1) $x = A \cos(\omega t)$ и $y = A \cos(\omega t)$; 2) $x = A \cos(\omega t)$ и $y = A_1 \cos(\omega t)$; 3) $x = A \cos(\omega t)$ и $y = A \cos(\omega t+\varphi_1)$; 4) $x = A_2 \cos(\omega t)$ и $y = A \cos(\omega t+\varphi_2)$; 5) $x = A_1 \cos(\omega t)$ и $y = A_1 \sin(\omega t)$; 6) $x = A \cos(\omega t)$ и $y = A_1 \sin(\omega t)$; 7) $x = A_2 \sin(\omega t)$ и $y = A_1 \sin(\omega t)$; 8) $x = A_2 \sin(\omega t)$ и $y = A \sin(\omega t+\varphi_2)$. Определить (для восьми случаев) уравнение траектории точки, построить ее с соблюдением масштаба и указать направление движения. Принять: $A = 2$ см, $A_1 = 3$ см, $A_2 = 1$ см; $\varphi_1 = \pi/2$, $\varphi_2 = \pi$.

6.25. Точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, выражаемых уравнениями $x = A_1 \cos(\omega t)$ и $y = A_2 \sin(\omega t)$, где $A_1 = 2$ см, $A_2 = 1$ см. Определить уравнение траектории точки и построить ее, указав направление движения.

6.26. Точка одновременно совершает два гармонических колебания, происходящих по взаимно перпендикулярным направлениям и выражаемых уравнениями $x = A_1 \sin(\omega t)$ и $y = A_2 \cos(\omega t)$, где $A_1 = 0{,}5$ см; $A_2 = 2$ см. Определить уравнение траектории точки и построить ее, указав направление движения.

6.27. Движение точки задано уравнениями $x = A_1 \sin(\omega t)$ и $y = A_2 \sin[\omega(t+\tau)]$, где $A_1 = 10$ см, $A_2 = 5$ см, $\omega = 2$ с$^{-1}$, $\tau = \pi/4$ с. Определить уравнение траектории и скорости точки в момент времени $t = 0{,}5$ с.

6.28. Материальная точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, выражаемых уравнениями $x = A_1 \cos(\omega t)$ и $y = -A_2 \cos(2\omega t)$, где $A_1 = 2$ см, $A_2 = 1$ см. Определить уравнение траектории и построить ее.

6.29. Точка участвует одновременно в двух гармонических колебаниях, происходящих по взаимно перпендикулярным направлениям описываемых уравнениями: 1) $x = A \sin(\omega t)$ и $y = A \cos(2\omega t)$; 2) $x = A \cos(\omega t)$ и $y = A \sin(2\omega t)$; 3) $x = A \cos(2\omega t)$ и $y = A_1 \cos(\omega t)$; 4) $x = A_1 \sin(\omega t)$ и $y = A \cos(\omega t)$. Определить уравнение траектории точки, построить ее с соблюдением масштаба и указать направление движения. Принять: A = 2 см; A_1 = 3 см.

6.30. Точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, выражаемых уравнениями $x = A_1 \cos(\omega t)$ и $y = A_2 \sin(0{,}5\omega t)$, где A_1 = 2 см, A_2 = 3 см. Определить уравнение траектории точки и построить ее, указав направление движения.

6.31. Смещение светящейся точки на экране осциллографа является результатом сложения двух взаимно перпендикулярных колебаний, которые описываются уравнениями: 1) $x = A \sin(3\omega t)$ и $y = A \sin(2\omega t)$; 2) $x = A \sin(3\omega t)$ и $y = A \cos(2\omega t)$; 3) $x = A \sin(3\omega t)$ и $y = A \cos(\omega t)$. Применяя графический метод сложения и соблюдая масштаб, построить траекторию светящейся точки на экране. Принять A = 4 см.

Динамика гармонических колебаний. Маятники

6.32. Материальная точка массой m = 50 г совершает колебания, уравнение которых имеет вид $x = A \cos(\omega t)$, где A = 10 см, $\omega = 5$ с$^{-1}$. Определить силу F, действующую на точку, в двух случаях: 1) в момент, когда фаза $\omega t = \pi/3$; 2) в положении наибольшего смещения точки.

6.33. Колебания материальной точки массой m = 0,1 г происходят согласно уравнению $x = A \cos(\omega t)$, где A = 5 см; $\omega = 20$ с$^{-1}$. Определить максимальные значения возвращающей силы F_{max} и кинетической энергии M_{max}.

6.34. Определить возвращающую силу F в момент $t = 1$ с и полную энергию E материальной точки, совершающей колебания по закону $x = A \cos(\omega t)$, где A = 20 см; $\omega = 2\pi/3$ с$^{-1}$. Масса m материальной точки равна 10 г.

6.35. Колебания материальной точки происходят согласно уравнению $x = A \cos(\omega t)$, где A = 8 см, $\omega = \pi/6$ с$^{-1}$. В момент, когда возвращающая сила F в первый раз достигла значения –5 мН, потенциальная энергия $П$ точки стала равной 100 мкДж. Определить этот момент времени t и соответствующую ему фазу ωt.

6.36. Грузик массой m = 250 г, подвешенный к пружине, колеблется по вертикали с периодом M = 1 с. Определить жесткость k пружины.

6.37. К спиральной пружине подвесили грузик, в результате чего пружина растянулась на x = 9 см. Каков будет период M колебаний грузика, если его немного оттянуть вниз и затем отпустить?

6.38. Гиря, подвешенная к пружине, колеблется по вертикали с амплитудой $A = 4$ см. Определить полную энергию E колебаний гири, если жесткость k пружины равна 1 кН/м.

6.39. Определить отношение длин двух математических маятников, если отношение периодов их колебаний равно 1,5.

6.40. Математический маятник длиной $l = 1$ м установлен в лифте. Лифт поднимается с ускорением $a = 2{,}5$ м/с^2. Определить период M колебаний маятника.

6.41. На концах тонкого стержня длиной $l = 30$ см укреплены одинаковые грузики по одному на каждом конце. Стержень с грузиками колеблется около горизонтальной оси, проходящей через точку, удаленную на $d = 10$ см от одного из концов стержня. Определить приведенную длину L и период M колебаний такого физического маятника. Массой стержня пренебречь.

6.42. На стержне длиной $l = 30$ см укреплены два одинаковых грузика: один – в середине стержня, другой – на одном из его концов. Стержень с грузиком колеблется около горизонтальной оси, проходящей через свободный конец стержня. Определить приведенную длину L и период M колебаний такой системы. Массой стержня пренебречь.

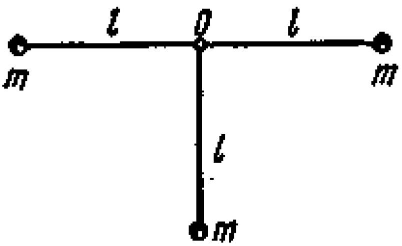


Рис. 6.6

6.43. Система из трех грузов, соединенных стержнями длиной $l = 30$ см (рис. 6.6), колеблется относительно горизонтальной оси, проходящей через точку О перпендикулярно плоскости чертежа. Определить период M колебаний системы. Массами стержней пренебречь, грузы рассматривать как материальные точки.

6.44. Тонкий обруч, повешенный на гвоздь, вбитый горизонтально в стену, колеблется в плоскости, параллельной стене. Радиус R обруча равен 30 см. Вычислить период M колебаний обруча.

6.45. Однородный диск радиусом $R = 30$ см колеблется около горизонтальной оси, проходящей через одну из образующих цилиндрической поверхности диска. Каков период M его колебаний?

6.46. Диск радиусом $R = 24$ см колеблется около горизонтальной оси, проходящей через середину одного из радиусов перпендикулярно плоскости диска. Определить приведенную длину L и период M колебаний такого маятника.

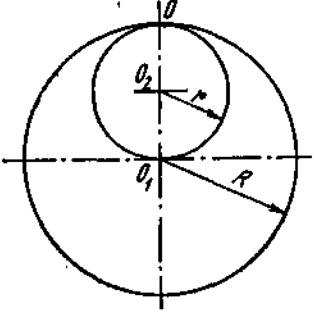


Рис. 6.7

6.47. Из тонкого однородного диска радиусом $R = 20$ см вырезана часть, имеющая вид круга радиусом $r = 10$ см, так, как это показано на рис. 6.7. Оставшаяся часть диска колеблется относительно горизонтальной оси О, совпадающей с одной из образующих цилиндрической поверхности диска. Определить период M колебаний такого маятника.

6.48. Математический маятник длиной $l_1 = 40$ см и физический маятник в виде тонкого прямого стержня длиной $l_2 = 60$ см синхронно колеблются около одной и той же горизонтальной оси. Определить расстояние a центра масс стержня от оси колебаний.

6.49. Физический маятник в виде тонкого прямого стержня длиной $l = 120$ см колеблется около горизонтальной оси, проходящей перпендикулярно стержню через точку, удаленную на некоторое расстояние a от центра масс стержня. При каком значении a период M колебаний имеет наименьшее значение?

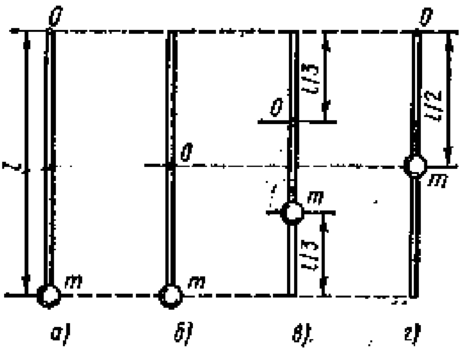


Рис. 6.8

6.50. Физический маятник представляет собой тонкий однородный стержень массой m с укрепленным на нем маленьким шариком массой m. Маятник совершает колебания около горизонтальной оси, проходящей через точку О на стержне. Определить период M гармонических колебаний маятника для случаев *а*, *б*, *в*, г, изображенных на рис. 6.8. Длина l стержня равна 1 м. Шарик рассматривать как материальную точку.

6.51. Физический маятник представляет собой тонкий однородный стержень массой m с укрепленными на нем двумя маленькими шариками массами m и $2m$. Маятник совершает колебания около горизонтальной оси, проходящей через точку O на стержне. Определить частоту ν гармонических колебаний маятника для случаев *а*, *б*, *в*, *г*, изображенных на рис. 6.9. Длина l стержня равна 1 м. Шарики рассматривать как материальные точки.

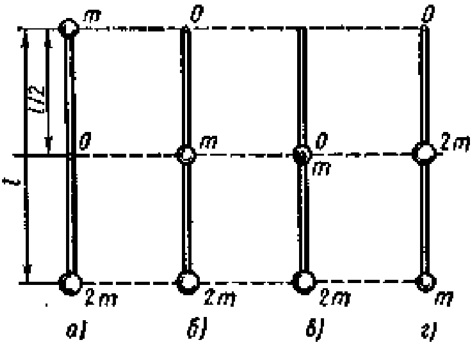


Рис. 6.9

6.52. Тело массой $m = 4$ кг, закрепленное на горизонтальной оси, совершало колебания с периодом $T_1 = 0{,}8$ с. Когда на эту ось был насажен диск так, что его ось совпала с осью колебаний тела, период T_2 колебаний стал равным 1,2 с. Радиус R диска равен 20 см, масса его равна массе тела. Определить момент инерции J тела относительно оси колебаний.

6.53. Ареометр массой $m = 50$ г, имеющий трубку диаметром $d = 1$ см, плавает в воде. Ареометр немного погрузили в воду и затем предоставили самому себе, в результате чего он стал совершать гармонические колебания. Определить период M этих колебаний.

6.54. В открытую с обоих концов U-образную трубку с площадью поперечного сечения $S = 0{,}4$ см^2 быстро вливают ртуть массой $m = 200$ г. Определить период M колебаний ртути в трубке.

6.55. Набухшее бревно, сечение которого постоянно по всей длине, погрузилось вертикально в воду так, что над водой находится лишь малая (по сравнению с длиной) его часть. Период M колебаний бревна равен 5 с. Определить длину l бревна.

Затухающие колебания

6.56. Амплитуда затухающих колебаний маятника за время $t_1 = 5$ мин уменьшилась в два раза. За какое время t_2, считая от начального момента, амплитуда уменьшится в восемь раз?

6.57. За время $t = 8$ мин амплитуда затухающих колебаний маятника уменьшилась в три раза. Определить коэффициент затухания δ.

6.58. Амплитуда колебаний маятника длиной $l = 1$ м за время $t = 10$ мин уменьшилась в два раза. Определить логарифмический декремент колебаний Θ.

6.59. Логарифмический декремент колебаний Θ маятника равен 0,003. Определить число N полных колебаний, которые должен сделать маятник, чтобы амплитуда уменьшилась в два раза.

6.60. Гиря массой $m = 500$ г подвешена к спиральной пружине жесткостью $k = 20$ Н/м и совершает упругие колебания в некоторой среде. Логарифмический декремент колебаний $\Theta = 0,004$. Определить число N полных колебаний, которые должна совершить гиря, чтобы амплитуда колебаний уменьшилась в $n = 2$ раза. За какое время t произойдет это уменьшение?

6.61. Тело массой $m = 5$ г совершает затухающие колебания. В течение времени $t = 50$ с тело потеряло 60% своей энергии. Определить коэффициент сопротивления Θ.

6.62. Определить период M затухающих колебаний, если период M_0 собственных колебаний системы равен 1 с и логарифмический декремент колебаний $\Theta = 0,628$.

6.63. Определить число N полных колебаний системы, в течение которых энергия системы уменьшилась в $n = 2$ раза. Логарифмический декремент колебаний $\Theta = 0,01$.

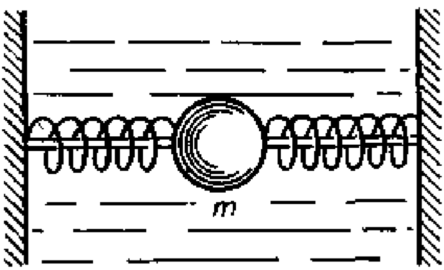


Рис. 6.10

6.64. Тело массой $m = 1$ кг находится в вязкой среде с коэффициентом сопротивления $b = 0,05$ кг/с. С помощью двух одинаковых пружин жесткостью $k = 50$ Н/м каждое тело удерживается в положении равновесия, пружины при этом не деформированы (рис. 6.10). Тело сместили от положения равновесия и отпустили.

Определить: 1) коэффициент затухания δ; 2) частоту ν колебаний; 3) логарифмический декремент колебаний Θ; 4) число N колебаний, по прошествии которых амплитуда уменьшится в e раз.

Вынужденные колебания. Резонанс

6.65. Под действием силы тяжести электродвигателя консольная балка, на которой он установлен, прогнулась на $h = 1$ мм. При какой частоте вращения n якоря электродвигателя может возникнуть опасность резонанса?

6.66. Вагон массой $m = 80$ т имеет четыре рессоры. Жесткость k пружин каждой рессоры равна 500 кН/м. При какой скорости v вагон начнет сильно раскачиваться вследствие толчков на стыках рельс, если длина l рельса равна 12,8 м?

6.67. Колебательная система совершает затухающие колебания с частотой $\nu = 1000$ Гц. Определить частоту ν_0 собственных колебаний, если резонансная частота $\nu_{РЕЗ} = 998$ Гц.

6.68. Определить, на сколько резонансная частота отличается от частоты $\nu_0 = 1$ кГц собственных колебаний системы, характеризуемой коэффициентом затухания $\delta = 400$ с$^{-1}$.

6.69. Определить логарифмический декремент колебаний Θ колебательной системы, для которой резонанс наблюдается при частоте, меньшей собственной частоты $\nu_0 = 10$ кГц на $\Delta\nu = 2$ Гц.

6.70. Период T_0 собственных колебаний пружинного маятника равен 0,55 с. В вязкой среде период T того же маятника стал равным 0,56 с. Определить резонансную частоту $\nu_{РЕЗ}$ колебаний.

6.2. Волны в упругой среде. Акустика

Основные формулы

• Уравнение плоской волны

$$\xi(x,t) = A\cos[\omega(t - \frac{x}{v})] \qquad \text{или} \qquad \xi(x,t) = A\cos(\omega t - kx),$$

где $\xi(x,t)$ – смещение точек среды с координатой x в момент времени t;

ω – угловая частота;

v – скорость распространения колебаний в среде (фазовая скорость);

k – волновое число; $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$;

λ – длина волны.

• Длина волны связана с периодом T колебаний и частотой ν соотношениями $\lambda = vT$ и $\lambda = \frac{v}{\nu}$.

•Разность фаз колебаний двух точек среды, расстояние между которыми (разность хода) равно Δx,

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x,$$

где λ – длина волны.

• Уравнение стоячей волны

$$\xi(x,t) = A\cos(\omega\frac{x}{v})\cos(\omega t) \quad \text{или} \quad \xi(x,t) = A\cos(kx)\cos(\omega t).$$

• Фазовая скорость продольных волн в упругой среде:

– в твердых телах $v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$,

где E – модуль Юнга;

ρ – плотность вещества;

– в газах $v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$ или $v = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}$,

где γ – показатель адиабаты ($\gamma = c_p/c_v$ – отношение удельных теплоемкостей газа при постоянных давлении и объеме);

R – молярная газовая постоянная;

M – термодинамическая температура;

M – молярная масса;

P – давление газа.

• Акустический эффект Доплера

$$\nu = \frac{v + u_{ПР}}{v - u_{ИСТ}}\nu_0,$$

где ν – частота звука, воспринимаемого движущимся прибором (или ухом);

v – скорость звука в среде;

$u_{ПР}$ – скорость прибора относительно среды;

$u_{ИСТ}$ – скорость источника звука относительно среды;

ν_0 – частота звука, испускаемого источником.

• Амплитуда звукового давления

$p_0 = 2\pi\nu\rho v A$,

где ν – частота звука;

A – амплитуда колебаний частиц среды;

v – скорость звука в среде;

ρ – плотность среды.

• Средняя объемная плотность энергии звукового поля

$$< w >= \frac{1}{2}\rho\xi_0^2 = \frac{1}{2}\frac{p_0^2}{\rho v^2} = \frac{1}{2}\rho\omega^2 A^2,$$

где ξ_0 – амплитуда скорости частиц среды;

ω – угловая частота звуковых волн.

• Энергия звукового поля, заключенного в некотором объеме V,

$W = <w>V$ $W = \langle w \rangle V$

• Поток звуковой энергии

$$\Phi = \frac{W}{t},$$

где W – энергия, переносимая через данную поверхность за время t.

• Интенсивность звука (плотность потока звуковой энергии)

$$I = \frac{\Phi}{S}.$$

• Интенсивность звука связана со средней объемной плотностью энергии звукового поля соотношением

$I = <w>J$,

где J – скорость звука в среде.

• Связь мощности N точечного изотропного источника звука с интенсивностью звука

$$I = \frac{N}{4pr^2},$$

где r – расстояние от источника звука до точки звукового поля, в которой определяется интенсивность.

• Удельное акустическое сопротивление среды

$Z_S = rJ$.

• Акустическое сопротивление

$$Z_A = \frac{Z_S}{S},$$

где S – площадь сечения участка акустического поля (например, площадь поперечного сечения трубы при распространении в ней звука).

• Уровень интенсивности звука (уровень звуковой мощности) (дБ)

$$L_P = 10\lg\frac{I}{I_0},$$

где I_0 – условная интенсивность, соответствующая нулевому уровню интенсивности (I_0 = 1 пВт/м^2).

• Уровень громкости звука L_N в общем случае является сложной функцией уровня интенсивности и частоты звука и определяется по кривым уровня громкости (рис. 6.11). На графике по горизонтальной оси отложены логарифмы частот звука (сами частоты указаны под соответствующими им логарифмами). На вертикальной оси отложены уровни интенсивности звука в децибелах. Уровни громкости звука отложены по вертикальной оси, соответствующей эталонной частоте ν = 1000 Гц. Для этой частоты уровень громкости, выраженный в децибелах, равен уровню интенсивности в децибелах. Уровень громкости звуков других частот определяется по кривым громкости, приведенным на графике. Каждая кривая соответствует определенному уровню громкости.

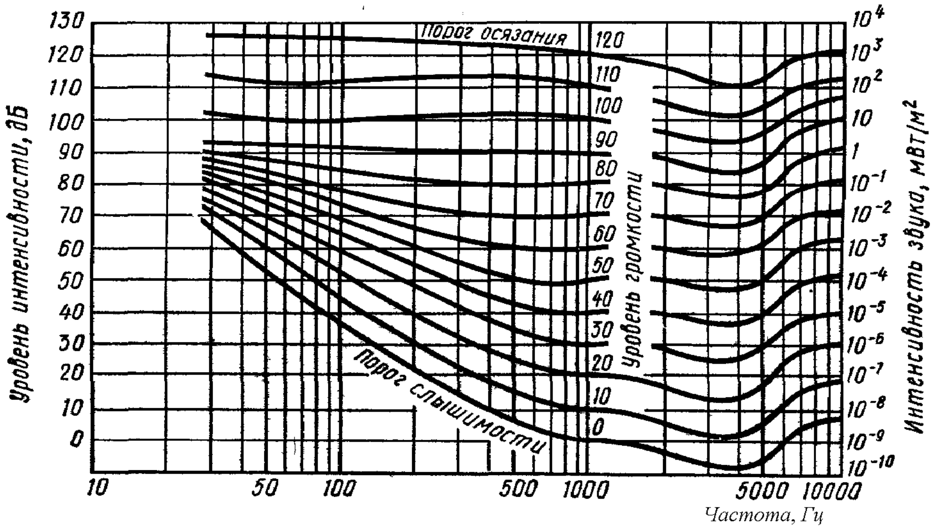


Рис. 6.11 Кривые равных уровней громкости

6.2.1. Примеры решения задач

Пример 1. Поперечная волна распространяется вдоль упругого шнура со скоростью $J = 15$ м/с. Период T колебаний точек шнура равен 1,2 с, амплитуда $A = 2$ см. Определить: 1) длину волны l; 2) фазу j колебаний, смещение x, скорость $\dot{x}$ и ускорение $\ddot{x}$, точки, отстоящей на расстоянии $x = 45$ м от источника волн в момент $t = 4$ с; 3) разность фаз Δj колебаний двух точек, лежащих на луче и отстоящих от источника волн на расстояниях $x_1 = 20$ м и $x_2 = 30$ м.

Решение. 1. Длина волны равна расстоянию, которое волна проходит за один период, и может быть найдена из соотношения

$l = JT$.

Подставив значения величин J и T, получим

$l = 18$ м.

2. Запишем уравнение волны:

$$x = A\cos[\omega(t - \frac{X}{J})], \qquad (1)$$

где x – смещение колеблющейся точки;

X – расстояние точки от источника волн;

J – скорость распространения волн.

Фаза колебаний точки с координатой x в момент времени t определяется выражением, стоящим в уравнении волны под знаком косинуса:

$$j = \omega\left(t - \frac{x}{J}\right) = \frac{2p}{T\left(t - \dfrac{x}{J}\right)},$$

где учтено, что $\omega = \dfrac{2p}{T}$.

Произведя вычисления по последней формуле, получим

$j = 5{,}24$ рад, или $j = 300°$.

Смещение точки определим, подставив в уравнение (1) значения амплитуды A и фазы j: $x = 1$ см.

Скорость $\dot{x}$ точки определим, взяв первую производную от смещения по времени:

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} = -A\omega\sin[\omega(t\frac{x}{J})] = -\frac{2\pi A}{T}\sin\omega\left(\mathrm{t} - \frac{x}{\vartheta}\right) = \frac{2\pi A}{T}\sin\varphi .$$

Подставив значения величин p, A, T и j и, произведя вычисления, получим $\dot{x} = 9$ см/с.

Ускорение есть первая производная от скорости по времени, поэтому

$$\ddot{x} = \frac{d\dot{x}}{dt} = -A\omega^2 \cos[\omega\left(t - \frac{x}{J}\right)] = -\frac{4\pi^2 A}{T}\cos(\varphi).$$

Произведя вычисления по этой формуле, получим

$\ddot{x} = 27{,}4$ см/с^2.

3. Разность фаз Δj колебаний двух точек волны связана с расстоянием Δx между этими точками соотношением

$$\Delta j = \left(\frac{2p}{l}\right)\Delta x = \left(\frac{2p}{l}\right)(x_2 - x_1).$$

Подставив значения величин l, x_1 и x_2 и, вычислив, получим

$\Delta j = 3{,}49$ рад $= 200°$.

Пример 2. На расстоянии $l = 4$ м от источника плоской волны частотой $\nu = 440$ Гц перпендикулярно ее лучу расположена стена. Определить расстояния от источника волн до точек, в которых будут первые три узла и три пучности стоячей волны, возникшей в результате сложения бегущей и отраженной от стены волн. Скорость v волны считать равной 440 м/с.

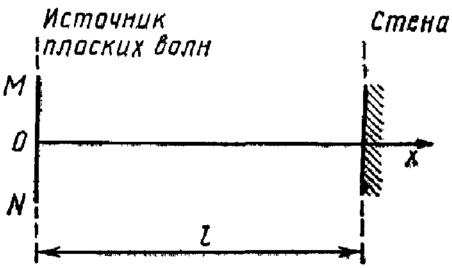


Рис. 6.12

Решение. Выберем систему координат так, чтобы ось x была направлена вдоль луча бегущей волны и начало O координат совпадало с точкой, находящейся на источнике MN плоской волны (рис. 6.12). С учетом этого, уравнение бегущей волны запишется в виде

$$x_1 = A\cos(\omega t - kx). \qquad (1)$$

Поскольку в точку с координатой x волна возвратится, пройдя дважды расстояние l-x, и при отражении от стены, как среды более плотной, изменит фазу на p, то уравнение отраженной волны может быть записано в виде

$$x_2 = A\cos\{\omega t - k[x + 2(l - x)] + p\}.$$

После очевидных упрощений получим

$x_2 = A\cos[\omega t - k\,(2l - x)]$. 2)

Сложив уравнения (1) и (2), определим уравнение стоячей волны:

$x = x_1 + x_2 = A\cos(\omega t - kx) - A\cos[\omega t - k(2l - x)]$.

Воспользовавшись формулой разности косинусов, определим

$x = -2A\sin[k(l - x)]\sin(\omega t - kl)$.

Так как выражение $A\sin[k(l - x)]$ не зависит от времени, то, взятое по модулю, оно может рассматриваться как амплитуда стоячей волны:

$A_{CT} = |2A\sin[k(l - \mathrm{x})]|$.

Зная выражение амплитуды, можем определить координаты узлов и пучностей.

Узлы возникнут в тех точках, где амплитуда стоячей волны равна нулю: $|2A\sin[\mathrm{k}(l - x)]| = 0$. Это равенство выполняется для точек, координаты x_n которых удовлетворяют условию

$k(l - x_n) = np$ $(n = 0, 1, 2, ...)$. (3)

Но $k = 2p/l$, или, так как $l = J/v$, то

$k = 2pv/J$. (4)

Подставив это выражение k в (3), получим

$2pv(\mathrm{l} - x_n) = npJ$,

откуда координаты узлов

$x_n = \mathrm{l} - nJ/(2v)$.

Подставив сюда значения l, J, v и $n = 0$, 1, 2, определим координаты первых трех узлов:

$x_0 = 4$ м, $x_1 = 3{,}61$ м, $x_2 = 3{,}23$ м.

Пучности возникнут в тех точках, где амплитуда стоячей волны максимальна: $2A\sin\mathrm{k}(\mathrm{l} - x') = 2A$. Это равенство выполняется для точек, координаты x'_{n} которых удовлетворяют условию $k(l - x'_{\mathrm{n}}) = (2n+1)(p/2)$ $(n=0, 1, 2, 3, ...)$. Выразив здесь k по (4), получим

$4vx'_n = 4vl - (2n+1)J$,

откуда координаты пучностей

$x'_n = l - (2n+1)J/(4v)$.

Подставив сюда значения l, J, v и $n = 0$, 1, 2, определим координаты первых трех пучностей:

$x'_0 = 3{,}81$ м, $x'_1 = 3{,}42$ м, $x'_2 = 3{,}04$ м.

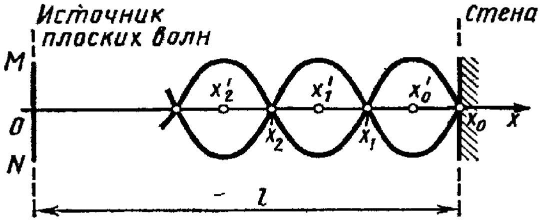


Рис. 6.13

Границы максимальных смещений точек среды в зависимости от их координат изображены на рис. 6.13. Здесь же отмечены координаты x_0, x_1, x_2 узлов и координаты x'_0, x'_1, x'_2 пучностей стоячей волны.

Пример 3. Источник звука частотой ν = 18 кГц приближается к неподвижно установленному резонатору, настроенному на акустическую волну длиной l = 1,7 см. С какой скоростью должен двигаться источник звука, чтобы возбуждаемые им звуковые волны вызвали колебания резонатора? Температура T воздуха равна 290°K.

Решение. Согласно принципу Доплера, частота ν звука, воспринимаемая прибором (резонатором), зависит от скорости $u_{ИСТ}$ источника звука и скорости $u_{ПР}$ прибора. Эта зависимость выражается формулой

$$\nu = \frac{\vartheta + u_{ПР}}{\vartheta - u_{ИСТ}} \nu_0 ,$$

где J – скорость звука в данной среде;

ν_0 – частота звуковых волн, излучаемых источником.

Учитывая, что резонатор остается неподвижным ($u_{ПР} = 0$), из формулы (1) получим $\nu = \dfrac{v}{v - u_{ИСТ}} \nu_0$, откуда

$$u_{ИСТ} = J(1 - \nu_0/\nu). \qquad (2)$$

В этом выражении неизвестны значения скорости J звука и частоты ν.

Скорость звука в газах зависит от природы газа и температуры и определяется по формуле

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} . \qquad (3)$$

Чтобы волны, приходящие к резонатору, вызвали его колебания, частота ν воспринимаемых резонатором волн должна совпадать с собственной частотой $\nu_{РЕЗ}$ резонатора, т.е.

$\nu = \nu_{РЕЗ} = J/l_{РЕЗ}$, (4)

где $l_{РЕЗ}$ – длина волны собственных колебаний резонатора.

Подставив выражения J и ν из равенства (3) и (4) в формулу (2), получим

$$u_{ИСТ} = \nu\left(1 - \frac{\nu_0\lambda_{РЕЗ}}{\nu}\right) = \nu - \nu_0\lambda_{РЕЗ} \text{ или } u_{ИСТ} = \sqrt{\frac{\lambda RT}{M}} - \nu_0\lambda_{РЕЗ}.$$

Взяв значения $g = 1{,}4$ м $= 0{,}029$ кг / моль, а также значения R, M, $\nu_о$, $l_{РЕЗ}$ и, подставив их в последнюю формулу, после вычислений получим

$u_{ИСТ} = 36$ м/с.

Пример 4. Уровень громкости l звука двух тонов с частотами $\nu_1 = 50$ Гц и $\nu_2 = 400$ Гц одинаков и равен 10 дБ. Определить уровень интенсивности L и интенсивность I звука этих тонов.

Решение. Искомые в задаче уровни интенсивности, соответствующие частотам $\nu_1 = 50$ Гц и $\nu_2 = 400$ Гц, определим, пользуясь графиком на рис. 6.11. Вторая кривая снизу является кривой уровня громкости, равного 10 дБ. Из точек на горизонтальной оси, соответствующих частотам ν_1 и ν_2, восстанавливаем ординаты до кривой уровня громкости в 10 дБ. Значения этих ординат укажут искомые уровни интенсивности: $L_1 = 60$ дБ для частоты $\nu_1 = 50$ Гц и $L_2 = 20$ дБ для частоты $\nu_2 = 400$ Гц.

Зная уровни интенсивностей L_1 и L_2, определим соответствующие им интенсивности I_1 и I_2 по формуле

$L = 10\ 1g(I/I_0)$,

где I – интенсивность данного звука;

I_0 – интенсивность, соответствующая нулевому уровню интенсивности ($I_0 = 1$ пВт/м^2).

Из приведенной формулы получим

$\mathrm{Lg}(I) = 0{,}l{\cdot}L + \lg I_0$.

Подставив сюда значения L и I_0 и учтя, что 1 пВт/м^2 = 10^{-12}Вт/м^2, определим для $\nu_1 = 50$ Гц и $\nu_2 = 400$ Гц соответственно

$\lg(I_1) = 0{,}l{\cdot}60 + \lg 10^{-12} = 6 - 12 = -6$;

$I_1 = 10^{-6}$Вт/м^2;

$\lg(I_2) = 0{,}1{\cdot}20 + \lg 10^{-12} = 2 - 12 = -10$;

$I_2 = 10^{-10}$Вт/м^2.

Эти значения I_1 и I_2 можно получить и по графику, пользуясь шкалой интенсивности звука (на рис. 6.11 правая шкала).

Сопоставим полученные результаты: интенсивность первого тона в 10^4 раз больше интенсивности второго тона; уровень интенсивности первого тона на 40 дБ больше уровня интенсивности второго тона; уровень громкости обоих тонов одинаков и равен 10 дБ.

6.2.2. Задачи для самостоятельного решения

Уравнение плоской волны

7.1. Задано уравнение плоской волны $x(x,t) = A\cos(\omega t - kx)$, где $A = 0{,}5$ см, $\omega = 628\text{с}^{-1}$,$k = 2$ м$^{-1}$. Определить: 1) частоту колебаний ν и длину волны l; 2) фазовую скорость J; 3) максимальные значения скорости $\dot{x}_{\max}$ и ускорения $\ddot{x}_{\max}$ колебаний частиц среды.

7.2. Показать, что выражение $x(x,t) = A\cos(\omega t - kx)$ удовлетворяет волновому уравнению $\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2}$ при условии, что $\omega = kJ$.

7.3. Плоская звуковая волна возбуждается источником колебаний частоты $\nu = 200$ Гц. Амплитуда A колебаний источника равна 4 мм. Написать уравнение колебаний источника $x(0,t)$, если в начальный момент смещение точек источника максимально. Определить смещение $x(x,t)$ точек среды, находящихся на расстоянии $x = 100$ см от источника, в момент $t = 0{,}1$ с. Скорость J звуковой волны принять равной 300 м/с. Затуханием пренебречь.

7.4. Звуковые колебания, имеющие частоту $\nu = 0{,}5$ кГц и амплитуду $A = 0{,}25$ мм, распространяются в упругой среде. Длина волны $l = 70$ см. Определить: 1) скорость J распространения волн; 2) максимальную скорость $\dot{x}_{\max}$ частиц среды.

7.5. Плоская звуковая волна имеет период $T = 3$ мс, амплитуду $A = 0{,}2$ мм и длину волны $l = 1{,}2$ м. Для точек среды, удаленных от источника колебаний на расстояние $x = 2$ м, определить: 1) смещение $x(x,t)$ в момент $t = 7$ мс; 2) скорость $\dot{x}$ и ускорение $\ddot{x}$ для того же момента времени. Начальную фазу колебаний принять равной нулю.

7.6. От источника колебаний распространяется волна вдоль прямой линии. Амплитуда A колебаний равна 10 см. Как велико смещение точки, удаленной от источника на $x = \frac{3}{4}l$, в момент, когда от начала колебаний прошло время $t = 0{,}9 \cdot T$?

7.7. Волна с периодом $T = 1{,}2$ с и амплитудой колебаний

$A = 2$ см распространяется со скоростью $J = 15$ м/с. Чему равно смещение $x(x,t)$ точки, находящейся на расстоянии $x = 45$ м от источника волн, в тот момент, когда от начала колебаний источника прошло время $t = 4$ с?

7.8. Две точки находятся на расстоянии $\Delta x = 50$ см друг от друга на прямой, вдоль которой распространяется волна со скоростью $J = 50$ м/с. Период T колебаний равен 0,05 с. Определить разность фаз Δj колебаний в этих точках.

7.9. Определить разность фаз Δj колебаний источника волн, находящегося в упругой среде, и точки этой среды, отстоящей на $x = 2$ м от источника. Частота ν колебаний равна 5 Гц; волны распространяются со скоростью $J = 40$ м/с.

7.10. Волна распространяется в упругой среде со скоростью $J = 100$ м/с Наименьшее расстояние Δx между точками среды, фазы колебаний которых противоположны, равно 1 м. Определить частоту ν колебаний.

7.11. Определить скорость J распространения волны в упругой среде, если разность фаз Δj колебаний двух точек среды, отстоящих друг от друга на $\Delta x = 10$ см, равна $\pi/3$. Частота ν колебаний равна 25 Гц.

Скорость звука

7.12. Определить скорость J распространения продольных упругих колебаний в следующих металлах: 1) алюминий; 2) медь; 3) вольфрам.

7.13. Определить максимальное и минимальное значения длины l звуковых волн, воспринимаемых человеческим ухом, соответствующие граничным частотам $\nu_1 = 16$ Гц и $\nu_2 = 20$ кГц. Скорость звука принять равной 340 м/с.

7.14. Определить скорость J звука в азоте при температуре $M = 300$°K.

7.15. Определить скорость J звука в воздухе при температурах $T_1 = 290$°K и $T_2 = 350$°K.

7.16. Наблюдатель, находящийся на расстоянии $l = 800$ м от источника звука, слышит звук, пришедший по воздуху, на $\Delta t = 1,78$ с позднее, чем звук, пришедший по воде. Определить скорость J звука в воде, если температура t воздуха равна 350°K.

7.17. Скорость J звука в некотором газе при нормальных условиях равна 308 м/с. Плотность ρ газа равна 1,78 кг/м^3. Определить отношение C_P/C_V для данного газа.

7.18. Определить отношение скоростей J_1/J_2 звука в водороде и углекислом газе при одинаковой температуре газов.

7.19. Температура t воздуха у поверхности Земли равна 300°K; при увеличении высоты она понижается на $\Delta t = 7$ мK на каждый метр высоты. За какое время звук, распространяясь, достигнет высоты $h = 8$ км?

Суперпозиция волн

7.20. Имеются два источника, совершающие колебания в одинаковой фазе и возбуждающие в окружающей среде плоские волны одинаковой частоты и амплитуды ($A_1 = A_2 = 1$ мм). Определить амплитуду A колебаний точки среды, отстоящей от одного источника колебаний на расстоянии $x_1 = 3{,}5$ м и от другого – на $x_2 = 5{,}4$ м. Направления колебаний в рассматриваемой точке совпадают. Длина волны $l = 0{,}6$ м.

7.21. Стоячая волна образуется при наложении бегущей волны и волны, отраженной от границы раздела сред, перпендикулярной направлению распространения волны. Определить положения (расстояния от границы раздела сред) узлов и пучностей стоячей волны, если отражение происходит: 1) от среды менее плотной; 2) от среды более плотной. Скорость J распространения звуковых колебаний равна 340 м/с и частота $\nu = 3{,}4$ кГц.

7.22. Определить длину l бегущей волны, если в стоячей волне расстояние l между: 1) первой и седьмой пучностями равно 15 см; 2) первым и четвертым узлом равно 15 см

7.23. В трубе длиной $l = 1{,}2$ м находится воздух при температуре $T = 300$°K. Определить минимальную частоту ν_{min} возможных колебаний воздушного столба в двух случаях: 1) труба открыта; 2) труба закрыта.

7.24. Широкая трубка, закрытая снизу и расположенная вертикально, наполнена до краев водой. Над верхним отверстием трубки помещен звучащий камертон, частота ν колебаний которого равна 440 Гц. Через кран, находящийся внизу, воду медленно выпускают. Когда уровень воды в трубке понижается на $\Delta h = 19{,}5$ см, звук камертона усиливается. Определить скорость J звука в условиях опыта.

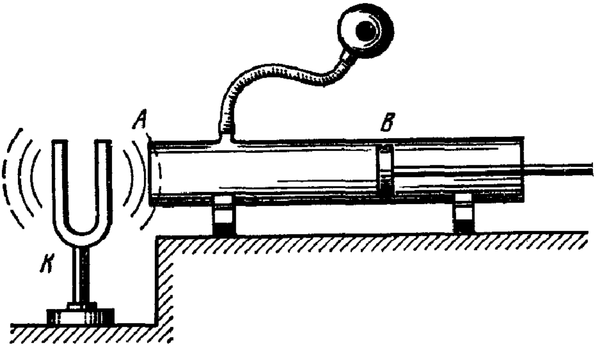


Рис. 6.14

7.25. Один из способов измерения скорости звука состоит в следующем. В широкой трубке A может перемещаться поршень B. Перед открытым концом трубки A, соединенным с помощью резиновой трубки с ухом наблюдателя, расположен звучащий камертон К. (рис. 6.14.).

Отодвигая поршень B от конца трубки A, наблюдатель отмечает ряд следующих друг за другом увеличений и уменьшений громкости звука. Определить скорость J звука в воздухе, если при частоте колебаний $\nu = 440$ Гц двум последовательным усилениям интенсивности звука соответствует расстояние Δl между положениями поршня, равное 0,375 м.

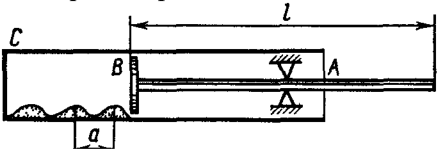


Рис. 6.15

7.26. На рис. 6.15 изображен прибор, служащий для определения скорости звука в твердых телах и газах.

В латунном стержне A, зажатом посередине, возбуждаются колебания. При определенном положении легкого кружочка B, закрепленного на конце стержня, пробковый порошок, находящийся в трубке C, расположится в виде небольших кучек на равных расстояниях. Определить скорость J звука в латуни, если расстояние между кучками оказалось равным 8,5 см. Длина стержня $l = 0{,}8$ м.

7.27. Стальной стержень длиной $l = 1$ м, закрепленный посередине, натирают суконкой, посыпанной канифолью. Определить частоту ν возникающих при этом собственных продольных колебаний стержня. Скорость J продольных волн в стали вычислить.

Эффект Доплера

7.28. Поезд проходит мимо станции со скоростью $u = 40$ м/с.

Частота ν_0 тона гудка электровоза равна 300 Гц. Определить кажущуюся частоту ν тона для человека, стоящего на платформе, в двух случаях: 1) поезд приближается; 2) поезд удаляется.

7.29. Мимо неподвижного электровоза, гудок которого дает сигнал частотой $\nu_0 = 300$ Гц, проезжает поезд со скоростью $u = 40$ м/с. Какова кажущаяся частота ν тона для пассажира, когда поезд приближается к электровозу? когда удаляется от него?

7.30. Мимо железнодорожной платформы проходит электропоезд. Наблюдатель, стоящий на платформе, слышит звук сирены поезда. Когда поезд приближается, кажущаяся частота звука $\nu_1 = 1100$ Гц, а когда удаляется, то кажущаяся частота $\nu_2 = 900$ Гц. Определить скорость u электровоза и частоту ν_0 звука, издаваемого сиреной.

7.31. Когда поезд проходит мимо неподвижного наблюдателя, высота тона звукового сигнала меняется скачком. Определить относительное изменение частоты $\Delta\nu/\nu$, если скорость u поезда равна 54 км/ч.

7.32. Резонатор и источник звука частотой $\nu_0 = 8$ кГц расположены на одной прямой. Резонатор настроен на длину волны $l = 4{,}2$ см и установлен неподвижно. Источник звука может перемещаться по направляющим вдоль прямой. С какой скоростью u и в каком направлении должен двигаться источник звука, чтобы возбуждаемые им звуковые волны вызвали колебания резонатора?

7.33. Поезд движется со скоростью $u = 120$ км/ч. Он дает свисток длительностью $t_0 = 5$ с. Какова будет кажущаяся продолжительность t свистка для неподвижного наблюдателя, если: 1) поезд приближается к нему; 2) удаляется? Принять скорость звука равной 348 м/с.

7.34. Скорый поезд приближается к стоящему на путях электропоезду со скоростью $u = 72$ км/ч. Электропоезд подает звуковой сигнал частотой $\nu_0 = 0{,}6$ кГц. Определить кажущуюся частоту ν звукового сигнала, воспринимаемого машинистом скорого поезда.

7.35. На шоссе сближаются две автомашины со скоростями $u_1 = 30$ м/с и $u_2 = 20$ м/с. Первая из них подает звуковой сигнал частотой $\nu_1 = 600$ Гц. Определить кажущуюся частоту ν_2 звука, воспринимаемого водителем второй автомашины, в двух случаях: 1) до встречи; 2) после встречи. Изменится ли ответ (если изменится, то как) в случае подачи сигнала второй машиной?

7.36, Узкий пучок ультразвуковых волн частотой $\nu_0 = 50$ кГц направлен от неподвижного локатора к приближающейся подводной лодке. Определить скорость u подводной лодки, если частота ν_1 биений (разность частот колебаний источника и сигнала, отраженного от лодки) равна 250 Гц. Скорость J ультразвука в морской воде принять равной 1,5 км/с.

Энергия звуковых волн

7.37. По цилиндрической трубе диаметром $d = 20$ см и длиной $l = 5$ м, заполненной сухим воздухом, распространяется звуковая волна средней за период интенсивностью $I = 50$ мВт/м^2. Определить энергию W звукового поля, заключенного в трубе.

7.38. Интенсивность звука $I = 1$ Вт/м^2. Определить среднюю объемную плотность $\langle w \rangle$ энергии звуковой волны, если звук распространяется в сухом воздухе при нормальных условиях.

7.39. Мощность N изотропного точечного источника звуковых волн равна 10 Вт. Какова средняя объемная плотность $\langle w \rangle$ энергии на расстоянии $r = 10$ м от источника волн? Температуру T воздуха принять равной 250°K.

7.40. Определить мощность N точечного изотропного источника звука, если на расстоянии $r = 25$ м от него интенсивность I звука равна 20 мВт/м^2. Какова средняя объемная плотность $\langle w \rangle$ энергии на этом расстоянии?

Звуковое давление. Акустическое сопротивление

7.41. Определить удельное акустическое сопротивление Z_S воздуха при нормальных условиях.

7.42. Определить удельное акустическое сопротивление Z_S воды при температуре $t = 15$°C.

7.43. Какова максимальная скорость $\dot{x}$ колебательного движения частиц кислорода, через который проходят звуковые волны, если амплитуда звукового давления $p_0 = 0{,}2$ Па, температура T кислорода равна 300°K и давление $p = 100$ кПа?

7.44. Определить акустическое сопротивление Z_A воздуха в трубе диаметром $d = 20$ см при температуре $T = 300$°K и давлении $p = 200$ кПа.

7.45. Звук частотой $\nu = 400$ Гц распространяется в азоте при температуре $T = 290°K$ и давлении $p = 104$ кПа. Амплитуда звукового давления $p_0 = 0{,}5$ Па. Определить амплитуду A колебаний частиц азота.

7.46. Определить амплитуду p_0 звукового давления, если амплитуда A колебаний частиц воздуха равна 1 мкм. Частота звука $\nu = 600$ Гц.

7.47. На расстоянии $r = 100$ м от точечного изотропного источника звука амплитуда звукового давления $p_0 = 0{,}2$ Па. Определить мощность P источника, если удельное акустическое сопротивление Z_S воздуха равно 420 Па·с/м. Поглощение звука в воздухе не учитывать.

Рекомендованная литература

1. Старостина И.А., Краткий курс физики для бакалавров: учебное пособие / И.А. Старостина, Е.В. Бурдова, Р.С. Сальманов - Казань: Издательство КНИТУ, 2016. - 364 с. - ISBN 978-5-7882-2035-2 - Текст: электронный // ЭБС «Консультант студента»: [сайт]. - URL: http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785788220352.html

2. Полянская Е.Е., Зайковский О.И. Курс физики. 2-е изд., испр. и доп. − Оренбург: Изд-во ОГПУ, 2016. − 148 с. − ISBN 978-5-85859-643-1. Режим доступа: https://www.twirpx.com/file/2170493/

3. Варава А.Н., Общая физика: учебное пособие для вузов / Варава А.Н. - М.: Издательский дом МЭИ, 2017. - ISBN 978-5-383-01085-3 - Текст: электронный // ЭБС «Консультант студента»: [сайт]. - URL: http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785383010853.html

4. Трофимова Т.И., Фирсов А.В. Курс физики с примерами решения задач. В 2 томах. Том 1. М.: КноРус, 2015. − 568 с. − ISBN 978-5-406-04253-3. Режим доступа: https://www.twirpx.com/file/1991197/

5. Повзнер А.А., Андреева А.Г., Шумихина К.А. Физика. Базовый курс. Часть 1. Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2016. − 168 с. − ISBN 978-5-7996-1701-1. Режим доступа: https://www.twirpx.com/file/2061058/

6. Повзнер А.А., Андреева А.Г., Шумихина К.А. Физика. Базовый курс. Часть 2. Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2017. − 144 с. − ISBN 978-5-7996-1948-0. Режим доступа: https://www.twirpx.com/file/2242224/

Учебное издание

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
по дисциплине
«ФИЗИКА»
к практическим занятиям
для студентов направления подготовки
Профессиональное обучение (по отраслям),
профили: «Экономика и управление», «Информационные технологии и системы», «Электроснабжение», «Безопасность технологических процессов и производств», «Горное дело. Подземная разработка пластовых месторождений», «Горное дело. Электромеханическое оборудование, автоматизация процессов добычи полезных ископаемых и руд», «Горное дело. Технологическая безопасность и горноспасательное дело», «Профессиональная психология», «Управление персоналом» (в 9-и частях). **Часть 6. Колебания и волны**.

С о с т а в и т е л ь:
Валентин Иванович Сафонов

Печатается в авторской редакции.
Компьютерная верстка и оригинал-макет автора.

Подписано в печать ______________
Формат 60x84 $^{1}/_{16}$. Бумага типограф. Гарнитура Times
Печать офсетная. Усл. печ. л. _____. Уч.-изд. л. _______
Тираж 100 экз. Изд. №______. Заказ №______. Цена договорная.

Издательство Луганского государственного
университета имени Владимира Даля

Свидетельство о государственной регистрации издательства
МИ-СРГ ИД 000003 от 20 ноября 2015г.

Адрес издательства: 91034, г. Луганск, кв. Молодежный, 20а
Телефон: 8 (0642) 41-34-12, **факс:** 8 (0642) 41-31-60
E-mail: izdat.lguv.dal@gmail.com **http:** //izdat.dahluniver.ru/