МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ ВЛАДИМИРА ДАЛЯ»

Стахановский инженерно-педагогический институт (филиал)
федерального государственного бюджетного образовательного учреждения
высшего образования «Луганский государственный университет имени
Владимира Даля»

Кафедра информационных систем

КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ
по дисциплине
«МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ПСИХОЛОГИИ»
для студентов направления подготовки
«Профессиональное обучение (по отраслям)»,
профиль: «Профессиональная психология»
(в 2-х частях). Часть 2

Луганск 2024

УДК 69.032/007, 612.313

Рекомендовано к изданию Учебно-методическим советом
ФГБОУ ВО «ЛГУ им. В. Даля»
(протокол № от 2024 г.)

Конспект лекций по дисциплине **«Математические методы в психологии»** для студентов направления подготовки Профессиональное обучение (по отраслям), профиль «Профессиональная психология» (в 2-х частях). Часть 2. / Сост.: Е.С. Чёрная. – **Стаханов**: ФГБОУ ВО «ЛГУ им. В. Даля», 2024. – 60 с.

Конспект лекций (часть 2) содержит четыре лекции по дисциплине «Математические методы в психологии», которые включают в себя основные теоретические сведения и примеры решения. К каждой лекции приведены вопросы для самопроверки. В методических рекомендациях представлен список использованных источников.

Предназначены для студентов бакалаврской программы «Профессиональная психология».

Составитель: доц. Чёрная Е.С.

Ответственный за выпуск: доц. Карчевский В.П.

Рецензент: доц. Карчевская Н.В.

Содержание

Аннотация

Математические методы в психологии позволяют освоить измерения в психологии, характеристику основных измерительных шкал, способы получения выборки, параметры и статистики, подходы к группировке данных, основы разработки тестовых шкал, подходы к проверке нормальности распределения.

Целями освоения дисциплины «Математические методы в психологии» являются развитие навыков работы с многомерными психологическими данными, овладение математическим аппаратом, необходимым для работы с многомерными данными, овладение компьютерными технологиями обработки данных (пакет SPSS), овладение навыками интерпретации данных и результатов их обработки.

В каждом разделе даны краткие теоретические сведения и формулы, необходимые для решения задач, а также решение типовых примеров. По каждой теме предложены контрольные вопросы для самостоятельной работы.

Лекция 6

ОЦЕНКА ДОСТОВЕРНОСТИ РАЗЛИЧИЙ И СДВИГА

План лекции.

1. Виды достоверных изменений «сдвигов»
2. G-критерий знаков
    2.1 Назначение критерия G
    2.2 Описание критерия G
    2.3 Графическое представление критерия знаков
3. Т-критерий Вилкоксона
    3.1 Графическое представление критерия Т
    3.2 Ограничения в применения критерия Т-Внлкоксона
4. Критерий $\chi 2r$ Фридмана

1. Виды достоверных изменений «сдвигов»

В психологических исследованиях часто бывает важно доказать, что в результате действия каких-либо факторов произошли достоверные изменения ("сдвиги") в измеряемых показателях. К числу таких факторов должен быть отнесён, прежде всего, фактор времени. Сопоставление показателей, полученных у одних и тех же испытуемых по одним и тем же методикам, но в разное время, дает нам ***временной*** сдвиг.

Многократные обследования одних и тех же лиц на протяжении достаточно длительного отрезка их жизненного пути, измеряемого иногда десятками лет, представляет собой так называемое лонгитюдинальное исследование. Этот метод позволяет определить генетические связи между фазами психического развития и дать научно обоснованный прогноз дальнейшего психического развития.

Сопоставление показателей, полученных по одним и тем же методикам, но в разных условиях измерения (например, "покоя" и "стресса"), дает нам ***ситуационный*** сдвиг. Условия измерения могут изменяться не только реально, но и умозрительно. Например, мы можем попросить испытуемого "представить себе", что он оказался в других условиях измерения: в будущем, в позиции других людей, которые оценивают его как бы со стороны, в состоянии разгневанного отца и т. п. Сопоставляя показатели, измеренные в обычных и воображаемых условиях, мы получаем ***умозрительный*** сдвиг.

Мы можем создать специальные экспериментальные условия, предположительно влияющие на те или иные показатели, и сопоставить замеры, произведенные до и после экспериментального воздействия. Если сдвиги окажутся статистически достоверными, это позволит нам утверждать, что экспериментальные воздействия были существенными, или эффективными.

Например, мы можем сделать вывод о том, что данная программа тренинга действительно способствует развитию уверенности, или что данный способ внушающего воздействия влияет на изменение отношения испытуемых к той или иной проблеме, или что психодраматическая замена ролей подтверждает постулат Дж.Л. Морено о сближении позиции спорщиков после того, как им пришлось играть роль своего оппонента и т.п.

Во всех этих случаях мы говорим **о *сдвиге под влиянием*** контролируемых или не контролируемых воздействий. И здесь мы наталкиваемся на методическую трудность, которую оказывается возможным преодолеть только путем введения контрольной группы, которая не испытывала бы на себе воздействия данного экспериментального фактора. Если нет контрольной группы, то сдвиг в экспериментальной группе может объясняться действием самых разных причин: временем суток, в которое производились замеры, важным для испытуемых событием, которое произошло между 1-м и 2-м замерами и по мощности воздействия значительно перекрыло экспериментальный фактор и т. п. Мы никогда не сможем исключить той возможности, что изменения, достигнутые, как нам кажется, в результате наших воздействий, на самом деле объясняются неучтенными причинами. Вот если в *экспериментальной группе* сдвиги окажутся достоверными, а в *контрольной группе* - недостоверными, то это, действительно, может свидетельствовать об эффективности воздействий. При отсутствии контрольной группы мы констатируем, что сдвиг произошел, но не имеем права приписать его именно данным, изучаемым нами, факторам воздействия.

В выводах мы все-таки будем ограничены, если не проверили свои результаты на контрольной группе, в которой измерения производились параллельно.

Помимо рассмотренных сдвигов: временных, ситуационных, умозрительных и сдвигов под влиянием, можно рассмотреть еще особую категорию структурных сдвигов.

Мы можем *сопоставлять между собой разные показатели одних и тех же испытуемых, если они измерены в одних и тех же единицах, по одной и той же шкале*. Например, мы можем исследовать перепад между вербальным и невербальным интеллектом, измеренными по методике Д. Векслера, или сопоставлять экспертные оценки эмпатичности и наблюдательности, измеренные по одинаковой 10-балльной шкале, или время решения двух задач, измеренное в секундах, или экзаменационную успешность по разным дисциплинам и т.п.

В принципе, мы могли бы для такого рода "перепадов" использовать критерии оценки достоверности в средних тенденциях для независимых выборок: **U** - критерий, **Q** - критерий и угловое преобразование Фишера.

В сущности, допускается сопоставление показателей разных выборок, уравновешенных по всем значимым для исследования признакам. Иными словами, можно уровень тревоги или объем внимания до экзамена измерять у одной подгруппы, а после экзамена - у другой подгруппы, если они "уравновешены". Опыт показывает, однако, что создать "уравновешенные" подгруппы практически невозможно.

Многие исследователи обходят эту проблему самым простым образом: они вообще не заботятся о контрольной группе. Сдвиг есть – значит, воздействие эффективно! И действительно, при отсутствии контрольной выборки тоже можно порассуждать на тему о том, какими же причинами, кроме предполагаемой, могут объясняться полученные сдвиги...

Другой вариант "уравновешивания" – ведение параллельных форм теста. В тех случаях, когда на результатах повторных замеров могут сказаться эффекты научения, приходится "до" измерять реакции испытуемого с помощью одного инструмента, а "после" – с помощью другого. В результате на измерениях может отразиться и действие фактора времени, и различия в параллельных формах теста, и непонятно что еще.

При сопоставлении двух замеров, произведенных на одной и той же (экспериментальной) выборке, применяются критерии знаков G и критерий Т-Вилкоксона. При сопоставлении трех и более замеров, произведенных на одной и той же выборке, применяются критерий тенденций L Пейджа, а если он неприменим из-за большого объема выборок – критерий χ^2 Фридмана.

В тех случаях, когда мы хотим оценить различия в интенсивности сдвига в двух группах испытуемых (контрольной и экспериментальной или двух экспериментальных), мы можем использовать различные варианты сопоставлений:

1) производить сопоставления отдельно в двух группах, используя критерии **L** и χ^2_r;

2) сопоставлять показатели сдвига в двух группах. Поскольку группы независимы, значения сдвигов также независимы, и мы можем применять по отношению к ним уже известные нам критерии Q Розенбаума, U Манна-Уитни и φ* – угловое преобразование Фишера.

Сдвиг – это разность между вторым и первым замерами. Сначала вычисляются разности отдельно для каждой из групп, а уж затем проводятся сопоставления двух рядов разностей (сдвигов), полученных в разных группах. Примером такого сопоставления сдвигов в ощущении психологической дистанции является Задача 1.

2. G-критерий знаков

2.1 Назначение критерия G

Критерий знаков G предназначен для установления общего *направления* сдвига исследуемого признака.

Критерий знаков с математической точки зрения является частным случаем биномиального критерия для двух равновероятных альтернатив. При вероятности каждой из альтернатив $P=Q=0,50$ критерий знаков является зеркальным отражением биномиального критерия.

Он позволяет установить, в какую сторону в выборке в целом изменяются значения признака при переходе от первого измерения ко второму: изменяются ли показатели в сторону улучшения, повышения или усиления или, наоборот, в сторону ухудшения, понижения или ослабления.

2.2 Описание критерия G

Критерий знаков применим и к тем сдвигам, которые можно определить лишь качественно (например, изменение отрицательного отношения к чему-либо на положительное), так и к тем сдвигам, которые могут быть измерены ***количественно*** (например, сокращение времени работы над заданием после экспериментального воздействия).

Во втором случае, однако, если сдвиги варьируют в достаточно широком диапазоне, лучше применять Т-критерий Вилкоксона. Он учитывает не только направление, но и интенсивность сдвигов и может оказаться более мощным в определении достоверности сдвигов, чем критерий знаков.

Как правило, исследователь уже в процессе эксперимента может заметить, что у большинства испытуемых показатели во втором замере имеют тенденцию, скажем, повышаться. Однако ему еще требуется доказать, что положительный сдвиг является преобладающим.

Для начала мы назовем сдвиги, которые нам кажутся преобладающими, *типичными сдвигами*, а сдвиги более редкого, противоположного направления, *нетипичными*. Если значения показателя повышаются у большего количества испытуемых, то этот сдвиг мы будем считать типичным. Если мы исследуем отношение испытуемых к какому-либо событию или предложению, и после экспериментальных воздействий у большинства испытуемых отрицательное отношение сменилось на положительное, то этот сдвиг мы назовем типичным.

Есть еще, правда, возможность "нулевых" сдвигов, когда реакция не изменяется или показатели не повышаются и не понижаются, а остаются на прежнем уровне. Однако такие "нулевые" сдвиги в критерии знаков исключаются из рассмотрения. При этом количество сопоставляемых пар уменьшается на число таких "нулевых" сдвигов.

Суть критерия знаков состоит в том, что он определяет, не слишком ли много наблюдается "нетипичных сдвигов", чтобы сдвиг в "типичном" направлении считать преобладающим? Ясно, что чем меньше "нетипичных сдвигов", тем более вероятно, что преобладание "типичного" сдвига является преобладающим. $\boldsymbol{G_{эмп}}$ - это количество "нетипичных" сдвигов. Чем меньше $\mathbf{G_{эмп}}$**,** тем более вероятно, что сдвиг в "типичном" направлении статистически достоверен.

Гипотезы

H_0: Преобладание типичного направления сдвига является случайным.

H_1: Преобладание типичного направления сдвига не является случайным.

2.3 Графическое представление критерия знаков

На Рис. 1 "типичные" сдвиги изображены в виде светлого облака, а нетипичные сдвиги – темного облака. Мы видим, что на рисунке темное облако значительное меньше. Допустим, после выступления оратора большинство слушателей изменили свое отрицательное отношение к какому-то предложению на положительное. Вместе с тем, часть слушателей изменила свое положительное отношение на отрицательное, проявив "нетипичную" реакцию. Критерий знаков позволяет определить, не слишком ли значительная часть слушателей "нетипично" прореагировала на выступление оратора? Поглощает ли масса светлого облака небольшое темное облако?

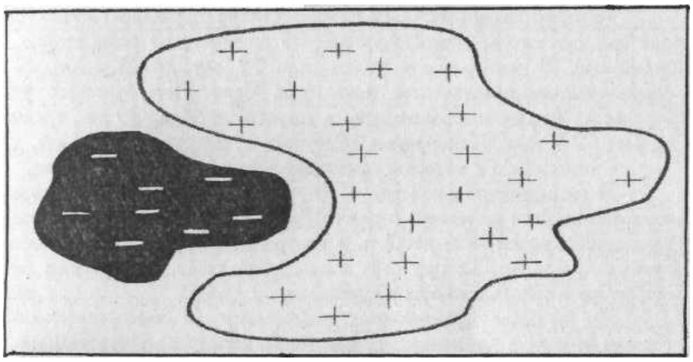


Рисунок 1 – Графическое представление положительных и отрицательных сдвигов в форме облаков: светлое облако – положительные сдвиги, темное облако – отрицательные сдвиги

Ограничения критерия знаков

Количество наблюдений в обоих замерах – не менее 5 и не более 300.

Пример

В исследовании изучались личностные факторы суггестора, способствующие его внушающему воздействию на аудиторию. В эксперименте участвовало 39 слушателей колледжа и спецфакультета практической психологии, 9 мужчин и 30 женщин в возрасте от 18 до 39 лет, средний возраст 23,5 года. Испытуемые выступали в качестве суггерендов, т.е. лиц, по отношению к которым оказывалось внушающее воздействие.

В экспериментальной группе ($n_1=16$) испытуемые просматривали видеозапись речи суггестора о целесообразности применения новых информационных технологий в воспитании детей, а в контрольной группе ($n_2=23$) испытуемые просто читали про себя письменный текст. Содержание речи суггестора и текста полностью совпадали.

До и после предъявления видеозаписи (в экспериментальной группе) и текста (в контрольной группе) испытуемые отвечали на 4 вопроса, оценивая степень согласия с их содержанием по 7-балльной шкале:

1. Я считаю возможным иногда использовать гаджеты, если ребёнок это заслужил:

Не согласен 1 2 3 4 5 6 7 Согласен

2. Если, придя домой, я узнаю, что кто-то из близких, бабушка или дедушка, давал ребёнку один из гаджетов, то я буду считать, что это нормально:

Не согласен 1 2 3 4 5 6 7 Согласен

3. Если мне станет известно, что воспитательница детского сада или учительница в школе разрешила ребёнку использовать гаджеты в игровых целях, то я восприму это как должное:

Не согласен 1 2 3 4 5 6 7 Согласен

4. Я бы согласился отдать своего ребенка в школу, где применяются новейшие информационные технологии:

Не согласен 1 2 3 4 5 6 7 Согласен

Суггестор был подобран по признакам, которые были выявлены в пилотажном исследовании.

Результаты двух замеров по обеим группам представлены в Табл. 1 и Табл. 2.

Таблица 1

Оценки степени согласия с утверждениями о допустимости использования гаджетов до и после предъявления видеозаписи в экспериментальной группе ($n_1=16$)

	Оценки и сдвиги оценок «после – до» по шкалам											
	Я сам			Бабушка			Воспитатель			Школа		
	До	После	Сдвиг	До	После	Сдвиг	До	После	Сдвиг	До	После	Сдвиг
1	4	4	0	2	4	2	1	1	0	1	1	0
2	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0
3	5	5	0	4	4	0	4	4	0	4	1	0
4	4	5	1	3	3	0	2	3	1	1	2	1
5	3	3	0	3	4	1	2	3	1	1	1	0
6	4	5	1	5	5	0	1	1	0	1	1	0
7	3	3	0	3	3	0	1	1	0	1	1	0
8	5	6	1	5	6	1	3	3	0	2	1	-1
9	6	7	1	5	7	2	3	3	0	1	2	1
10	2	3	1	2	3	1	2	1	-1	1	1	0
11	6	6	0	3	3	0	2	1	-1	1	1	0
12	5	5	0	3	5	2	4	4	0	1	1	0
13	7	7	0	5	5	0	4	4	0	1	1	0
14	5	6	1	5	6	1	2	2	0	1	2	1
15	5	6	1	5	6	1	4	3	-1	2	2	0
16	6	7	1	6	7	1	4	4	0	2	2	0

Таблица 2

Оценки степени согласия с утверждениями о допустимости использования гаджетов до и после предъявления письменного текста в контрольной группе ($n_2=23$)

	Оценки и сдвиги оценок «после – до» по шкалам											
	Я сам			Бабушка			Воспитатель			Школа		
	До	После	Сдвиг	До	После	Сдвиг	До	После	Сдвиг	До	После	Сдвиг
1	4	4	0	5	5	0	1	1	0	1	1	0
2	7	7	0	7	7	0	7	7	0	4	4	0
3	2	2	0	1	1	0	3	1	-2	1	1	0
4	4	3	-1	3	2	-1	1	1	0	1	1	0
5	3	5	+2	5	5	0	3	3	0	1	1	0
6	2	1	-1	2	1	-1	1	1	0	1	1	0
7	5	5	0	3	3	0	1	1	0	1	1	0

8	2	2	0	2	3	+1	1	3	+2	1	3	+2
9	3	4	+1	3	4	+1	1	1	0	1	6	+5
10	5	5	0	5	5	0	1	1	0	1	1	0
11	5	5	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0
12	2	2	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0
13	1	1	0	1	1	0	1	2	+1	1	1	0
14	4	3	-1	7	5	-2	2	4	+2	1	1	0
15	3	4	+1	2	3	+1	1	2	+1	1	1	0
16	4	4	0	3	3	0	1	1	0	1	1	0
17	3	3	0	2	2	0	1	1	0	1	1	0
18	6	6	0	6	6	0	6	6	0	1	3	+2
19	2	2	0	2	1	-1	1	1	0	1	1	0
20	1	2	+1	1	1	0	1	1	0	1	1	0
21	2	2	0	2	2	0	2	1	-1	1	1	0
22	6	6	0	6	6	0	3	3	0	1	1	0
23	3	2	-1	1	2	+1	1	1	0	1	1	0

Вопросы:

1. Можно ли утверждать, что после просмотра видеозаписи о пользе использования гаджетов наблюдается достоверный сдвиг в сторону большего принятия их в экспериментальной группе?
2. Достоверны ли различия по выраженности положительного сдвига между экспериментальной и контрольной группами?
3. Является ли достоверным сдвиг оценок в контрольной группе?

Решение

Подсчитаем сначала количество положительных, отрицательных и нулевых сдвигов по каждой шкале в каждой из выборок. Это необходимо для выявления "типичных" знаков изменения оценок и значительно облегчит нам дальнейшие расчеты и рассуждения.

Таблица 3.

Расчет количества положительных, отрицательных и нулевых сдвигов в двух группах суггерендов

Количество сдвигов в группах	Шкалы				
	Я сам	Бабушка	Воспитатель	Школа	Суммы
1. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ГРУППА					
А) положительных	8	9	2	3	22
Б) отрицательных	0	0	3	1	4

В) нулевых	8	7	11	12	38
2. КОНТРОЛЬНАЯ ГРУППА					
А) положительных	4	4	4	4	16
Б) отрицательных	4	4	2	0	10
В) нулевых	15	15	17	19	66
Сумма	23	23	23	23	92

Из Табл. 3. мы видим, что наиболее типичными являются "нулевые" сдвиги, то есть отсутствие сдвига в оценках после предъявления видеозаписи или письменного текста. И все же, в экспериментальной группе но шкале "Я сам использую" и "Бабушка использует" положительные сдвиги наблюдаются примерно в половине случаев.

Нам необходимо учитывать только положительные и отрицательные сдвиги, а нулевые отбрасывать. Количество сопоставляемых пар значений при этом уменьшается на количество этих нулевых сдвигов.

Мы можем сразу же проверить и гипотезу о преобладании положительного сдвига в ответах по сумме 4 шкал. Сумма положительных и отрицательных сдвигов по 4 шкалам составляет: $n=8+9+5+4=26$.

Сформулируем гипотезы.

H_0: Сдвиг в сторону более снисходительного отношения к использованию гаджетов после внушения является случайным.

H_1: Сдвиг в сторону более снисходительного отношения к использованию гаджетов после внушения является неслучайным.

По Табл. определяем критические значения критерия знаков **G.** Это максимальные количества "нетипичных", менее часто встречающихся, знаков, при которых сдвиг в "типичную" сторону еще можно считать существенным.

1) Шкала "Я сам использую" $n=8$

Типичный сдвиг - положительный. Отрицательных сдвигов нет.

$$\boldsymbol{G}_{\text{кр}} = \frac{\mathbf{1}(\boldsymbol{p} \leq \mathbf{0.05})}{\mathbf{0}(\boldsymbol{p} \leq \mathbf{0.01})}$$

$G_{эмп}=0$

$G_{эмп} \leq G_{кр}$

H_0 отклоняется. Принимается H_1 $(p \leq 0{,}01)$.

2) Шкала "Бабушка использует" $n=9$

Типичный сдвиг – положительный.

Отрицательных сдвигов нет.

$$\boldsymbol{G}_{\text{кр}} = \frac{\mathbf{1}(\boldsymbol{p} \leq \mathbf{0.05})}{\mathbf{0}(\boldsymbol{p} \leq \mathbf{0.01})}$$

$G_{эмп=}0$

$G_{\ эмп} \leq G_{\ кр}$

H_0 отклоняется. Принимается H_1 $(p \leq 0{,}01)$.

Шкала "Воспитательница использует» $n = 5$

Типичный сдвиг - отрицательный.

Положительных сдвигов – 2.

$G_{кр}=0\ (p \leq 0.05)$

$G_{кр}=(p \leq 0.05)$ при данном n определить невозможно

$G_{\ эмп}=2$

$G_{\ эмп} > G_{\ кр}$

H_0 принимается.

4) *Шкала "Школа использует"* $n=4$

$n<5$, критерий знаков неприменим.

5) Сумма по 4-м шкалам $n=26$

Типичный сдвиг – положительный.

Отрицательных сдвигов – 4

$$\boldsymbol{G}_{\text{кр}} = \frac{\mathbf{8(\boldsymbol{p} \leq 0.05)}}{\mathbf{6(\boldsymbol{p} \leq 0.01)}}$$

$G_{эмп=}4$

$G_{\ эмп} < G_{\ кр}$

H_0 отклоняется. Принимается H_1 $(p<0{,}01)$.

Ответ: Сдвиг в сторону более снисходительного отношения к использованию гаджетов в экспериментальной группе после просмотра видеозаписи является неслучайным для шкал "Я сам использую", "Бабушка использует" и по сумме четырех шкал ($p \leq 0{,}01$ во всех случаях).

Сформулируем гипотезы для контрольной группы.

H_0: Сдвиг в сторону более снисходительного отношения к использованию гаджетов после прочтения текста является случайным.

H_1: Сдвиг в сторону более снисходительного отношения к использованию гаджетов после прочтения текста не является случайным.

Далее действуем по тому же принципу: вначале определяем количество сдвигов в ту или иную сторону (n), выявляем типичный сдвиг и количество нетипичных сдвигов $(G_{эмп})$ сопоставляем с критическими значениям G, определяемыми по Табл.

1. *Шкала "Я сам использую"* $n=8$

Положительных сдвигов – 4, отрицательных сдвигов – 4.

Типичный сдвиг установить невозможно, т.к. положительных и отрицательных сдвигов поровну.

H_0 принимается.

2) Шкала "Бабушка использует" n=8

Положительных сдвигов –- 4, отрицательных сдвигов – 4.

H_0 принимается по тем же основаниям, что и для предыдущей шкалы.

3) Шкала "Воспитатель использует" n=6

Типичный сдвиг – положительный.

Отрицательных сдвигов – 2.

$C_{кр}=0$ $(p\leq 0,05)$

$G_{Кр}(p\leq 0,01)$ при данном n определить невозможно.

$G_{эмп}=2$

$G_{эмп}>G_{кр}$

H_0 принимается.

4) Шкала "Школа использует" n=4

Поскольку $n<5$, критерий знаков неприменим.

5) Сумма по 4-м шкалам n =26

Типичный сдвиг – положительный.

Количество отрицательных сдвигов – 10.

$$\boldsymbol{G}_{\text{кр}}=\frac{\mathbf{8(\boldsymbol{p}\leq 0.05)}}{\mathbf{6(\boldsymbol{p}\leq 0.01)}}$$

$G_{эмп}=10$

$G_{эмп}>G_{кр}$

H_0 принимается.

Ответ: Сдвиг в сторону более снисходительного отношения к использованию гаджетов в контрольной группе является случайным и по каждой из шкал в отдельности, и по сумме шкал.

Мы можем определенно ответить ***на 1-ый вопрос*** задачи: **да**, можно утверждать, что после просмотра видеозаписи о пользе использования гаджетов наблюдается достоверный сдвиг в пользу большего принятия их в экспериментальной группе. Мы можем ответить и на ***3-й вопрос*** задачи: **нет**, сдвиг оценок в контрольной группе недостоверен. Однако мы пока не ответили на ***второй*** вопрос – достоверны ли различия по выраженности положительного сдвига между экспериментальной и контрольной группами?

Дело в том, что нами был избран вариант сопоставлений, предполагающий сравнение значений "после" и "до" экспериментального воздействия отдельно в экспериментальной и контрольной выборках. Для того чтобы ответить на вопрос 2, необходимо выбрать второй вариант сопоставлений, предусматривающий сравнение сдвигов в двух группах с помощью критериев для сравнения независимых выборок – Q-критерия Розенбаума, U-критерия Манна-Уитни и критерия φ*Фишера (см. Табл.)**.** Однако, такого рода сопоставления, как правило, проводятся только в том случае, если и в экспериментальной и в контрольной группах выявлен достоверный однонаправленный эффект, и нужно доказать, что в экспериментальной выборке он достоверно больше, выражен (см. Задачу 1). В данном же случае нами доказано, что в контрольной выборке не произошло сколько-нибудь значимых изменений, и мы можем этим удовлетвориться.

3. **Т - критерий Вилкоксона**

Назначение критерия

Критерий применяется для сопоставления показателей, измеренных в двух разных условиях на ***одной*** и той же выборке испытуемых.

Он позволяет установить не только ***направленность*** изменений, но и их ***выраженность***. С его помощью мы определяем, является ли сдвиг показателей в каком-то одном направлении более интенсивным, чем в другом.

Описание критерия Т

Этот критерий применим в тех случаях, когда признаки измерены по крайней мере по шкале порядками сдвиги между вторым и первым замерами тоже могут быть упорядочены. Для этого они должны варьировать в достаточно широком диапазоне. В принципе, можно применять критерий Т и в тех случаях, когда сдвиги принимают только три значения: *-1, 0* и *+1*, но тогда критерий Т вряд ли добавит что-нибудь новое к тем выводам, которые можно было бы получить с помощью критерия знаков. Вот если сдвиги изменяются, скажем, от *-30* до *+45*, тогда имеет смысл их ранжировать и потом суммировать ранги

Суть метода состоит в том, что мы сопоставляем выраженность сдвигов в том и ином направлениях по абсолютной величине. Для этого мы сначала ранжируем все абсолютные величины сдвигов, а потом суммируем ранги. Если сдвиги в положительную и в отрицательную сторону происходят случайно, то суммы рангов абсолютных значений их будут примерно равны. Если же интенсивность сдвига в одном из направлений перевешивает, то сумма рангов абсолютных значений сдвигов в противоположную сторону будет значительно ниже, чем это могло бы быть при случайных изменениях.

Первоначально мы исходим из предположения о том, что типичным сдвигом будет сдвиг в более часто встречающемся направлении, а нетипичным, или редким, сдвигом – сдвиг в более редко встречающемся направлении.

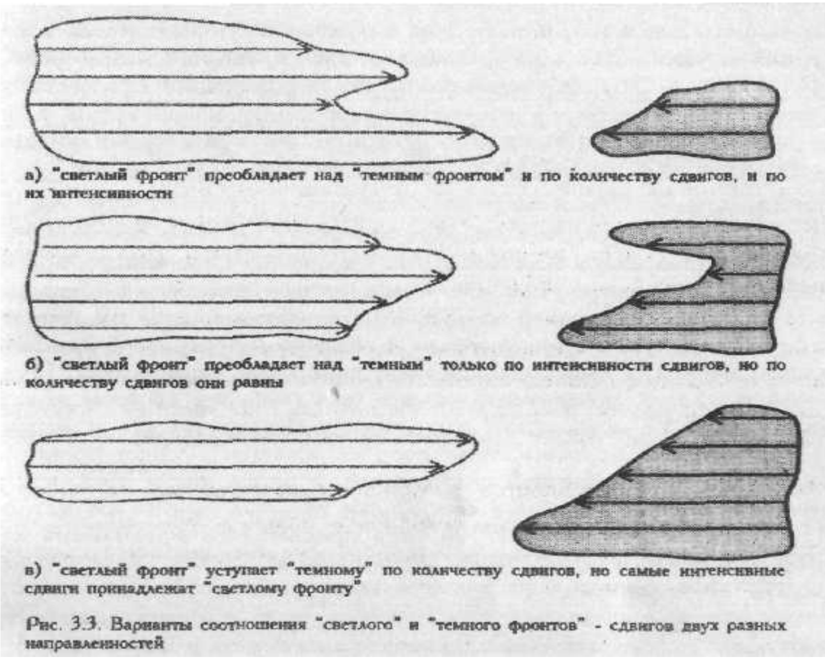
Гипотезы

Но: Интенсивность сдвигов в типичном направлении не превосходит интенсивности сдвигов в нетипичном направлении.

*H_1***.** Интенсивность сдвигов в типичном направлении превышает интенсивность сдвигов в нетипичном направлении.

3.1 Графическое представление критерия Т

Сдвиг в противоположные стороны мы можем представить себе в виде двух облаков, как и в критерии знаков. Величина облака зависит не только от количества соответствующих сдвигов, но и от их интенсивности, отраженной в длине стрелок (Рис. 2). В сущности, облака противостоят друг другу, как два воздушных фронта: они не просто соревнуются по величине, они меряются силами! При определенных *n*, а именно при *$n \geq 18$*, мы вообще можем отказаться от понятия типичного сдвига. Сдвигов в ту и другую сторону может оказаться поровну, но если 9 меньших сдвигов будут относиться к одному направлению, а 9 больших сдвигов – к противоположному, то мы можем констатировать достоверное преобладание этого противоположного направления сдвигов. Вспомним, что критерий знаков в этом случае не выявил бы никаких достоверных различий.



а) «светлый фронт» преобладает над «тёмным фронтом» и по количеству сдвигов, и по их интенсивности; б) «светлый фронт» преобладает над «тёмным фронтом» только по интенсивности сдвигов, но по количеству сдвигов они равны; в) "светлый фронт" уступает "темному' по количеству сдвигов, но самые интенсивные сдвиги принадлежат «светлому фронту».

Рисунок 2 – Варианты соотношения "светлого" и "темного фронтов" - сдвигов двух разных направленностей

На Рис. 2(а) "светлый фронт" преобладает над "темным фронтом" и по количеству сдвигов, и по их интенсивности. На Рис. 2(б) "светлый фронт" преобладает только по интенсивности сдвигов, но не по их количеству; на

Рис. 2(в) в "светлом фронте" наблюдаются более интенсивные сдвиги, но их меньше, чем в "темном фронте". Здесь критерий знаков мог бы констатировать преобладание изменений, соответствующих "темному фронту". Между тем, интенсивность противоположных, хотя и редких, сдвигов, столь велика, что делать какие-то однозначные выводы было бы опрометчиво.

3.2 Ограничения в применения критерия Т-Внлкоксона

1. Минимальное количество испытуемых, прошедших измерения в двух условиях – 5 человек. Максимальное количество испытуемых – 50 человек, что диктуется верхней границей имеющихся таблиц (но не сказывается на компьютерных методах обработки). Критические значения Т приведены в Табл.

2. Нулевые сдвиги из рассмотрения исключаются, и количество наблюдений *n* уменьшается на количество этих нулевых сдвигов. Можно обойти это ограничение, сформулировав гипотезы, включающие отсутствие изменений, например: "Сдвиг в сторону увеличения значений превышает сдвиг в сторону уменьшения значений и тенденцию сохранения их на прежнем уровне".

4. Критерий χ_r^2 Фридмана

Назначение критерия

Критерий χ_r^2 применяется для сопоставления показателей, измеренных в ***трех или более*** условиях на ***одной*** и той же выборке испытуемых.

Критерий позволяет установить, что величины показателей от условия к условию ***изменяются***, но при этом не указывает на направление изменений.

Описание критерия

Данный критерий является распространением критерия Т-Вилкоксона на большее, чем 2, количество условий измерения. Однако здесь мы ранжируем не абсолютные величины сдвигов, а сами индивидуальные значения, полученные данным испытуемым в 1, 2, 3 и т. д. замерах.

Например, если у испытуемого в первом замере определена скорость прохождения графического лабиринта 54 сек, во втором замере – 42 сек, а в третьем замере – 63 сек, то эти показатели получат ранги, соответственно, 2, 1, 3, поскольку меньшему значению, полученному во втором замере, мы начислим ранг 1, среднему значению, полученному в первом замере – ранг 2, а наибольшему значению, полученному в третьем замере – ранг 3.

После того, как все значения будут проранжированы, подсчитываются суммы рангов по столбцам для каждого из произведенных замеров.

Если различия между значениями признака, полученными в разных условиях, случайны, то суммы рангов по разным условиям будут приблизительно равны. Но если значения признака изменяются в разных условиях каким-то закономерным образом, то в одних условиях будут преобладать высокие ранги, а в других – низкие. Суммы рангов будут достоверно различаться между собой. Эмпирическое значение критерия $\boldsymbol{\chi}_r^2$ и указывает на то, насколько различаются суммы рангов. Чем больше эмпирическое значение $\boldsymbol{\chi}_r^2$, тем более существенные расхождения сумм рангов оно отражает.

Если $\boldsymbol{\chi}_r^2$ равняется критическому значению или превышает его, различия статистически достоверны.

Гипотезы

H_0: Между показателями, полученными (измеренными) в разных условиях, существуют лишь случайные различия.

H_1: Между показателями, полученными в разных условиях, существуют неслучайные различия.

Ограничения критерия

1. Нижний порог: не менее 2-х испытуемых ($n \geq 2$), каждый из которых прошел не менее 3-х замеров ($c \geq 3$).

2. При $c=3$, $n \leq 9$, уровень значимости полученного эмпирического значения $\boldsymbol{\chi}_r^2$ определяется по Таблице 4; при $c=4$, $n \leq 4$, уровень значимости полученного эмпирического значения $\boldsymbol{\chi}_r^2$ определяется по Таблице 4; при больших количествах испытуемых или условий полученные эмпирические значения $\boldsymbol{\chi}_r^2$ сопоставляются с критическими значениями $\boldsymbol{\chi}^2$, определяемыми по Таблице 4. Это объясняется тем, что $\boldsymbol{\chi}_r^2$ имеет распределение, сходное с распределением $\boldsymbol{\chi}^2$. Число степеней свободы **ν** определяется по формуле:

$\nu=c-1$**,**

где *c* – количество условий измерения (замеров).

Пример

На Рис. 3. представлены графики изменения времени решения анаграмм в эксперименте по исследованию интеллектуальной настойчивости (Сидоренко Е. В., 1984). Анаграммы нужно было подобрать таким образом, чтобы постепенно подготовить испытуемого к самой трудной – а фактически неразрешимой задаче. Иными словами, испытуемый должен был постепенно привыкнуть к тому, что задачи становятся все более и более трудными, и что над каждой последующей анаграммой ему приходится проводить больше времени. Достоверны ли различия во времени решения испытуемыми анаграмм?

Таблица 4

Показатели времени решения анаграмм (сек.)

№ П#	**Код имени испытуемого**	Анаграмма 1: КРУА (РУКА)	Анаграмма 2: АЛСТЬ (СТАЛЬ)	Анаграмма 3: ИНААМШ (МАШИНА)
1	Л-в	5	235*	7
2	П-о	7	604	20
3	К-в	2	93	5
4	Ю-ч	2	171	8
5	Р-о	35	141	7
	Суммы	51	1244	47
	Средние	10,2	248,8	9,4

*Испытуемый Л-в так и не смог правильно решить анаграмму 2.

Проранжируем значения, полученные по трем анаграммам каждым испытуемым. Например, испытуемый К-в меньше всего времени провел над анаграммой 1 – следовательно, она получает ранг 1. На втором месте у него стоит анаграмма 3 – она получает ранг 2. Наконец, анаграмма 2 получает ранг 3, потому что она решалась им дольше двух других.

Сумма рангов по каждому испытуемому должна составлять 6. Расчетная общая сумма рангов в критерии определяется по формуле:

$$\sum R_i = n * \frac{c*(c+1)}{2}$$

где n – количество испытуемых;

c – количество условий измерения (замеров).

В данном случае,

$$\sum R_i = 5 * \frac{3*(3+1)}{2} = 30$$

Таблица 5

Показатели времени решения анаграмм 1, 2, 3 и их ранги (n=5)

Код имени испытуемого	**Анаграмма 1**		**Анаграмма 2**		**Анаграмма 3**	
	Время (сек)	Ранг	Время (сек)	Ранг	Время (сек)	Ранг
1. Л-в	5	1	235	3	7	2

2. П-о	7	1	604	3	20	2
3. К-в	2	1	93	3	5	2
4. Ю-ч	2	1	171	3	8	2
5. Р-о	35	2	141	3	7	1
Суммы		6		15		9

Общая сумма рангов составляет: *6+15+9=30*, что совпадает с расчетной величиной.

Мы помним, что испытуемый Л-в провел 3 минуты и 55 сек над решением второй анаграммы, но так и не решил ее. Поскольку он решал ее дольше остальных двух анаграмм, мы имеем право присвоить ей ранг 3. Ведь назначение трех первых анаграмм – подготовить испытуемого к тому, что над следующей анаграммой ему, возможно, придется думать еще дольше, в то время как сам факт нахождения правильного ответа не так существен.

Сформулируем гипотезы.

H_0: Различия во времени, которое испытуемые проводят над решением трех различных анаграмм, являются случайными.

H_1: Различия во времени, которое испытуемые проводят над решением трех различных анаграмм, не являются случайными.

Теперь нам нужно определить эмпирическое значение χ_r^2 по формуле:

$$\chi_r^2 = \frac{12}{n*c*(c+1)} * \sum(T_j^2) - 3*n*(c+1)$$

где c – количество условий;

n – количество испытуемых;

T_j – суммы рангов по каждому из условий.

Определим χ_r^2 для данного случая:

$$\chi_r^2 = \frac{12}{5*3*(3+1)} * (6^2 + 15^2 + 9^2) - 3*5*(3+1) = 8.4$$

Поскольку в данном примере рассматриваются три задачи, то есть 3 условия, *c=3*. Количество испытуемых *n=5*. Это позволяет нам воспользоваться специальной таблицей χ_r^2.

Эмпирическое значение χ_r^2 *=8,4* при *c=3, n=5* точно соответствует уровню значимости *p=0,0085*.

Ответ: H_0 отклоняется. Принимается H_1. Различия во времени, которое испытуемые проводят над решением трех различных анаграмм, неслучайны (*p=0,0085*).

Теперь мы можем сформулировать общий алгоритм действий по применению критерия χ_r^2.

Алгоритм Подсчет критерия χ_r^2 Фридмана

1. Проранжировать индивидуальные значения первого испытуемого, полученные им в 1-м, 2-м, 3-м и т. д. замерах.

2. Проделать то же самое по отношению ко всем другим испытуемым.

3. Просуммировать ранги по условиям, в которых осуществлялись замеры. Проверить совпадение общей суммы рангов с расчетной суммой.

4. Определить эмпирическое значение χ_r^2 по формуле:

5. $\chi_r^2 = \frac{12}{n*c*(c+1)} * \sum(T_j^2) - 3 * n * (c+1)$

где c – количество условии;

n – количество испытуемых;

Tj – суммы рангов по каждому из условий.

5. Определить уровни статистической значимости для χ_r^2 эмп:

а) при $c=3,\ n\leq 9$ – по Табл. VII-А Приложения 1;

б) при $c=4,\ n\leq 4$ – по Табл. VII-Б Приложения 1.

6. При большем количестве условий и/или испытуемых количество степеней свободы ν по формуле:

$\nu=c—1$**,**

где c – количество условии (замеров).

По Табл. определить критические значения критерия χ_r^2 при данном числе степеней свободы ν.

Если χ_r^2 эмп равен критическому значению χ_r^2 или превышает его, различия достоверны.

Контрольные вопросы.

1. Ощущаются ли участниками достоверные сдвиги в уровне владения каждым из трех навыков после тренинга?
2. Произошли ли по трем группам навыков разные сдвиги, или эти сдвиги для разных навыков примерно одинаковы?
3. Уменьшается ли расхождение между "идеальным" и реальным уровнями владения навыками после тренинга?

Лекция 7

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АППАРАТА ПРИ ОПИСАНИИ ГРУППОВОГО ПОВЕДЕНИЯ

План лекции.

1. Алгоритм проведения исследования.
2. Составление опорного листа

Математический аппарат может активно использоваться при обработке результатов социометрического, референтометрического и других видов исследований. Ниже в качестве примера дана обработка результатов социометрии.

Проведение социометрического исследования строится на постулате, что структуру отношений в коллективе можно выяснить, анализируя выборы партнера для совместной реализации какой-либо деятельности. Такие виды деятельности заранее четко определены и называются социометрическими критериями. Критерии подбираются таким образом, чтобы они отражали взаимоотношения между испытуемыми, создавали условия выбора партнера, предоставляли право выбора любого члена коллектива, интересовали коллектив, описывали конкретные ситуации, были четко сформулированы. При этом социометрические критерии определяет сам психолог с учетом специфики конечной задачи исследования и рода деятельности испытуемых.

1. Алгоритм проведения исследования

Проведение исследования строится по следующему алгоритму:

1. Составление опросного листа, с включением вопросов, предусматривающих выбор. Для студенческой среды рекомендуется выбор с включением следующих сфер деятельности: а) учеба, б) труд, в) досуг.
2. Проведение инструктажа изучаемого коллектива. При этом социометрическое исследование можно проводить только в случае, если есть возможность опросить всех членов коллектива. Например, в студенческой группе не следует проводить тестирование, если кто-то из группы сегодня не пришел на занятие и психолог не сможет с ним встретиться в дальнейшем.
3. Осуществление социометрического опроса.
4. Составление социометрической матрицы.
5. Составление социограммы. При этом тестируемые мужского пола обозначаются маленькими треугольниками, а женского пола – кружочками.
6. Подсчет социометрических индексов.
7. Анализ и интерпретация полученных результатов.

2. Составление опорного листа.

Опросный лист имеет примерно следующий вид:

Опросный лист

Фамилия, имя, отчество _________________ группа ____________

I. Учебная деятельность. С кем из студентов вашей группы вы предпочли бы готовиться к экзаменам?

1. ________________ 2. ________________ 3. ________________

II. Трудовая деятельность. С кем из студентов вы пошли бы работать на производственную практику в коммерческую фирму, с условием, что во время практики вам начисляют зарплату, и ее размер зависят от вклада каждого из сотрудников?

1. ________________ 2. ________________ 3. ________________

III. Досуг. С кем из студентов вашей группы вы предпочли бы пойти в турпоход?

1. ________________ 2. ________________ 3. ________________

В опросном листе следует сделать необходимое число выборов (или меньше этого числа). Существует параметрический и непараметрический вариант проведения исследования. В случае параметрического варианта проведения процедуры, при определении количества выборов рекомендуется пользоваться следующим соотношением.

Число членов группы	5 - 7	8 - 11	12 - 16	17 - 21	22 - 26	27 - 31	32 – 36
Количество выборов	1	2	3	4	5	6	7

Возможен также непараметрический вариант проведения социометрии, когда каждый член группы может сделать столько выборов, сколько считает необходимым. В нашем примере будет рассмотрен именно вариант непараметрической социометрии – без ограничения количества выборов.

Выбор одного и того же сокурсника может повторяться в разных сферах деятельности. В нашем примере предусмотрены только положительные выборы. Но при работе с космонавтами, подводниками, сотрудниками спецподразделений и т. п., допускается использование и отрицательных выборов (отвержений).

кого кто	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Σ сделанных выборов	E_i
1. Иванов		3		1						2		3	9	0,82
2. Петрова	2			1							2		5	0,45

3. Сидоров		2								1			3	0,27
4. Кузнецов						2		1				1	4	0,36
5. Попов		1				1					2		4	0,36
6. Романов	3		1					2	1			1	8	0,73
7. Макаров			1						1		2		4	0,36
8. Сергеев					1		1						2	0,18
9. Волкова							3					1	4	0,36
10. Зайцева					1							1	2	0,18
11. Лисицин							1						1	0,09
12. Медведева	2									2			4	0,36
Σ полученных выборов	7	6	2	2	2	3	5	3	2	5	6	7	**50**	
S_i	0,64	0,55	0,18	0,18	0,18	0,27	0,45	0,27	0,18	0,45	0,55	0,64		

Данные опроса заносятся в социометрическую матрицу. В матрице каждому тестируемому отводится одна строчка по горизонтали и одна графа по вертикали. В соответствующих ячейках отмечается количество выборов и общая сумма выборов, сделанных данным респондентом. Клетки по диагонали заштриховываются, так как самовыборы исключаются. Здесь дан пример социоматрицы для группы из 12 человек.

Следующий этап – составление социограммы, дающей наглядное раскрытие структуры взаимосвязей в коллективе. Все испытуемые делятся по сумме полученных выборов на несколько страт. Получившие большинство выборов относятся к так называемой группе «звезд», а получившие мало выборов относятся к «отвергаемым». Границы верхней и нижней страт рассчитываются по следующей формуле:

$$x = \overline{M} + t * \overline{\sigma}$$

x – границы доверительного интервала;

$\overline{M}$ – среднее количество выборов, приходящихся на одного человека;

$\overline{\sigma}$ –выборочное отклонение;

t – поправочный коэффициент, учитывающий отличие эмпирического распределения от теоретического (определяется по таблице Сальвоса).

Для определения этих величин надо также произвести дополнительные вычисления.

$$\overline{M} = \frac{V}{N - 1},$$

где V – общее количество выборов, сделанных всеми членами группы, а N – число членов группы.

$$\overline{p} = \frac{\overline{M}}{N - 1},$$

где $\overline{p}$ – оценка вероятности быть выбранным в данной группе.

$$\overline{q} = 1 - \overline{p},$$

где $\overline{q}$ – оценка вероятности оказаться отвергнутым в данной группе.

$$\overline{\sigma} = \sqrt{(N - 1) * \overline{p} * \overline{q}},$$

где – отклонение количества полученных индивидами выборов от среднего их числа, приходящегося на одного члена группы;

$a_з = \frac{\overline{q} - \overline{p}}{\overline{\sigma}}$, где $a_з$ – степень отклонения распределения выборов от случайного.

Далее иллюстрируется процедура расчетов.

В нашем случае V = 50, N = 12.

$$\overline{M} = \frac{V}{N - 1} = \frac{50}{12 - 1} \approx 4{,}55$$

$$\overline{q} = 1 - \overline{p} = 1 - 0{,}41 = 0{,}59 \quad \overline{p} = \frac{\overline{M}}{N - 1} = \frac{4{,}55}{12 - 1} \approx 0{,}41$$

$$\overline{\sigma} = \sqrt{(N - 1) * \overline{p} * \overline{q}} = \sqrt{11 * 0{,}41 * 0{,}59} \approx 1{,}63$$

$$a_з = \frac{\overline{q} - \overline{p}}{\overline{\sigma}} = \frac{0{,}59 - 0{,}41}{1{,}63} \approx 0{,}11$$

Следующий этап – определение величины t отдельно для правой и левой частей распределения. В левой части таблицы приведены значения для нижней границы доверительного интервала, а в правой – для верхней. Для обеих границ (верхней и нижней) значения даны для трех различных вероятностей допустимой ошибки:

$$p \leq 0{,}05;\ p \leq 0{,}01;\ p \leq 0{,}001$$

Для уровня значимости $p \leq 0{,}05$ поправочней коэффициенты t равны – 1,62 и 1,67. Данные значения заносятся в формулу вычисления доверительных интервалов:

$$x_{верх} = \overline{M} + t * \overline{\sigma} = 4{,}55 + 1{,}67 * 1{,}63 = 7{,}27 \approx 7$$

$$x_{ниж} = \overline{M} + t * \overline{\sigma} = 4{,}55 - 1{,}62 * 1{,}63 = 1{,}90 \approx 2$$

Таким образом, получившие 2 или менее выборов приобретают самый низший социометрический статус, а получившие 7 или более выборов - высший статус. Между «звездами», и «отвергаемыми» располагается страта «принимаемых». Допуская ошибку не более чем на 5 %, можно утверждать, что лидерами являются те, кто получил не менее 7 выборов, а низкий статус – у испытуемых, получивших менее двух выборов.

В нашем случае распределение можно провести следующим образом:

Статус	Количество полученных выборов	Фамилии
Звезды	1, 12	Иванов, Медведева
Принимаемые	6, 5, 4	Петрова, Романов, Макаров, Сергеев, Зайцева, Лисицин
Отвергаемые	2	Сидоров, Кузнецов, Попов, Волкова

На основе информации содержащейся в матрице определяют социометрические индексы, дающие количественные характеристики отношений каждого члена группы и всей группы в целом.

$S_i = \dfrac{\textit{количество полученных выборов}}{N - 1}$	Социометрический статус члена группы (отношение группы к одному из ее членов).
$E_i = \dfrac{\textit{количество отданных выборов}}{N - 1}$	Индекс эмоциональной экспансивности (стремление члена группы сотрудничать с другими членами группы).
$G = \dfrac{\textit{количество взаимных выборов}}{N * (N - 1)}$	Индекс групповой сплоченности (степень взаимосвязанности членов группы)

Вслед за этим проводится интерпретация полученных результатов.

Контрольные вопросы.

1. В каком случае индекс Si может быть отрицательным?
2. Что такое параметрический и непараметрический вариант проведения исследования?
3. Что необходимо для построения опорного листа?

Лекция 8

ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ

План лекции.

1. Понятие дисперсионного анализа.
2. Подготовка данных к дисперсионному анализу.
3. Однофакторный дисперсионный анализ для несвязанных выборок.
4. Дисперсионный анализ для связанных выборок.

1. Понятие дисперсионного анализа.

Дисперсионный анализ – это анализ изменчивости признака под влиянием каких-либо контролируемых переменных факторов. Автором метода является Р. А. Фишер (Fisher R.A., 1918, 1938).

Задача дисперсионного анализа состоит в том, чтобы из общей вариативности признака вычленить вариативность троякого рода:

а) вариативность, обусловленную *действием каждой* из исследуемых независимых переменных;

б) вариативность, обусловленную *взаимодействием* исследуемых независимых переменных;

в) *случайную* вариативность, обусловленную всеми другими неизвестными переменными.

Вариативность, обусловленная действием исследуемых переменных и их взаимодействием, соотносится со случайной вариативность. Показателем этого соотношения является критерий F Фишера.

Критерии F Фишера и метод углового преобразования Фишера, дающий нам критерий φ*, – это совершенно различные методы, имеющие разное предназначение и разные способы вычисления.

Случайная вариативность

В формулу расчета критерия F входят оценки дисперсий, то есть параметров распределения признака, поэтому критерии F является параметрическим критерием.

Чем в большей степени вариативность признака обусловлена исследуемыми переменными (факторами) или их взаимодействием, тем выше эмпирические значения критерия F.

В дисперсионном анализе исследователь исходит из предположения, что одни переменные могут рассматриваться как причины, а другие – как следствия.

Переменные первого рода считаются *факторами,*
а переменные второго рода – *результативными признаками.*

В этом отличие дисперсионного анализа от прямолинейного корреляционного анализа, в котором мы исходим из предположения, что изменения одного признака просто сопровождаются определенными изменениями другого.

В дисперсионном анализе возможны два принципиальных пути разделения всех исследуемых переменных на независимые переменные (факторы) и зависимые переменные (результативные признаки).

Первый путь состоит в том, что мы совершаем какие-либо воздействия на испытуемых или учитываем какие-либо не зависящие от нас воздействия на них, и именно эти воздействия считаем независимыми переменными, или факторами, а исследуемые признаки рассматриваем как зависимые переменные, или результативные признаки.

Например, возраст испытуемых или способ предъявления им информации считаем факторами, а обучаемость или эффективность выполнения задания – результативными признаками.

Второй путь предполагает, что мы, не совершая никаких воздействий, считаем, что при разных уровнях развития одних психологических признаков другие проявляются тоже по-разному. По тем или иным причинам мы решаем, что одни признаки могут рассматриваться скорее как факторы, а другие – как результат действия этих факторов.

Например, уровень интеллекта или мотивации достижения начинаем считать факторами, а профессиональную компетентность или социометрический статус – результативными признаками.

Второй путь весьма уязвим для критики. Допустим, мы предположили, что настойчивость – значимый фактор учебной успешности студентов. Мы принимаем настойчивость за воздействующую переменную (фактор), а учебную успешность – за результативный признак. Против этого могут быть выдвинуты сразу же два возражения. *Во-первых*, успех может стимулировать настойчивость; *во-вторых*, как, собственно, измерялась настойчивость? Если она измерялась с помощью метода экспертных оценок, а экспертами были соученики или преподаватели, которым известна учебная успешность испытуемых, то не исключено, что это оценка настойчивости будет зависеть от известных экспертам показателей успешности, а не наоборот.

Допустим, что в другом исследовании мы исходим из предположения, что фактор социальной смелости (фактор H) из 16-факторного личностного опросника Р.Б. Кеттелла – это та независимая переменная, которая определяет объем заключенных торговым представителем договоров на поставку косметических товаров. Но если объем договоров определялся по какому-то периоду работы, скажем трехмесячному, а личностное обследование проводилось в конце этого периода или даже после его истечения, то мы не можем со всей уверенностью отделить здесь причину от следствия. Есть очень сильное направление в психологии и психотерапии, которое утверждает, *что личностные изменения начинаются с действий и поступков:* "Начни действовать, и постепенно станешь таким, как твои поступки". Таким образом, психолог, представляющий это направление, возможно, стал бы утверждать, что причиной должен считаться достигнутый объем договорных поставок, а результатом – повышение социальной смелости.

Только наше исследовательское чутье может подсказать нам, что должно рассматриваться как причина, а что – как результат. Однако не всегда эти ощущения у разных исследователей совпадают, поэтому нужно быть готовым к тому, что наши выводы могут быть оспорены другими специалистами, которые рассматривают данный предмет с иной точки зрения и видят в нем иные перспективы. Впрочем, спорность выводов – постоянный спутник психологического исследования.

Постараемся быть оптимистичными и представим себе, что существует все же какое-то совпадение взглядов на психологические причины и следствия. На Рис. 3 представлены два варианта рассеивания показателей учебной успешности в зависимости от уровня развития кратковременной памяти.

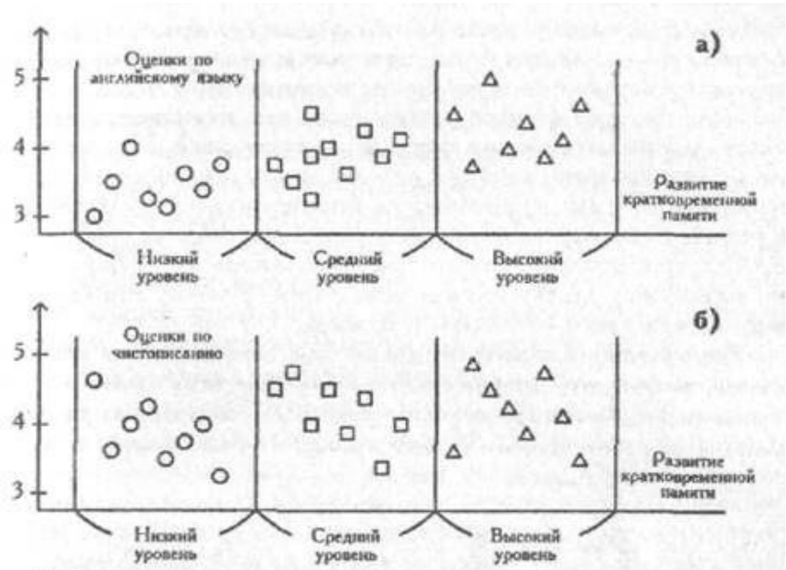


Рисунок 3 – Рассеивание индивидуальных средних оценок по английскому языку (а) и чистописанию (б) у учеников с низким, средним и высоким уровнями развития кратковременной памяти

Из Рис. 3(а) мы видим, что при низком уровне развития кратковременной памяти оценки по английскому языку, похоже, несколько ниже, чем при среднем, а при высоком уровне выше, чем при среднем.

Похоже, что кратковременная память может рассматриваться как фактор успешности овладения английским языком.

С другой стороны, Рис. 3(б) свидетельствует о том, что успешность в чистописании вряд ли так же определенно зависит от уровня развития кратковременной памяти.

О том, верны ли наши предположения, мы сможем судить только после вычисления эмпирических значении критерия F.

Низкий, средний и высокий уровни развития кратковременной памяти можно рассматривать как градации фактора кратковременной памяти.

Нулевая гипотеза в дисперсионном анализе будет гласить, что средние величины исследуемого результативного признака во всех градациях одинаковы.

Альтернативная гипотеза будет утверждать, что средние величины результативного признака в разных градациях исследуемого фактора различны.

Дело в том, что градация подразумевает ступень, стадию, уровень развития. Говоря о градациях фактора, мы явно или неявно подразумеваем, что сила его возрастает при переходе от градации к градации. Между тем, схема дисперсионного анализа применима и в тех случаях, когда градации фактора представляют собой номинативную шкалу, то есть отличаются лишь качественно.

Например, градациями фактора могут быть:

– параллельные формы экспериментальных заданий;
– цвет окраски стимулов;
– жанр музыкальных произведений, сопровождающих процесс работы;
– традиционные или специально подобранные православные тексты в сеансах аутогенной тренировки;
– разные формы заболевания;
– разные экспериментаторы;
– разные психотерапевты и т. д.

Если градации фактора различаются лишь качественно, их лучше называть *условиями* действия фактора или переменной.

Экспериментальные данные, представленные по градациям фактора, *называются дисперсионным комплексом*. Данные, относящиеся к отдельным градациям – *ячейками комплекса.*

Дисперсионный анализ позволяет нам констатировать изменение признака, но при этом не указывает *направление* этих изменений. Нам необходимо специально графически представлять полученные данные по градациям фактора, чтобы получить наглядное представление о направлении изменений.

Подобного рода задачи, как мы помним, позволяют решать непараметрические методы сравнения выборок или условий измерения, а именно критерий Н. Крускала-Уоллиса и критерий χ^2_r Фридмана.

Однако это касается только тех задач, в которых исследуется действие одного фактора, или *одной* переменной. Задачи однофакторного дисперсионного анализа, действительно, могут эффективным образом решаться с помощью непараметрических методов.

Метод дисперсионного анализа становится незаменимым только когда мы исследуем одновременное действие *двух* (или более) факторов, поскольку он позволяет выявить *взаимодействие* факторов в их влиянии на один и тот же результативный признак.

Несмотря на то, что нас интересует прежде всего двухфакторный дисперсионный анализ, который нельзя заменить другими методами, начнем рассмотрение мы с однофакторного дисперсионного анализа:

во-первых, для того, чтобы выдержать определенную последовательность и логику в изложении;

во-вторых, для того, чтобы на реальном примере продемонстрировать возможность замены этого метода непараметрическими методами.

Итак, начнем рассмотрение дисперсионного анализа с простейшего случая, когда исследуется действие только одной переменной (одного фактора). Исследователя интересует, как изменяется определенный признак в разных условиях действия этой переменной.

Например, как изменяется время решения задачи:

- при разных условиях мотивации испытуемых (низкой, средней, высокой);
- при разных способах предъявления задачи (устно, письменно, в виде текста с графиками и иллюстрациями),
- в разных условиях работы с задачей (в одиночестве, в одной комнате с экспериментатором, в одной комнате с экспериментатором и другими испытуемыми) и т.п.

В первом случае переменной, влияние которой исследуется, является мотивация, во втором – степень наглядности, в третьем – фактор публичности.

Преимущество однофакторного дисперсионного анализа по сравнению с непараметрическими методами Н Крускала-Уоллиса и χ^2_r Фридмана – неограниченность в объемах выборок. Ограничения дисперсионного анализа достаточно условны.

2. Подготовка данных к дисперсионному анализу

1) Создание комплексов.

Лучше всего для каждого испытуемого создать отдельную карточку, куда были бы занесены данные по всем исследованным признакам. Дело в том, что в процессе анализа у исследователя могут измениться гипотезы. Потребуется создавать, быть может, не один, а множество дисперсионных комплексов, различающихся как по факторам, так и по результативным признакам. Карточки помогут нам быстро создавать новые дисперсионные комплексы. Благодаря карточкам мы сразу увидим, равномерно ли распределяются данные по градациям в случае, если за фактор мы решили принять один из исследованных психологических признаков. С помощью карточек мы можем помочь себе выделить три, четыре или более градаций этого фактора, например, уровни мотивации, настойчивости, креативности и др.

2) Уравновешивание комплексов.

Комплекс, в котором каждая ячейка представлена одинаковым количеством наблюдений, называется *равномерным*. Равномерность комплекса позволяет нам обойти требование равенства дисперсий в каждой из ячеек комплекса (Шеффе Г., 1980).

Равномерные комплексы позволяют также избежать значительных трудностей, которые неизбежно возникают при обсчете неравномерных, или неортогональных, комплексов.

В случае, если в разных градациях комплекса оказалось неравное количество наблюдений, необходимо отсеять некоторые из них. Если в комплексе со связанными выборками кто-либо из испытуемых не был подвергнут одному из условий действия переменной (градаций фактора), то его данные исключаются. Если же комплекс включает независимые выборки, каждая из которых была подвергнута определенному условию воздействия (градации фактора), то "лишние" испытуемые в какой-либо из ячеек комплекса отсеиваются путем случайного выбора необходимого количества карточек.

3) Проверка нормальности распределения результативного признака.

Дисперсионный анализ относится к группе *параметрических методов* и поэтому его следует применять только тогда, когда известно или доказано, что распределение признака является нормальным (Суходольский Г.В., 1972; Шеффе Г., 1980 и др.). Строго говоря, перед тем, как применять дисперсионный анализ, мы должны убедиться в нормальности распределения результативного признака. Нормальность распределения результативного признака можно проверить путем расчета показателей асимметрии и эксцесса и сопоставления их с критическими значениями.

Произведем необходимые расчеты на примере, в котором анализируется длительность мышечного волевого усилия.

Действовать будем по следующему алгоритму:

а) определим показатели асимметрии и эксцесса по формулам Н.А.Плохинского и сопоставим их с критическими значениями, указанными Н.А. Плохинским;

б) рассчитаем критические значения показателей асимметрии и эксцесса по формулам Е.И. Пустыльника и сопоставим с ними эмпирические значения;

в) если эмпирические значения показателей окажутся ниже критических, сделаем вывод о том, что распределение признака не отличается от нормального.

Таблица 6

Вычисление показателей асимметрии и эксцесса по показателю длительности попыток решения анаграмм

№	x_i	$(x_i - x_{cp})$	$(x_i - x_{cp})^2$	$(x_i - x_{cp})^3$	$(x_i - x_{cp})^4$
1	11	0,94	0,884	0,831	0,781
2	13	2,94	8,644	25,412	74,712
3	12	1,94	3,764	7,301	14,165
4	9	-1,06	1,124	-1,191	1,262
5	10	-0,06	0,004	-0,000	0,000
6	11	0,94	0,884	0,831	0,781
7	8	-2,06	4,244	-8,742	18,009
8	10	-0,06	0,004	-0,000	0,000
9	15	4,94	24,404	120,554	595,536
10	14	3.94	15,524	61,163	240,982
11	8	-2,06	4,244	-8,742	18,009
12	7	-3.06	9,364	-28,653	87,677
13	10	-0,06	0,004	-0.000	0,000
14	10	-0,06	0,004	-0,000	0,000

№	x_i	$(x_i - x_{cp})$	$(x_i - x_{cp})^2$	$(x_i - x_{cp})^3$	$(x_i - x_{cp})^4$
15	5	-5,06	25,604	-129,554	655,544
16	8	-2,06	4,244	-8,742	18,009
Суммы	161		102,944	30,468	1725,467

Для расчетов в Табл. 6 необходимо сначала определить среднюю арифметическую по формуле:

$$X_{cp} = \frac{\sum x_i}{n}$$

где x_i – каждое наблюдаемое значение признака;
n – количество наблюдений.

В данном случае:

$$X_{cp} = \frac{161}{16} = 10.06$$

Стандартное отклонение (сигма) вычисляется по формуле:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma(x_i - x_{cp})^2}{n-1}}$$

где x_i – каждое наблюдаемое значение признака;
x_{cp} – среднее значение (среднее арифметическое);
n – количество наблюдений.

В данном случае:

$$\sigma = \sqrt{\frac{102{,}944}{16-1}} = \sqrt{6{,}893} = 2{,}62$$

Показатели асимметрии и эксцесса с их ошибками репрезентативности определяются по следующим формулам:

$$A = \frac{\sum(x_i - x_{cp})^3}{n * \sigma^3}$$

$$m_A = \sqrt{\frac{6}{n}}$$

$$E = \frac{\sum(x_i - x_{cp})^4}{n * \sigma^4}$$

$$m_E = 2 * \sqrt{\frac{6}{n}}$$

где $(x_i - x_{cp})$ – центральные отклонения;
σ – стандартное отклонение;
n – количество испытуемых.

В данном случае:

$$\text{A} = \frac{+30{,}468}{16 * 2{,}63^3} = +0{,}106$$

$$m_{\text{A}} = \sqrt{\frac{6}{16}} = 0{,}61$$

$$\text{E} = \frac{1725{,}467}{16 * 2{,}62^4} - 3 = -0{,}711$$

$$m_{\text{E}} = 2 * \sqrt{\frac{6}{16}} = 1{,}22$$

Показатели асимметрии и эксцесса свидетельствуют о достоверном отличии эмпирических распределений от нормального в том случае, если они превышают по абсолютной величине свою ошибку репрезентативности в 3 и более раз:

$$t_{\text{A}} = \frac{[A]}{m_A} \geq 3$$

$$t_{\text{E}} = \frac{[\text{E}]}{m_{\text{E}}} \geq 3$$

В данном случае:

$$t_{\text{A}} = \frac{[0.106]}{0.61} = 0.174$$

$$t_{\text{E}} = \frac{[-0.711]}{1.22} = 0.583$$

Мы видим, что оба показателя не превышают в три раза свою ошибку репрезентативности, из чего мы можем заключить, что распределение данного признака не отличается от нормального.

Теперь произведем проверку по формулам Е.И. Пустыльника. Рассчитаем критические значения для показателей *A* и *E:*

$$\text{A}_{кр} = 3 * \sqrt{\frac{6 * (n-1)}{(n+1) * (n+3)}}$$

$$\text{E}_{кр} = 5 * \sqrt{\frac{24 * n * (n-2) * (n-3)}{(n+1)^2 * (n+3) * (n+5)}}$$

где *n* – количество наблюдений.

$$\text{A}_{кр} = 3 * \sqrt{\frac{6 * (16-1)}{(16+1) * (16+3)}} = 3 * \sqrt{\frac{90}{323}} = 1{,}58$$

$$\text{E}_{кр} = 5 * \sqrt{\frac{24*16*(16-2)*(16-3)}{(16+1)^2 * (16+3) * (16+5)}} = 5 * \sqrt{\frac{69888}{115311}} = 3{,}89$$

$A_{эмп} = 0{,}106$;

$A_{эмп} < A_{кр}$;

$E_{эмп} = -0,711;$

$E_{эмп} < E_{кр}$.

Итак, оба варианта проверки, по Н.А. Плохинскому и по Е.И. Пустыльнику, дают один и тот же результат: распределение результативного признака в данном примере не отличается от нормального распределения.

Можно выбрать любой из двух предложенных вариантов проверки и придерживаться его. При больших объемах выборки, по-видимому, стоит производить расчет первичных статистик (оценок параметров).

4) Преобразование эмпирических данных с целью упрощения расчетов.

НА. Плохинский указывает на возможность следующих преобразований:

1) все наблюдаемые значения можно разделить на одно и то же число *k*, например перевести показатели из миллиметров в сантиметры и т.п.;

2) все наблюдаемые значения можно умножить на одно и то же число *k*, например для того, чтобы избавиться от дробных значений;

3) от всех наблюдаемых значений можно отнять одно и то же число *А*, например наименьшее значение;

4) можно сделать двойное преобразование: из каждого значения вычесть число *А*, а полученный результат разделить на другое число *k*.

При всех этих преобразованиях результативного признака показатели соотношения дисперсий получаются точными и не требуют никаких поправок.

Средние величины изменяются, но их можно восстановить, умножая среднюю величину на число *k* или деля ее на *k* (варианты 1 и *2)* или прибавляя к средней число *А* (вариант 3) и т. п. Стандартное отклонение изменяется только при введении множителя или делителя; полученный результат затем придется либо разделить на число *k*, либо умножить на него (Плохинский Н.А.,1964, с.34-36; Плохинский Н.А., 1970, с.71-72).

Все предложенные алгоритмы расчетов предназначены для равномерных комплексов, где в каждой ячейке представлено одинаковое число наблюдений.

3.Однофакторный дисперсионный анализ для несвязанных выборок

Назначение метода

Метод однофакторного дисперсионного анализа применяется в тех случаях, когда исследуются изменения результативного признака под влиянием изменяющихся условий или градаций какого-либо фактора. В данном варианте метода влиянию каждой из градаций фактора подвергаются *разные* выборки испытуемых. Градаций фактора должно быть не менее трех.

Градаций может быть и две, но в этом случае мы не сможем установить нелинейных зависимостей и более разумным представляется использование более простых критериев.

Непараметрическим вариантом этого вида анализа является критерий H Крускала-Уоллиса.

Описание метода

Работу начинаем с того, что представляем полученные данные в виде столбцов индивидуальных значений. Каждый из столбцов соответствует тому или иному из изучаемых условий (см. Табл. 6).

После этого нам нужно просуммировать индивидуальные значения по столбцам и суммы возвести в квадрат.

Суть метода состоит в том, чтобы сопоставить сумму этих возведенных в квадрат сумм с суммой квадратов всех значений, полученных во всем эксперименте.

Гипотезы

H_0: Различия между градациями фактора (разными условиями) являются не более выраженными, чем случайные различия внутри каждой группы.

H_1: Различия между градациями фактора (разными условиями) являются более выраженными, чем случайные различия внутри каждой группы.

Графическое представление метода для несвязанных выборок

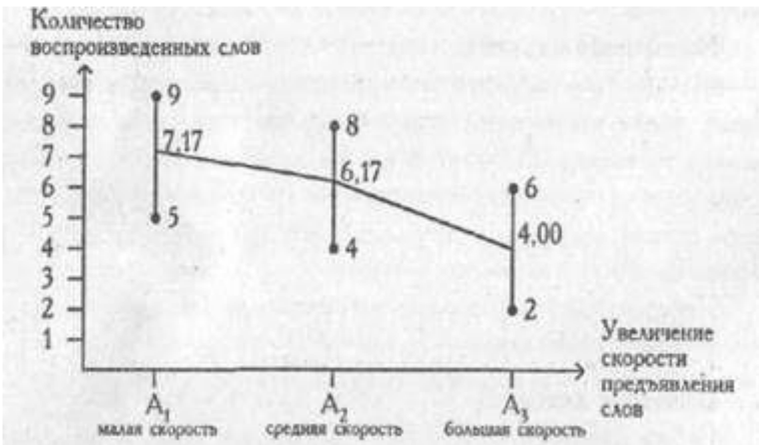


Рисунок 4 – Кривая изменения объема воспроизведения при повышении скорости предъявления слов; по каждому условию показаны диапазоны изменения признака

На Рис. 4 показана кривая изменения объема воспроизведения слов при разной скорости их предъявления (см. Пример). Метод дисперсионного анализа позволяет определить, что перевешивает – тенденция, выраженная этой кривой, или вариативность признака внутри групп, которая на графике схематически изображена в виде диапазонов изменения признака от минимального значения к максимальному значению в каждой группе.

Ограничения метода однофакторного дисперсионного анализа для несвязанных выборок.

1. Однофакторный дисперсионный анализ требует *не менее трех* градаций фактора и *не менее двух* испытуемых в каждой градации.

2. Должно соблюдаться правило равенства дисперсий в каждой ячейке дисперсионного комплекса. Условие равенства дисперсий выполняется при использовании предлагаемой схемы расчета за счет выравнивания количества наблюдений в каждом из условий (градаций).

3. Результативный признак должен быть нормально распределен в исследуемой выборке.

Правда, обычно не указывается, идет ли речь о распределении признака во всей обследованной выборке или в той ее части, которая составляет дисперсионный комплекс.

Рассмотрим схему дисперсионного однофакторного анализа для несвязанных выборок, предлагаемую в руководстве J.Greene, M.D'Olivera с использованием примера этих авторов.

Пример.

Три различные группы из шести испытуемых получили списки из десяти слов. Первой группе слова предъявлялись с низкой скоростью – 1 слово в 5 секунд, второй группе со средней скоростью – 1 слово в 2 секунды, и третьей группе с большой скоростью – 1 слово в секунду. Было предсказано, что показатели воспроизведения будут зависеть от скорости предъявления слов. Результаты представлены в Табл. 7.

Таблица 7.

Количество воспроизведенных слов

№ испытуемого	Группа 1: низкая скорость	Группа 2: средняя скорость	Группа 3: высокая скорость
1	8	7	4
2	7	8	5
3	9	5	3
4	5	4	6
5	6	6	2
6	8	7	4
Суммы	43	37	24

№ испытуемого	Группа 1: низкая скорость	Группа 2: средняя скорость	Группа 3: высокая скорость
Средние	7,17	6,17	4,00
Общая сумма	104		

Поскольку сопоставляются разные группы, любые различия в показателях между разными условиями предъявления слов – это в то же время различия между группами испытуемых. Однако всякие различия между испытуемыми *внутри* каждой группы объясняются какими-то другими, не относящимися к делу переменными, будь то индивидуальные различия между отдельными испытуемыми или неконтролируемые факторы, заставляющие их реагировать различным образом. Критерий F позволяет проверить гипотезы:

H_o: Различия в объеме воспроизведения слов *между* группами являются не более выраженными, чем случайные различия *внутри* каждой группы.

H_1: Различия в объеме воспроизведения слов *между* группами являются более выраженными, чем случайные различия *внутри* каждой группы.

Используя экспериментальные значения, представленные в Табл. 7, установим некоторые величины, которые будут необходимы для расчета критерия F.

Таблица 8.

Расчет основных величин для однофакторного дисперсионного анализа

Обозначение	Расшифровка обозначения	Экспериментальные значения
T_c	Суммы индивидуальных значений по каждому из условия	*43; 37; 24*
$\sum(T^2_c)$	Сумма квадратов суммарных значений по каждому из условий	$\sum(T^2_c)=43^2+37^2+24^2$
C	Количество условий (градаций фактора)	$c=3$
n	Количество испытуемых в каждой группе (в каждом из условий)	$n=6$
N	Общее количество индивидуальных значений	$N=18$
$(\sum x_i)^2$	Квадрат общей суммы	$(\sum x_i)^2 =104^2$

	индивидуальных значений	
$\frac{(\sum x_i)^2}{N}$	Константа, которую нужно вычесть из каждой суммы квадратов	$\frac{(\sum x_i)^2}{N} = \frac{104^2}{18}$
x_i	Каждое индивидуальное значение	
$\sum(x_i^2)$	Сумма квадратов индивидуальных значений	

Отметим разницу между $(\sum x_i^2)$, в которой все индивидуальные значения сначала возводятся в квадрат, а потом суммируются, и $(\sum x_i)^2$, где индивидуальные значения сначала суммируются для получения общей суммы, а потом уже эта сумма возводится в квадрат.

Последовательность расчетов представлена в Табл. 9.

Часто встречающееся в этой и последующих таблицах обозначение *SS* – сокращение от "суммы квадратов" (sum of squares).

$SS_{факт}$ означает вариативность признака, обусловленную действием исследуемого фактора; $SS_{общ}$ – общую вариативность признака; $SS_{сл}$ – вариативность, обусловленную неучтенными факторами, "случайную" или "остаточную" вариативность.

MS – "средний квадрат", или математическое ожидание суммы квадратов, усредненная величина соответствующих *SS*.

df – число степеней свободы, которое при рассмотрении непараметрических критериев мы обозначили греческой буквой *V*.

Таблица 9

Последовательность операций в однофакторном дисперсионном анализе для несвязанных выборок

Операция	Формула расчета	Расчет по экспериментальным данным
1.Подсчитать $SS_{факт}$	$SS_{факт}={}^1/_n \cdot \Sigma T^2_c - {}^1/_N \cdot (\Sigma x_i)^2$	$SSфакт=(43^2+37^2+24^2)/6-104^2/18=31.44$
2.Подсчитать $SS_{общ}$	$SS_{общ}=\Sigma x^2_i - {}^1/_N \cdot (\Sigma x_i)^2$	$SS_{общ}=8^2+7^2+9^2+5^2+6^2+8^2+7^2+8^2+5^2+4^2+6^2+7^2+4^2+5^2+3^2+6^2+2^2+4^2-104^2/18==63.11$
3.Подсчитать случайную (остаточную) величину $SS_{сл}$	$SS_{сл}=SS_{общ}-SS_{факт}$	$SS_{сл}=63.11-31.44=31.67$
4.Определить число степеней свободы	$df_{факт}=c-1$ $df_{общ}=N-1$ $df_{сл}=df_{общ}-df_{факт}$	$df_{факт}=3-1=2$ $df_{общ}=18-1=17$ $df_{сл}=17-2=15$
5.Разделить каждую SS на соответствующее число степеней свободы	$MS_{факт}=SS_{факт}/df_{факт}$ $MS_{сл}=SS_{сл}/df_{сл}$	$MS_{факт}=31.44/2=15.72$ $MS_{сл}=31.67/15=2.11$
6.Подсчитать значение $F_{эмп}$	$F_{эмп}=MS_{факт}/MS_{сл}$	$F_{эмп(2,15)}=15.72/2.11=7.45$
7.Определить критические значения F по Табл. XVII Приложения 1	для $df_1=2$ $df_2=15$	$F_{кр\,(2,15)} = \begin{cases} 3{,}68\ (\rho \le 0{,}05) \\ 6{,}36\ (\rho \le 0{,}01) \end{cases}$
8.Сопоставить эмпирическое и критические значения F	При $F_{эмп} \ge F_{кр}$ H_0 отклоняется	$F_{эмп} > F_{кр} \rightarrow H_0$ отклоняется

Вывод: H_0 отклоняется. Принимается H_1. Различия в объеме воспроизведения слов между группами являются более выраженными, чем случайные различия внутри каждой группы (p<0,01). Итак, скорость предъявления слов влияет на объем их воспроизведения5.

В данном случае $F_{эмп} = 6{,}942$ *(p<O,01).* Эта величина действительно ниже, чем в цитируемом примере. Однако для первого знакомства с дисперсионным анализом исследователям, обрабатывающим свои данные самостоятельно, в практических целях достаточно использовать приведенный алгоритм расчетов, используемый и в большинстве других руководств.

4. Дисперсионный анализ для связанных выборок.

Назначение метода

Метод дисперсионного анализа для связанных выборок применяется в тех случаях, когда исследуется влияние разных градаций фактора или разных условий на одну и ту же выборку испытуемых.

Градаций фактора должно быть не менее трех.

Непараметрический вариант этого вида анализа – критерий Фридмана χ^2_r.

Описание метода

В данном случае различия между испытуемыми – возможный самостоятельный источник различий. В схеме однофакторного анализа для несвязанных выборок различия между условиями в то же время отражали различия между испытуемыми. Теперь различия между условиями могут проявиться только вопреки различиям между испытуемыми.

Фактор индивидуальных различий может оказаться более значимым, чем фактор изменения экспериментальных условий. Поэтому нам необходимо учитывать еще одну величину – сумму квадратов сумм индивидуальных значений испытуемых.

Графическое представление метода

На Рис. 5 представлена кривая изменения времени решения анаграмм разной длины: четырехбуквенной, пятибуквенной и шестибуквенной. Однофакторный дисперсионный анализ для связанных выборок позволит определить, что перевешивает – тенденция, выраженная этой кривой, или индивидуальные различия, диапазон которых представлен на графике в виде вертикальных линий — от минимального до максимального значения.

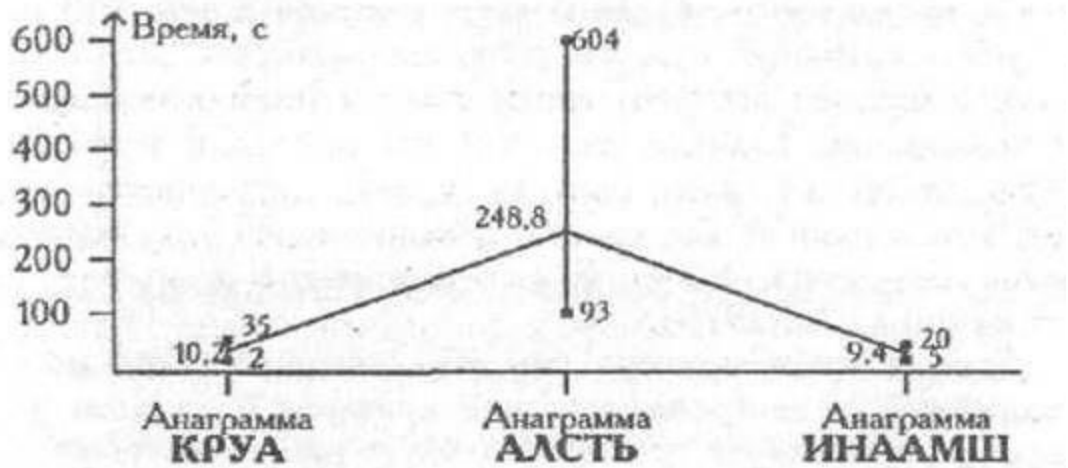


Рисунок 5 – Изменение времени работы над разными анаграммами у пяти испытуемых; вертикальными линиями отображены диапазоны изменчивости признака в разных условиях от минимального значения (снизу) до максимального значения (сверху)

Ограничения метода дисперсионного анализа для связанных выборок

1. Дисперсионный анализ для связанных выборок требует не менее трех градаций фактора и не менее *двух* испытуемых, подвергшихся воздействию каждой из градаций фактора.

2. Должно соблюдаться правило равенства дисперсий в каждой ячейке комплекса. Это условие косвенно выполняется за счет одинакового количества наблюдений в каждой ячейке комплекса. Предлагаемая схема расчета ориентирована только на такие равномерные комплексы.

3. Результативный признак должен быть нормально распределен в исследуемой выборке.

В приводимом ниже примере показатели асимметрии и эксцесса составляют:

$A=218$

$m_A=0{,}632;$

$t_A=2{,}18/0{,}632=3{,}45;$

$E=4{,}17;$

$M_E=l{,}264;$

$t_E=4{,}17/1{,}264=3{,}30.$

Таким образом, распределение показателей 5-и человек, составляющих дисперсионный комплекс, несколько отличается от нормального: $t_A>3$; $t_E>3$. Однако в целом по выборке распределение нормальное:

$n=22;$

$A=1{,}26;$

$m_A=0{,}522$

$t_A=2{,}41<3;$

$E=2{,}29;$

$m_E=1{,}044;$

$t_E=2{,}19<3.$

По-видимому, необходимо удовлетвориться тем, что в выборке в целом результативный признак распределен нормально. Случайно отобранные 5 человек распределением своих оценок демонстрируют некоторое отклонение. Однако, если бы мы выбирали испытуемых таким образом, чтобы распределение их оценок подчинялось нормальному закону, это нарушило бы правило рандомизации – случайности отбора объектов без учета значений результативного признака при отборе (Плохинский Н.А. 1970).

Данные этого примера нам уже знакомы. Они использовались для иллюстрации непараметрического критерия Фридмана $\chi^2_{г.}$ Использование здесь этого же примера позволит нам сопоставить результаты, получаемые с помощью непараметрических и параметрических методов.

Пример

Группа из 5 испытуемых была обследована с помощью трех экспериментальных заданий, направленных на изучение интеллектуальной настойчивости. Каждому испытуемому индивидуально предъявлялись последовательно три одинаковые анаграммы: четырехбуквенная, пятибуквенная и шестибуквенная. Можно ли считать, что фактор длины анаграммы влияет на длительность попыток ее решения?

Сформулируем гипотезы.

Наборов гипотез в данном случае два.

Набор А.

H_o(А): Различия в длительности попыток решения анаграмм разной длины являются не более выраженными, чем различия, обусловленные случайными причинами.

H_1(А): Различия в длительности попыток решения анаграмм разной длины являются более выраженными, чем различия, обусловленные случайными причинами.

Набор Б.

H_o(Б): Индивидуальные различия между испытуемыми являются не более выраженными, чем различия, обусловленные случайными причинами.

H_1(Б): Индивидуальные различия между испытуемыми являются более выраженными, чем различия, обусловленные случайными причинами.

Таблица 10

Длительность попыток решения анаграмм (сек)

Код имени испытуемого	Условие 1:	Условие 2.	Условие 3:	Суммы по испытуемым
	Четырехбуквенная анаграмма	пятибуквенная анаграмма	шестибуквенная анаграмма	
1. Л-в	5	235	7	247
2. П-о	7	604	20	631
3. К-в	2	93	5	100
4. Ю-ч	2	171	8	181
5. Р-о	35	141	7	183
Суммы по столбцам	51	1244	47	1342

Установим все промежуточные величины, необходимые для расчета критерия F.

Таблица 11

Расчет промежуточных величин для критерия F в примере об анаграммах

Обозначение	Расшифровка обозначения	Экспериментальное значение
T_c	суммы индивидуальных значений по каждому из условий (столбцов)	*51; 1244; 47*
$\sum T_c^2$	сумма квадратов суммарных значений по каждому из условий	$\sum T_c^2 = 51^2 + 1244^2 + 47^2$
n	количество испытуемых	$n=5$
c	количество значений у каждого испытуемого (т. е. количество условий)	$c=5$
N	общее количество значений	$N=15$
T_u	суммы индивидуальных значений по каждому испытуемому	*247; 631; 100; 181; 183*
$\sum T_u^2$	сумма квадратов сумм индивидуальных значений по испытуемым	$247^2 + 631^2 + 100^2 + 181^2 + 183^2$
$\left(\sum x_i\right)^2$	квадрат общей суммы индивидуальных значений	$\sum T_c^2 = 1342^2$
x_i	каждое индивидуальное значение	
$\sum x_i^2$	сумма квадратов индивидуальных значений	

Вывод:

$H_o(A)$ отклоняется. Различия в объеме воспроизведения слов в разных условиях являются более выраженными, чем различия, обусловленные случайными причинами ($p<0,05$).

$H_o(Б)$ принимается: Индивидуальные различия между испытуемыми являются не более выраженными, чем различия, обусловленные случайными причинами.

Однако, мы не можем утверждать, что срабатывает фактор длины анаграммы. Более значимыми оказываются качественные, а не количественные различия между анаграммами. Непараметрический L-критерий Пейджа подтверждает тенденцию увеличения индивидуальных показателей при переходе от анаграммы КРУА к анаграмме ИНААМШ, а затем к анаграмме АЛСТЬ ($p<0,01$). Значимые различия были получены и с помощью критерия Фридмана χ^2_r ($p=0,0085$).

Итак, непараметрические критерии позволяют нам констатировать более высокий уровень значимости различий между условиями!

Зачем же тогда использовать достаточно сложный дисперсионный анализ? Для того, чтобы подобрать существенные факторы, которые могут стать основой для формирования двух-, трех- и более факторных дисперсионных комплексов, позволяющих оценить не только влияние каждого из факторов в отдельности, но и их взаимодействие.

Контрольные вопросы.

1. Что такое дисперсионный анализ?
2. Какие действия необходимо предпринять при подготовке данных к дисперсионному анализу?
3. Опишите назначение метода однофакторного дисперсионного анализа для несвязанных выборок.
4. Опишите назначение метода дисперсионного анализа для связанных выборок.

Лекция 9

МЕТОДЫ МНОГОМЕРНОГО СТАТИСТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА.

План лекции.

1. Многомерное шкалирование.
2. Многомерные методы и модели.
3. Неметрическая модель

Многомерные статистические методы занимают важное место в современной психологии. Исследователю часто приходится иметь дело с множеством переменных и большими массивами данных, и для того чтобы упорядочить этот материал, причем гак, чтобы в нем можно было увидеть интересные закономерности, необходимы особые методы. Простые статистические методы, как правило, позволяют схватывать только те связи между переменными, которые лежат на поверхности (например, корреляции между данными конкретными переменными, измеренными при помощи соответствующих методик). Однако в ряде случаев этого недостаточно. Есть все основания полагать, что между различными переменными могут существовать сложные конфигурации взаимосвязей; связи между измеренными переменными могут быть результатом действия каких-то иных, непосредственно не измеряемых, латентных переменных; в одном эксперименте исследователь может иметь дело сразу с несколькими зависимыми и несколькими независимыми переменными. В прикладной статистике разработаны методы многомерного анализа, позволяющие решать подобные задачи. К многомерным статистическим методам относятся факторный анализ, кластерный анализ, многомерное шкалирование, многофакторный дисперсионный анализ (MANOVA), регрессионный анализ, дискриминантный анализ, структурное моделирование. Все эти методы включают сложные вычисления, поэтому их применение возможно только с помощью компьютерных программ.

Ряд многомерных статистических методов (прежде всего факторный и кластерный анализ) позволяют уменьшить размерность пространства признаков за счет выявления их структуры. Многомерное шкалирование тоже нацелено на определение структуры пространства признаков. Другие методы (многомерный дисперсионный и регрессионный анализ) отвечают на вопросы о том, как изменяются одни переменные под влиянием других. Дискриминантный анализ используется для исследования того, какие переменные разделяют («дискриминируют») группы, а также для решения задач на отнесение людей к той или иной группе. Структурное моделирование дает возможность выявлять конфигурации связей между наблюдаемыми и ненаблюдаемыми (латентными) переменными. Как можно видеть, перечень задач, решаемых при помощи методов многомерного анализа, достаточно широк. Также обратим внимание на то, что факторный и кластерный анализ используются в исследованиях, предполагающих совершенно различный дизайн. Их применяют для обработки результатов, полученных посредством множества стандартизованных психодиагностических методик, нацеленных на измерение тех или иных психологических конструктов, но их можно применять и в исследованиях, цель которых — реконструкция систем значений и смыслов, характерных для отдельных индивидов или социальных групп. Исследования второго типа хотя и включают сложные математические методы, очень близки к качественной исследовательской стратегии.

1. Многомерное шкалирование

Основная цель многомерного шкалирования (МШ) – выявление структуры исследуемого множества объектов - близка к цели факторного и кластерного анализа. Так же, как в факторном анализе, под структурой понимается набор основных факторов (в данном случае - шкал), по которым различаются и могут быть описаны эти объекты. Однако в отличие от факторного, но подобно кластерному анализу, исходной информацией для МШ являются данные о различии или близости объектов.

В психологии чаще всего исходными данными для МШ являются субъективные суждения испытуемых о различии или сходстве стимулов (объектов). Центральное положение МШ заключается в том, что в основе таких суждений лежит ограниченное число субъективных признаков (критериев), определяющих различение стимулов, и человек, вынося свои суждения, явно или неявно учитывает эти критерии. Основываясь на этом положении, решается главная задача МШ – реконструкция психологического пространства, заданного небольшим числом измерений-шкал, и расположение в нем точек-стимулов таким образом, чтобы расстояния между ними наилучшим образом соответствовали исходным субъективным различиям. Таким образом, шкала в МШ интерпретируется как критерий, лежащий в основе различий стимулов.

Геометрические представления МШ основаны на аналогии между понятием различия в психологии и понятием расстояния в пространстве. Чем более субъективно сходны между собой два объекта, тем ближе в реконструируемом пространстве признаков должны находиться соответствующие этим объектам точки. Исходя из такой дистанционной модели, по субъективным данным о различии одного объекта от другого реконструируется их взаимное расположение в пространстве нескольких признаков. Эти признаки трактуются как субъективные шкалы — критерии, которыми пользуется человек при различении объектов. А расстояние между объектами в этом пространстве есть определенная функция от исходных оценок различия.

Общая схема МШ формально может быть представлена следующим образом. На основе суждений экспертов (испытуемых) в отношении интересующих исследователя объектов вначале составляется симметричная матрица попарных различий (или матрицы – по одной для каждого эксперта). Допускается и использование данных о предпочтениях, содержащих упорядочивание каждым экспертом совокупности объектов по степени их предпочтения. Сравниваемыми объектами могут быть члены коллектива, предметы домашнего обихода, литературные отрывки, цветовые оттенки и т. д. Модель МШ предполагает, что эксперт производит сравнение, осознанно или нет пользуясь одним или несколькими признаками этих объектов. В отношении сотрудников подразделения такими признаками могут быть должностной статус, профессионализм, доброжелательность и т. д.

В процессе МШ определяется, сколько признаков-шкал необходимо и достаточно для построения координатного пространства и размещения в нем точек-объектов. Если d_{ij} – это оценка экспертом различия между объектами, а число признаков, которыми пользуется эксперт при сравнении, – K, то задача многомерного шкалирования сводится к определению всех x_{ik} и x_{jk}, как координат этих объектов в пространстве K признаков. При этом предполагается, что число критериев, которыми пользуется эксперт, значительно меньше числа сравниваемых объектов. Если, например, $iu\, j$ – сотрудники, а признак K – доброжелательность, то x_{ik} и x_{jk} – доброжелательность этих сотрудников. Важно отметить, что исследователю эмпирически даны только оценки различий d_{ij}. Величины значений признаков x_{ik} и x_{jk} непосредственно не даны, но оцениваются в результате МШ в виде матрицы:

$$X = \begin{vmatrix} x_{i1} & \dots & x_{1k} \\ \dots & \dots & \dots \\ x_{p1} & \dots & x_{pk} \end{vmatrix}$$

где P – количество сравниваемых объектов, K – количество шкал.

Элементы x_{ij} указанной матрицы рассматриваются как координаты P объектов в пространстве K признаков. Пространство определено так, что чем больше исходное различие между объектами, тем дальше друг от друга расположены объекты в этом пространстве. Каждая шкала результирующего пространства получает интерпретацию через объекты, находящиеся на противоположных полюсах шкалы.

Следует отметить, что исходными данными для МШ могут являться не только субъективные оценки различий, но и обычные данные типа «объект-признак». Но поскольку МШ предназначено для анализа различий, то для данных типа «объект-признак» необходимо, во-первых, определить, что будет подлежать шкалированию – сами объекты (строки) или признаки (столбцы). Во-вторых, необходимо задать метрику различий – то, как будут определяться различия между всеми парами изучаемых элементов.

Выбирая МШ, исследователь должен отдавать себе отчет в том, что это довольно сложный метод, применение которого к тому же связано с неизбежными потерями исходной информации о различии объектов. Поэтому, если задача исследования ограничивается классификацией объектов и нет оснований полагать, что эта классификация обусловлена небольшим числом независимых причин – критериев различий, то целесообразнее воспользоваться более простым методом – кластерным анализом.

Рассмотрим исходные данные и основные результаты применения МШ на простом примере. Попытаемся, исходя из субъективных оценок расстояний между совокупностью объектов, реконструировать конфигурацию их взаимного расположения. Допустим, субъекту предъявляется 10 объектов, расположенных на плоскости в некоторой произвольной конфигурации, и дана инструкция оценить расстояние между каждым объектом и всеми остальными, присвоив 1 наименьшему расстоянию, 2 – следующему по величине и т. д. Примерно одинаковым расстояниям разрешим присваивать одинаковые числовые значения. В результате выполнения такого задания наблюдатель заполнил нижний треугольник матрицы попарных различий между объектами, в данном случае - расстояний (табл. 12). Можно ли восстановить исходную конфигурацию объектов по такой матрице различий? Оказывается, МШ справляется с подобными задачами. Применение программы неметрического МШ (программа SPSS) дает 2-шкальное решение (табл. 11).

Таблица 11

Субъективные оценки расстояний между 10 объектами

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0									
2	1	0								
3	2	1	0							
4	3	2	1	0						
5	3	2	1	1	0					
6	3	2	2	2	1	0				
7	3	3	3	3	2	1	0			
8	2	2	2	3	2	1	1	0		
9	1	1	2	3	2	2	2	1	0	
10	2	1	1	2	1	1	2	1	1	0

2. Многомерные методы и модели

Таблица 12

Результаты МШ субъективных оценок расстояний между 10 объектами (по данным табл. 11)

№ объектов	Шкала 1 (Dim. 1)	Шкала 2 (Dim. 2)
1	0,932	-0,006
2	0,471	-0,302
3	0,019	-0,559
4	-0,471	-0,804
5	-0,497	-0,257
6	-0,493	0,263
7	-0,461	0,810
8	0,026	0,558
9	0,474	0,296
10	0,000	0,000

Каждая строчка таблицы - это координаты соответствующего объекта на плоскости. Графическое изображение всех 10 точек, в соответствии с табл. 12, приведено на рис. 6.

Взаимное расположение объектов в точности соответствует исходной конфигурации, предлагаемой наблюдателю (рис. 9). При этом обращает на себя внимание тот факт, что информация, полученная от наблюдателя, носит неметрический характер, так как расстояния оценивались по шкале порядка. Итоговая же конфигурация воспроизводит метрические соотношения в расположении объектов. Это связано с тем, что информация о различиях, содержащаяся в матрице субъективных оценок, хотя и является по сути порядковой, но обладает избыточностью, которая и позволяет восстановить метрические соотношения.

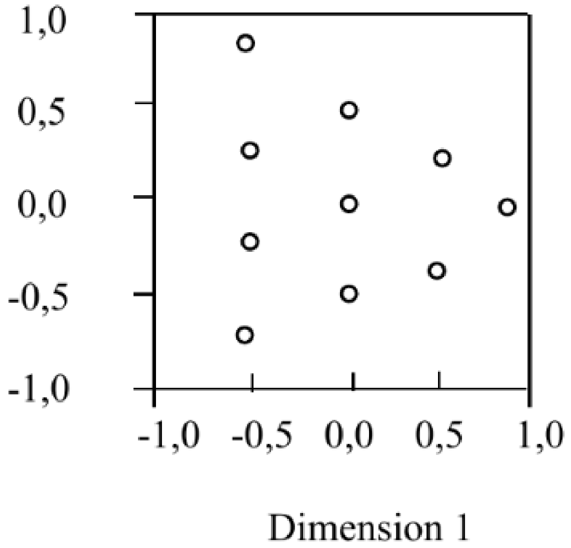


Рисунок 6 – Субъективное пространство 10 объектов по табл. 11.

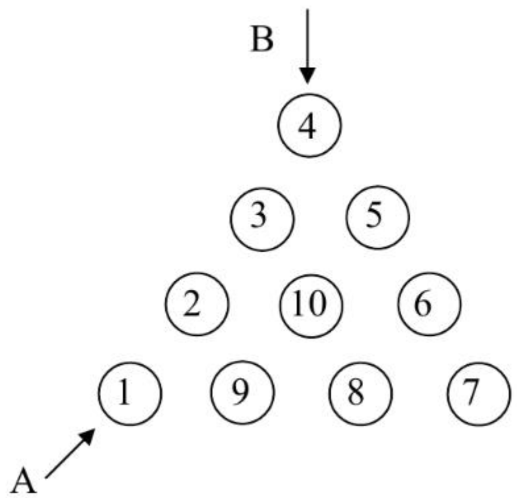


Рисунок 7

МШ в своих основных трех модификациях позволяет решать три группы задач:

1. Исходные данные – прямые оценки субъектом различий между стимулами или вычисленные расстояния между объектами,

характеризующимися совокупностью признаков. Примером второго типа данных могут являться расстояния между ролями (объектами), вычисленные по совокупности конструктов (репертуарные решетки Келли). МШ позволяет реконструировать психологическое пространство субъекта, как конфигурацию стимулов в осях существенных признаков, по которым эти стимулы различаются субъектом.

2. Исходные данные – те же, что и в предыдущем случае субъективные различия между стимулами (оцененные прямо или вычисленные), но полученные не от одного, а от группы субъектов. Взвешенная модель индивидуальных различий позволяет получить групповое психологическое пространство стимулов в осях общих для данной группы существенных признаков. Дополнительно к этому для каждого субъекта – индивидуальные веса признаков как меру учета соответствующих точек зрения при различении стимулов.

3. Исходные данные – результаты упорядочивания каждым из группы субъектов набора стимулов по степени предпочтения. Модель анализа предпочтений позволяет получить групповое психологическое пространство стимулов в осях существенных признаков и размещенные в этом же пространстве идеальные точки для каждого субъекта.

3. Неметрическая модель

Это основной вариант многомерного шкалирования, применяемый в настоящее время. Он лежит в основе всех остальных вариантов метода, Исходные данные для этого метода - матрица размерностью $P \times P$, каждый элемент которой – мера (оценка) различия между двумя объектами из P. Рассмотрим кратко основные математико-статистические идеи метода, необходимые для его использования на практике.

Многомерное шкалирование, как новый шаг в математике, начинается с метрического шкалирования, предложенного в 50-х годах У. Торгерсоном. В модели Торгерсона вводится жесткое предположение о том, что оценки различия между объектами равны линейному расстоянию между ними в евклидовом пространстве.

Пусть d_{ij} – имеющаяся в распоряжении исследователя оценка различия между объектами i и j – координаты этих объектов по оси k, одной из осей искомого пространства размерностью K. Расстояние между объектами в искомом пространстве обозначим как d_{ij}. Тогда основное предположение Торгерсона можно выразить формулой:

$$\delta_{ij} = d_{ij} = \left[\sum_{k=1}^{k} \left(x_{ik} - x_{jk} \right)^2 \right]^{1/2}$$

Торгерсон показал, что при соблюдении этого условия возможен переход от исходной матрицы различий между стимулами к их координатам в про странстве *K* признаков. Тогда, по Торгерсону, справедливо выражение:

$$\delta^*_{ij} = \sum_{k=1}^{K} x_{ik} \cdot x_{jk}$$

Это уравнение аналогично главному уравнению факторного анализа, и решается оно относительно *X* методом главных компонент с заданным числом *K*.

В современных алгоритмах МШ метод Торгерсона используется на этапе предварительной оценки координат объектов по матрице исходных различий. Далее следует неметрический этап, соответствующий неметричности исходных данных. На этом этапе исходят из требования соответствия рангового порядка расстояний между объектами в результирующем пространстве ранговому порядку исходных различий, то есть, используя принятые обозначения:

$d_{ij} \le d_{lm} \Rightarrow \delta_{ij} \le \delta_{lm}$, для любых i, j, l, m – номеров объектов.

Основной мерой выполнения этого требования является специальный показатель, который называется стресс – мера отклонения итоговой конфигурации объектов от исходных оценок различия в смысле указанного требования рангового соответствия. Иногда дополнительно применяют коэффициент отчуждения тоже как меру подгонки неметрической модели к данным о различии.

Не рассматривая подробно вычислительные проблемы многомерного шкалирования, укажем, что его алгоритм направлен на нахождение оценок координат объектов, минимизирующих значение стресса. Построен этот алгоритм как градиентная процедура. Первый шаг алгоритма – получение стартовой конфигурации, как правило, методом Торгерсона. На каждом последующем шаге, или итерации, координаты стимулов изменяются в сторону уменьшения значения стресса, вычисленного на предыдущем этапе. Итерации повторяются многократно, до выполнения одного из трех заданных изначально условий (в программе SPSS): достижения минимального значения стресса; достижения минимальной разницы между последним и предыдущим значениями стресса; выполнения максимального заданного числа итераций. Каждое из трех условий задано в программе «по умолчанию», но может изменяться пользователем. Уменьшая пороговые величины стресса и его изменения, увеличивая максимальное число итераций, пользователь может добиться повышения точности окончательного решения. Показателем точности является конечная величина стресса. Наиболее приемлемые величины стресса находятся в диапазоне от 0,05 до 0,2.

Одна из основных проблем, возникающих перед исследователем в МШ – это проблема размерности *К*. Как и при проведении факторного анализа, в МШ требуется предварительное определение числа шкал. Поэтому от исследователя требуется получить несколько решений в пространствах разной размерности и выбрать из них лучшее. Один из критериев размерности, применяемый для предварительной оценки числа шкал, аналогичен критерию отсеивания Кеттелла в факторном анализе: строится график зависимости стресса от числа шкал по результатам решения в разных размерностях. Истинная размерность соответствует точке перегиба графика после резкого его спада.

Другой критерий числа шкал – абсолютная величина стресса. Если решение одномерно, то приемлемая величина стресса – менее 0,1. Если решение размерностью 2 и выше, то приемлемы значения стресса, меньшие 0,1–0,15. Однако если уровень ошибок измерения или выборки высок, то можно признать решение и с более высокими значениями стресса. Дополнительно вычисляется величина R2 (RSQ), которая показывает долю дисперсии исходных различий (от единичной), учтенную выделенными шкалами. Чем ближе RSQ к единице, тем полнее данные шкалы воспроизводят исходные различия между объектами.

Окончательный выбор размерности решения определяется на основе критериев интерпретируемости и воспроизводимости, так же, как в факторном анализе. Тем не менее, при размерности 2 и выше, следует избегать решений с величиной стресса выше 0,2. Обычный путь для этого – повышение размерности и исключение объектов.

Результаты применения метода – таблица координат объектов в пространстве *К* шкал-признаков, величины стресса и RSQ, интерпретация шкал и взаимного расположения объектов по таблице координат.

Исследовалась структура представлений студента о многомерных методах, применяемых в психологии. Студенту было предложено сравнить попарно по степени различия пять методов: множественный регрессионный анализ (МРА), дискриминантный анализ (ДА), кластерный анализ (КА), факторный анализ (ФА) и многомерное шкалирование (МШ). При сравнении было предложено использовать 5-балльную шкалу (1 – очень похожи, 5 – совсем разные). Результаты сравнения приведены в табл. 13.

Таблица 13

Результаты попарного сравнения пяти методов многомерного анализа

Методы	Обозначения	МРА	ДА	КА	ФА	МШ
МРА	MRA	0				
ДА	DA	2	0			
КА	KA	5	2	0		
ФА	FA	2	3	5	0	
МШ	MDS	5	5	3	3	0

Контрольные вопросы.

1. Сформулируйте цель многомерного шкалирования.
2. Опишите общую схему многомерного шкалирования.
3. Опишите группы задач, которые позволяет решать МШ в своих основных трех модификация.

Список использованных источников

1. ПЕЧАТНЫЕ И (ИЛИ) ЭЛЕКТРОННЫЕ УЧЕБНЫЕ ИЗДАНИЯ (ВКЛЮЧАЯ УЧЕБНИКИ И УЧЕБНЫЕ ПОСОБИЯ) ПО ДИСЦИПЛИНЕ

а) основная литература:

1. Ермолаев-Томин, О. Ю. Математические методы в психологии в 2 ч. Часть 1. : учебник для академического бакалавриата / О. Ю. Ермолаев-Томин. — 5-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 280 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — Режим доступа: https://biblioonline.ru/book/6EF7D942-901C-45BA9B48- 1-10 3 ЭБС - 9A550E154F38/matematicheskiemetody-v-psihologii-v-2-ch-chast-1

2. Ермолаев-Томин, О. Ю. Математические методы в психологии в 2 ч. Часть 2. : учебник для академического бакалавриата / О. Ю. Ермолаев-Томин. — 5-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 235 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — Режим доступа: https://biblioonline.ru/book/9190C4BE-DFF4-4544- BA76-B9FD386BA7CE/matematicheskiemetody-v-psihologii-v-2-ch-chast-2

3. Капустин С.А., Основные методы сбора данных в психологии : Учебное пособие для студентов вузов / Под ред. С. А. Капустина. - М. : Аспект Пресс, 2012. - 158 с. - ISBN 978-5-7567-0653-6 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785756706536.html

4. Новиков, А. И. Математические методы в психологии (логопедии): учебное пособие / А. И. Новиков, Н. В. Новикова. — Москва: ИНФРА-М, 2020. — 376 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). — ISBN 978-5-16-107630-9.- URL: https://new.znanium.com/catalog/product/1018182

5. Сергеева, Д. В. Математические методы в психологии: учебное пособие / Д. В. Сергеева , Е. Е. Филипова , И. Н. Слободская - Вологда: ВИПЭ ФСИН России, 2016. - 83 с.: ISBN 978-5-94991-364-2.- URL: https://new.znanium.com/catalog/product/901105

б) дополнительная литература:

1. Романко В.К., Статистический анализ данных в психологии : учебное пособие / Романко В. К. - М. : Лаборатория знаний, 2015. - 315 с. - ISBN 978-5-9963-2663-1 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996326631.html

2. Романко В.К., Статистический анализ данных в психологии : Учебное пособие / В.К. Романко.- 2-е изд. - М. : БИНОМ, 2012. - 312 с. - ISBN 978-5-9963-0797-5 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента": [сайт]. - URL: http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996307975.html

3. Высоков, И. Е. Математические методы в психологии : учебник и практикум для академического бакалавриата / И. Е. Высоков. — М. :

Издательство Юрайт, 2017. — 386 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — Режим доступа: www.biblio-online.ru/book/96E9C5B5-CFB3-4A32-BC98-2D386338144E

4. Дорофеев В.А., Основы регрессионного моделирования для психологов : учебное пособие / Дорофеев В. А. - Ростов н/Д : Изд-во ЮФУ, 2018. - 129 с. - ISBN 978-5-9275-2549-2 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785927525492.html

5. Ермолаев О.Ю., Математическая статистика для психологов : учебник / Ермолаев О.Ю. - 7-е изд., стер. - М. : ФЛИНТА, 2019. - 336 с. - ISBN 978-5-9765-1917-6 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785976519176.html

в) методическая литература:

1. Чёрная Е. С. Конспект лекций по дисциплине «Математические методы в психологии» для студентов направления подготовки 44.03.04 Профессиональное обучение (по отраслям) / Сост.: Е.С. Чёрная – Стаханов: ГОУ ВО ЛНР «ЛГУ им. В. ДАЛЯ», 2021. – 56 с.

2. Чёрная Е. С. Методические указания к выполнению практических работ по дисциплине «Математические методы в психологии» для студентов направления подготовки 44.03.04 Профессиональное обучение (по отраслям) / Сост.: Е.С. Чёрная – Стаханов: ГОУ ВО ЛНР «ЛГУ им. В. ДАЛЯ», 2021. – 48 с.

г) Интернет-ресурсы:

1. Министерство науки и высшего образования РФ – https://minobrnauki.gov.ru/

2. Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки – http://obrnadzor.gov.ru/

3. Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования – http://fgosvo.ru

4. Федеральный портал «Российское образование» – http://www.edu.ru/

5. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» – http://window.edu.ru/

6. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов – http://fcior.edu.ru/

Электронные библиотечные системы и ресурсы

Электронно-библиотечная система «Консультант студента» – http://www.studentlibrary.ru/cgi-bin/mb4x

Информационный ресурс библиотеки образовательной организации

Научная библиотека имени А. Н. Коняева – http://biblio.dahluniver.ru/

Учебное издание

КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ
по дисциплине
«МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ПСИХОЛОГИИ»
для студентов направления подготовки
«Профессиональное обучение (по отраслям)»,
профиль: «Профессиональная психология»
(в 2-х частях). Часть 2

С о с т а в и т е л ь:
Елена Сергеевна Чёрная

Печатается в авторской редакции.
Компьютерная верстка и оригинал-макет автора.

Подписано в печать ______________
Формат 60х84$^{1}/_{16}$. Бумага типограф. Гарнитура Times
Печать офсетная. Усл. печ. л. _____. Уч.-изд. л. _______
Тираж 100 экз. Изд. №______. Заказ №______. Цена договорная.

Издательство Луганского государственного
университета имени Владимира Даля

Свидетельство о государственной регистрации издательства
МИ-СРГ ИД 000003 от 20 ноября 2015г.

Адрес издательства: 91034, г. Луганск, кв. Молодежный, 20а
Телефон: 8 (0642) 41-34-12, **факс:** 8 (0642) 41-31-60
E-mail: izdat.lguv.dal@gmail.com **http:** //izdat.dahluniver.ru/